

УДК 620.76/78.004

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСЛОВИЙ ДЛИТЕЛЬНОГО ОРБИТАЛЬНОГО СУЩЕСТВОВАНИЯ ТЕХНОГЕННЫХ НАНОЧАСТИЦ, ИНЖЕКТИРУЕМЫХ В ОКОЛОЗЕМНОЕ ПРОСТРАНСТВО НА ВЫСОКОЙ КРУГОВОЙ ОРБИТЕ

© 2024 г. Е.К. Колесников¹, *, С.В. Чернов¹

¹Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

*e.kolesnikov@spbu.ru

Поступила в редакцию 09.02.2023 г.

После доработки 21.04.2023 г.

Принята к публикации 25.04.2023 г.

Аналитически на основе использования «дрейфовых» уравнений движения определены условия реализации двух возможных режимов длительного орбитального существования техногенных наночастиц, инжектируемых в околоземное пространство на высокой круговой орбите в области кольцевого тока и не выходящих в процессе орбитального движения за пределы этой области. Показано, что в каждом из указанных режимов ведущий центр наночастицы, не достигая плотных слоев атмосферы, в ведущей плоскости периодически колеблется по отрезку силовой линии геомагнитного поля между «зеркальными точками», которые в одном режиме расположены в Северном и Южном полушариях, а в другом – в том же полушарии, что и точка инжекции. Корректность сформулированных условий подтверждена сравнением с результатами соответствующих численных экспериментов.

DOI: 10.31857/S0023420624010061

ВВЕДЕНИЕ

Исследования, проведенные нами в работах [1–10], показали, что техногенные наночастицы (НЧ) с размерами менее 100 нм, отделяющиеся от поверхности высокоорбитальных космических аппаратов (КА), могут длительное время удерживаться в околоземном космическом пространстве (ОКП), выступая важным фактором антропогенного загрязнения ближнего космоса. При этом наибольшее время орбитального существования (~ 1 год и более) могут иметь НЧ с размерами ~ 1 –10 нм. Основным физическим механизмом, приводящим к длительному удержанию техногенных НЧ в ОКП представляется воздействие на их движение силы Лоренца, обусловленной взаимодействием наводимого на частицу заряда с магнитным полем Земли. При определении условий длительного орбитального существования НЧ в случаях их движения в плазмосфере [1, 2, 4–7], а также по орбитам, проходящим через различные структурные области плазменной оболочки Земли [3, 8–10], для учета эффекта изменения электрического заряда

НЧ вдоль ее траектории нами была использована сложная процедура совместного численного решения уравнений движения НЧ в ОКП и уравнения зарядки НЧ в околоземной плазме.

Цель настоящей работы – определение условий длительного удержания в окрестности Земли техногенных НЧ, движущихся по высоким орбитам, проходящим в области магнитосферы, которая заполнена сильно разреженной высокотемпературной плазмой (так называемой области кольцевого тока). Из результатов численного моделирования следует, что подобная ситуация может быть при инжекции НЧ на орбитах спутников навигационных систем ГЛОНАСС, GPS и др. Как показано в настоящей работе, в рассмотренном случае при соответствующих упрощающих предположениях условия реализации явлений длительного орбитального существования наиболее мелких техногенных НЧ с размерами порядка единиц нанометров, движущихся в ОКП в так называемом дрейфовом режиме, могут быть найдены аналитически.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. УРАВНЕНИЕ,
ОПИСЫВАЮЩЕЕ ПРОДОЛЬНОЕ
МАГНИТНОМУ ПОЛЮ ДВИЖЕНИЕ
ВЕДУЩЕГО ЦЕНТРА НАНОЧАСТИЦЫ

Рассмотрим сферическую техногенную наночастицу радиусом R_d порядка единиц нанометров, инжестируемую в ОКП на высокой круговой орбите радиусом r_0 . Скоростью частицы относительно материнского тела будем пренебрегать, считая, что скорость НЧ в момент инъекции равна круговой скорости на рассматриваемой орбите.

Предположим, что в процессе орбитального движения НЧ не выходит из области кольцевого тока, заполненной сильно разреженной высокотемпературной плазмой. В первом приближении (аналогично, например, известной работе [10]) будем считать, что плазма в области кольцевого тока представляется практически *однородной*.

Оценки показывают, что основной силой, действующей на НЧ в рассматриваемом случае, становится магнитная составляющая силы Лоренца, и уравнение движения в околоземном пространстве НЧ массой m и зарядом q в геоцентрической экваториальной инерциальной системе отсчета может быть записано в виде

$$m \frac{d}{dt} \mathbf{v} = \mathbf{F} + \frac{q}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad (1)$$

где \mathbf{F} – сила немагнитной природы, возмущающая движение НЧ в магнитном поле Земли \mathbf{B} . Магнитное поле Земли будем аппроксимировать полем магнитного диполя с дипольным моментом \mathbf{M}_d , противоположным оси вращения Земли. В этом случае

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_d = -\nabla \frac{\mathbf{M}_d \cdot \mathbf{r}}{r^3}. \quad (2)$$

В уравнении (1) сила

$$\mathbf{F} = q \mathbf{E}_{co-rotation} - \frac{\mu m}{r^3} \mathbf{r}, \quad (3)$$

где $\mu = GM_E$; G – гравитационная постоянная; M_E – масса Земли. Первое слагаемое в правой части отношения (3) описывает вклад в силу \mathbf{F} электрического поля коротации

$$\mathbf{E}_{co-rotation} = \frac{1}{c} (\mathbf{r} \times \boldsymbol{\Omega}) \times \mathbf{B}, \quad (4)$$

возникающего вследствие вращения Земли с угловой скоростью $\boldsymbol{\Omega}$ в рассматриваемой инерциальной системе отсчета. Второе же слагаемое в выражении (3) представляет собой силу, действующую на НЧ со стороны центрального гравитационного поля Земли.

При движении НЧ в однородной плазме ее электрический заряд q становится близким

к равновесному электрическому заряду, определяемому из условия баланса токов:

$$\frac{dq}{dt} = \sum_i J_i = 0, \quad (5)$$

где J_i – заряжающие токи, соответствующие различным механизмам зарядки НЧ в космической среде. В качестве возможных механизмов зарядки нами рассматривались: зарядка НЧ падающими на ее поверхность электронами и ионами фоновой плазмы; обратное рассеяние плазменных электронов; вторичная электронная эмиссия при соударениях электронов и ионов плазмы с поверхностью НЧ; фотоэлектронная эмиссия.

Вследствие малости радиуса рассматриваемых частиц (по сравнению с дебаевским радиусом фоновой плазмы) плазменной экранировкой поля частицы пренебрегалось, и связь между зарядом q частицы и ее потенциалом Φ задавалась простым соотношением $q = R_d \Phi$. Для определения зависимости от потенциала Φ токов зарядки $J_i = J_i(\Phi)$ НЧ сферической формы использовались выражения, приведенные в работах [11–17].

В соответствии с данными работы [18] типичные значения параметров плазмы в рассматриваемой области ОКП при средней геомагнитной активности (геомагнитный индекс $A_p = 120$): плотность $n \approx 1 \text{ см}^{-3}$, электронная температура $T_e \approx 2 \text{ кэВ}$, ионная температура $T_i \approx 5 \text{ кэВ}$. Расчеты показывают, что равновесный потенциал Φ сферической НЧ из алюминия для приведенных выше параметров плазмы оказывается постоянным и равным $+5.6 \text{ В}$. Для сферической НЧ из оксида алюминия равновесный потенциал равен $+8.3 \text{ В}$. Отклонения потенциала НЧ от равновесных значений возможны только во время прохождения НЧ через тень Земли. Однако, как показано нами в работе [19], для НЧ на высоких орбитах динамический эффект указанных отклонений становится несущественным.

Итак, задача динамики НЧ в нашем случае сводится к решению уравнения (1), в котором электрический заряд НЧ может быть рассмотрен как заданная постоянная. Однако даже в этой постановке задача не имеет аналитического решения. Дальнейшего упрощения можно добиться при использовании для описания динамики НЧ в ОКП так называемого дрейфового приближения, в котором движение НЧ представляется суперпозицией вращения по окружности лармовского радиуса (под действием магнитной составляющей силы Лоренца) вокруг так называемого ведущего центра (ВЦ) и движения («дрейфа») ВЦ по соответствующей траектории.

Известно [20], что применение дрейфового приближения становится корректным при выполнении условия малой локальной неоднородности магнитного поля при движении частицы за период ларморовского вращения T_g , которое можно сформулировать в виде системы неравенств

$$\begin{cases} v_{\parallel} T_g |\nabla_{\parallel} B| \ll B, \\ a |\nabla_{\perp} B| \ll B, \end{cases} \quad (6)$$

где $T_g = 2\pi/\omega$, $\omega = qB/cm$ – частота ларморовского вращения; $a = w/\omega$ – ларморовский радиус; w – скорость ларморовского вращения, v_{\parallel} – продольная магнитному полю компонента скорости частицы. Можно показать (см., например, [21]), что достаточным для выполнения условий (6) становится положение

$$r_0 \ll C_{st}, \quad (7)$$

где C_{st} – единица длины Штермера, $C_{st} = (M_d |q| / mc v_0)$.

В дрейфовой теории первого порядка [22] движение ведущего центра наночастицы зарядом q и массой m описывается уравнением

$$m \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{F} + \frac{q}{c} \mathbf{u} \times \mathbf{B} - M \nabla B, \quad (8)$$

где \mathbf{F} – действующая на НЧ сила немагнитной природы; M – так называемый эквивалентный магнитный момент, определяемый формулой

$$M = \frac{mw^2}{2B}; \quad (9)$$

\mathbf{u} – скорость ведущего центра, $\mathbf{u} = d\mathbf{r}/dt - d\mathbf{a}/dt$. В последнем выражении: $d\mathbf{r}/dt = \mathbf{v}$ – скорость НЧ на точной траектории; $d\mathbf{a}/dt = \mathbf{w}$ – скорость ларморовского вращения (\mathbf{a} – вектор, направленный из ведущего центра к текущему положению НЧ).

При выполнении условий (6) эквивалентный магнитный момент становится приближенным интегралом движения [20]. Таким образом, уравнение (8) формально аналогично уравнению движения частицы рассматриваемого заряда и массы с постоянным по величине магнитным моментом $\mathbf{M} = -M\mathbf{B}/B$, ориентированным противоположно направлению магнитного поля \mathbf{B} [22].

В соответствии с результатами анализа, проведенного в исследовании [20], полная скорость дрейфа ВЦ, поперечного магнитному полю, определяется выражением

$$\mathbf{u}_{\perp} = -\frac{c}{qB^2} \mathbf{B} \times (\mathbf{F} + \mathbf{F}_1^m), \quad (10)$$

где \mathbf{F} – действующая на НЧ сила немагнитной природы;

$$\mathbf{F}_1^m = -\frac{m}{B} \left(\frac{w^2}{2} + v_{\parallel}^2 \right) \nabla B \quad (11)$$

– центробежная сила, обусловленная движением ведущего центра НЧ по криволинейной траектории. Как следует из формул (10), (11), в случае осесимметричного дипольного магнитного поля скорость поперечного дрейфа, обусловленного возмущающим воздействием на движение НЧ центрального гравитационного поля, а также эффектом пространственной неоднородности дипольного поля, направлена строго по азимуту. В этом случае ВЦ наночастицы, инжектированной на круговой орбите радиуса r_0 в точке с широтой ψ_0 , в ведущей плоскости, проходящей через ВЦ и магнитную ось, движется по фиксированной силовой линии дипольного магнитного поля $r = r_{e0} \cos^2 \psi$ с экваториальным параметром r_{e0} , близким (для частиц размером порядка единиц нанометров) к экваториальному параметру $r_0 / \cos^2 \psi_0$ местной силовой линии точки инжекции.

Умножая скалярно уравнение (8) на единичный вектор $\hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B}/B$, получим соотношение, описывающее продольное магнитному полю движение ведущего центра:

$$m \frac{du_{\parallel}}{dt} = \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{B}} - M (\hat{\mathbf{B}} \cdot \nabla) B. \quad (12)$$

Из выражений (3), (4) следует, что вклад электрического поля коротации в правую часть уравнения (12) такой:

$$\mathbf{F}_{co-rotation} \hat{\mathbf{B}} = \frac{q}{c} [(\mathbf{r} \times \boldsymbol{\Omega}) \times \mathbf{B}] \hat{\mathbf{B}} \equiv 0. \quad (13)$$

Вклад же центрального гравитационного поля в правую часть уравнения (12) следующий:

$$\mathbf{F}_g \hat{\mathbf{B}} = -\frac{\mu m \hat{\mathbf{r}} \hat{\mathbf{B}}}{r^2}. \quad (14)$$

Наконец, последнее слагаемое в правой части уравнения (12) запишем в виде

$$-\frac{mw^2}{2B} (\hat{\mathbf{B}} (\nabla_{\parallel} + \nabla_{\perp}) B) = -\frac{mw^2}{2B} \nabla_{\parallel} B, \quad (15)$$

где $\nabla = \nabla_{\parallel} + \nabla_{\perp}$; ∇_{\parallel} и ∇_{\perp} – продольная и поперечная магнитному полю компоненты оператора ∇ .

Учитывая выражения (13)–(15), а также интеграл $M = \text{const}$, уравнение (12) после соответствующих преобразований можно записать в виде

$$\frac{dp_{\parallel}}{dt} = -\frac{\partial U^{eff}}{\partial s}, \quad (16)$$

где $p_{\parallel} \equiv mu_{\parallel}$, $U^{eff} = V_g + MB$, $V_g = -\mu m/r$ – потенциал центрального гравитационного поля Земли. Уравнение (16) эквивалентно уравнению одномерного движения материальной точки массы m в потенциальном поле с эффективным потенциалом U^{eff} , анализ которого позволяет установить качественный характер возможных режимов движения НЧ.

Заметим, что в отличие от аналогичного (16) уравнения, описывающего дрейфовое движение заряженных корпускул высокой энергии в дипольном магнитном поле Земли (см., например, [20]), в рассматриваемом случае существенный вклад в эффективный потенциал U^{eff} дает потенциал гравитационного поля Земли. Для корпускул, влиянием гравитационного поля на которые можно пренебречь, U^{eff} имеет вид потенциальной ямы с минимумом при $s = 0$ (если дуговая координата s отсчитывается от точки пересечения силовой линии с магнитным экватором). В этом случае единственным возможным типом продольного движения представляются колебания частицы между зеркальными точками в разных полушариях. В рассматриваемом нами случае заряженной НЧ учет гравитационного потенциала приводит к появлению локального максимума потенциала при $s = 0$. При этом, если уровень полной энергии одномерного движения (зависящего от начальных параметров) превосходит значение U^{eff} в локальном максимуме, частица совершает колебания между зеркальными точками в разных полушариях. В противном случае единственным возможным типом движения частицы выступают периодические колебания в одной из потенциальных ям в Северном или Южном полушариях.

Перейдем теперь к точному определению условий реализации указанных режимов движения НЧ в ОКП.

Пусть НЧ инжектируется в ОКП на широте ψ_0 , а компоненты ее скорости: $v_{\perp 0} = w_0 = v_0 \sin \alpha_0$, $v_{\parallel 0} = v_0 \cos \alpha_0$, где $\alpha_0 = \angle(\mathbf{v}_0, \mathbf{B}_0)$ – так называемый питч-угол; v_0 – величина круговой скорости материнского тела. Можно показать, что в случае инжекции НЧ на круговой орбите с углом наклона $i \leq \pi/2$ к плоскости экватора для дипольной модели геомагнитного поля питч-угол α_0 связан с начальной широтой ψ_0 и углом наклона орбиты материнского тела соотношением

$$\sin^2 \alpha_0 = \frac{4 \sin^2 \psi_0 + \cos^2 i}{1 + 3 \sin^2 \psi_0}. \quad (17)$$

Из равенства (16) следует, что в процессе одномерного движения ВЦ частицы по фиксированной силовой линии в ведущей плоскости имеет место закон сохранения энергии:

$$\frac{p_{\parallel}^2 - p_{\parallel 0}^2}{2m} = -M(B - B_0) - (V_g - V_{g0}), \quad (18)$$

где $p_{\parallel} = mv_{\parallel}$, $p_{\parallel 0} = mv_{\parallel 0} = mv_{\parallel 0}$. Из соотношения (18) с учетом интеграла $M = \text{const}$ после

несложных преобразований получим выражение для продольной скорости ведущего центра НЧ:

$$u_{\parallel} = v_0 \sqrt{1 - \frac{B}{B_0} \sin^2 \alpha_0 - \frac{V_g - V_{g0}}{mv_0^2/2}}. \quad (19)$$

В случае когда v_0 совпадает с величиной круговой скорости материнского тела, последнее слагаемое в подкоренном выражении уравнения (19)

$$\frac{V_g - V_{g0}}{mv_0^2/2} = 2 \left(1 - \frac{r_0}{r} \right). \quad (20)$$

Для положений ВЦ на фиксированной силовой линии $r = r_{e0} \cos^2 \psi$ выражение (20) может быть записано в виде

$$\frac{V_g - V_{g0}}{mv_0^2/2} = -\frac{2(\cos^2 \psi_0 - \cos^2 \psi)}{\cos^2 \psi}. \quad (21)$$

Для дипольного магнитного поля [19] отношение

$$\frac{B}{B_0} = \frac{\eta(\psi)}{\eta(\psi_0)}, \quad (22)$$

где функция $\eta(\psi) = \sqrt{1 + 3 \sin^2 \psi} / \cos^6 \psi$.

С учетом уравнений (21) и (22) запишем формулу (19) в виде

$$u_{\parallel} = v_0 \sqrt{1 - \sin^2 \alpha_0 \frac{\eta(\psi)}{\eta(\psi_0)} + \frac{2(\cos^2 \psi_0 - \cos^2 \psi)}{\cos^2 \psi}}. \quad (23)$$

С другой стороны, продольная скорость ВЦ на фиксированной силовой линии

$$\begin{aligned} u_{\parallel} &= \frac{ds}{dt} = \frac{(dr^2 + r^2 d\psi^2)^{1/2}}{dt} = \\ &= r_{e0} \cos \psi (1 + 3 \sin^2 \psi)^{1/2} \frac{d\psi}{dt}. \end{aligned} \quad (24)$$

Подстановка соотношения (23) в левую часть выражения (24) приводит к уравнению, описывающему изменение широты ВЦ наночастицы в процессе ее движения по силовой линии в ведущей плоскости:

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{v_0}{r_{e0}} \frac{\sqrt{Q(\psi, \psi_0, i)}}{\cos \psi (1 + 3 \sin^2 \psi)^{1/2}}, \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} Q(\psi, \psi_0, i) &= 1 - \sin^2 \alpha_0(\psi_0, i) \frac{\eta(\psi)}{\eta(\psi_0)} + \\ &+ \frac{2(\cos^2 \psi_0 - \cos^2 \psi)}{\cos^2 \psi}, \end{aligned} \quad (26)$$

а функция $\sin^2 \alpha_0(\psi_0, i)$ определяется формулой (17).

УСЛОВИЯ ДЛИТЕЛЬНОГО УДЕРЖАНИЯ
НАНОЧАСТИЦЫ В ОКОЛОЗЕМНОМ
ПРОСТРАНСТВЕ

Используя уравнение (25), определим условия реализации возможных режимов движения ВЦ наночастицы в ОКП, не учитывая сначала эффект поглощения НЧ плотными слоями атмосферы.

В этом случае для заданных ψ_0 и i широта ψ , на которой может находиться ВЦ, как видно из (25), должна удовлетворять условию

$$Q(\psi, \psi_0, i) \geq 0. \tag{27}$$

Исследование функции $Q(\psi, \psi_0, i)$ показывает, что она (за исключением некорректных в дрейфовом приближении случаев $\alpha_0 = 0, \pi$) в промежутке $(-\pi/2, +\pi/2)$ может иметь либо 2 вещественных нуля $-\psi_r, \psi_r$ (случай 1), либо 4 вещественных нуля $-\psi_r^1, -\psi_r^2, \psi_r^1, \psi_r^2$ (случай 2). Тогда, учитывая, что при $\psi \rightarrow \pm \pi/2$ функция $Q \rightarrow -\infty$, условие (27) в случае 1 выполняется для положений ВЦ на широте ψ в промежутке $[-\psi_r, \psi_r]$, а в случае 2 – для положений ВЦ на широте ψ в промежутке $[\psi_r^1, \psi_r^2]$ (если $\psi_0 > 0$) или в промежутке $[-\psi_r^2, -\psi_r^1]$ (для $\psi_0 < 0$).

В соответствии с вышеизложенным вопрос о том, какой из указанных режимов движения НЧ реализуется в конкретном случае, сводится к вопросу о числе нулей (2 или 4) функции $Q(\psi, \psi_0, i)$ для заданных ψ_0 и i .

Можно показать, что эта функция имеет два нуля при выполнении одного из условий:

$$i < \psi^* \tag{28}$$

или

$$i > \psi^*, |\psi_0| < \tilde{\psi}(i). \tag{29}$$

Четыре нуля функция $Q(\psi, \psi_0, i)$ имеет при выполнении условий

$$i > \psi^*, |\psi_0| > \tilde{\psi}(i). \tag{30}$$

В соотношениях (28)–(30) ψ^* – положительный корень уравнения $(1 - 2\sin^2 \psi)\eta(\psi) = 1$, равный ~ 0.728858 рад ($\sim 41.7605^\circ$), а $\tilde{\psi}(i)$ – корень уравнения

$$\cos^2 i = (1 - 2\sin^2 \psi) \cdot (1 + 3\sin^2 \psi)\eta(\psi) - 4\sin^2 \psi,$$

находящийся для $i > \psi^*$ в промежутке $(0, i)$.

Как следует из соотношений (28)–(30), в случае инъекции НЧ на орбитах с углами наклона меньшими ψ^* для любых начальных положений точки инъекции реализуется первый из рассмотренных выше возможных режимов движения НЧ. В то же время для углов наклона орбиты

материнского тела больших ψ^* при инъекции НЧ на широтах $|\psi_0| < \tilde{\psi}(i)$ реализуется первый из рассмотренных выше возможных режимов движения НЧ, а для $|\psi_0| > \tilde{\psi}(i)$ – второй.

Сформулируем, наконец, условия, при которых НЧ, движущиеся в ОКП в рассмотренных режимах, не будут поглощаться плотными слоями атмосферы.

Обозначим через

$$\psi_a(\psi_0, r_0) = \arccos \sqrt{\frac{R_E \cos^2 \psi_0}{r_0}} \tag{31}$$

широту, на которой силовая линия $r = r_{e0} \cos^2 \psi$ пересекает границу плотных слоев атмосферы в северном полушарии. Высотой этой границы будем пренебрегать по сравнению с радиусом Земли R_E , считая, что она совпадает с поверхностью Земли.

Предположим, что начальные широта точки инъекции ψ_0 и угол наклона i удовлетворяют соотношениям (28) или (29). Наложим на r_0, ψ_0 и i условие

$$\psi_a(\psi_0, r_0) > \psi_r(\psi_0, i), \tag{32}$$

где ψ_r – положительный нуль функции $Q(\psi, \psi_0, i)$.

Нетрудно видеть, что при выполнении условий (28), (32) или (29), (32) будет иметь место режим длительного орбитального существования НЧ, при котором ВЦ наночастицы в ведущей плоскости периодически колеблется по отрезку силовой линии с экваториальным параметром r_{e0} между «зеркальными точками», расположенными в Северном и Южном полушариях над плотными слоями атмосферы. При этом вследствие азимутального дрейфа ВЦ точная траектория НЧ «заметает» тор, симметричный относительно плоскости экватора с осью, совпадающей с осью Земли. Качественно движение НЧ в ОКП в этом случае оказывается аналогичным движению заряженных частиц высокой энергии в радиационных поясах Земли.

Рассмотрим теперь случай, когда начальные широта точки инъекции ψ_0 и угол наклона i удовлетворяют соотношениям (30). Наложим на r_0, ψ_0 и i дополнительное условие

$$\psi_a(\psi_0, r_0) > \psi_r^2(\psi_0, i), \tag{33}$$

где ψ_r^2 – наибольший положительный нуль функции $Q(\psi, \psi_0, i)$.

При выполнении условий (30), (33) возникает второй режим длительного орбитального существования НЧ, при котором ВЦ наночастицы, не достигая плотных слоев атмосферы, в ведущей плоскости периодически колеблется по отрезку

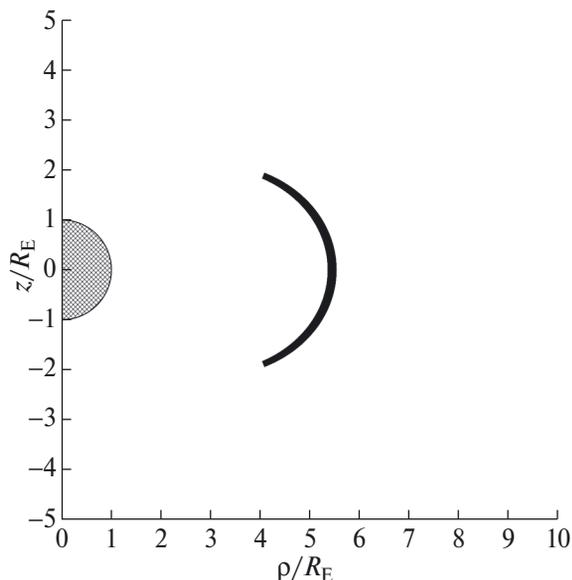


Рис. 1. Расчетная траектория НЧ в случае, когда наклонение начальной орбиты меньше критического.

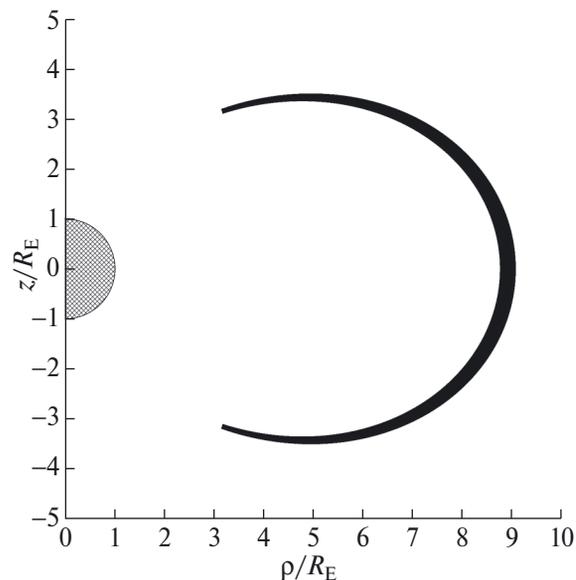


Рис. 2. Расчетная траектория НЧ в случае, когда наклонение начальной орбиты больше критического ψ^* , а начальная широта меньше критического значения $\tilde{\psi}$.

силовой линии с экваториальным параметром r_{e0} между «зеркальными точками», расположенными в том же полушарии, что и точка инжекции. При этом точная траектория НЧ «заметает» тор в Северном или Южном полушариях с осью, совпадающей с осью Земли.

Корректность сформулированных нами условий длительного орбитального существования НЧ, основанных на применении дрейфового приближения, была подтверждена сравнением с результатами численного интегрирования точного уравнения движения НЧ (уравнения (1)) с постоянным зарядом, равным равновесному заряду НЧ в плазменном слое. Расчеты проводились для случая сферической НЧ из оксида алюминия с радиусом 2 нм, заряженной до равновесного потенциала +8.3 В.

На рис. 1–3 приведены результаты расчета траекторий НЧ в ведущей плоскости, проходящей через НЧ и магнитную ось, в случае инжекции НЧ в ОКП на круговой орбите высотой $H = 25000$ км ($r_0 = 31378.14$ км) на промежутке времени от момента инжекции до 2 лет.

На рис. 1 представлена расчетная траектория НЧ для начального значения $i = 35^\circ$, удовлетворяющего условию (28), и $\psi_0 = 16.67^\circ$. Траектория на рис. 2 рассчитана для значений $i = 60^\circ$ и $\psi_0 = 41.56^\circ$, удовлетворяющих условию (29). Траектория на рис. 3 рассчитана для значений $i = 60^\circ$ (того же, что и в предыдущем случае)

и $\psi_0 = 45.19^\circ$, удовлетворяющих условию (30). Заметим, что для угла наклона $i = 60^\circ$ критическая широта $\tilde{\psi}(60^\circ) = 42.34^\circ$.

Нетрудно видеть, что во всех рассмотренных случаях движение НЧ по точной траектории обладает качественными свойствами, наличие которых может быть заранее предсказано теоретически

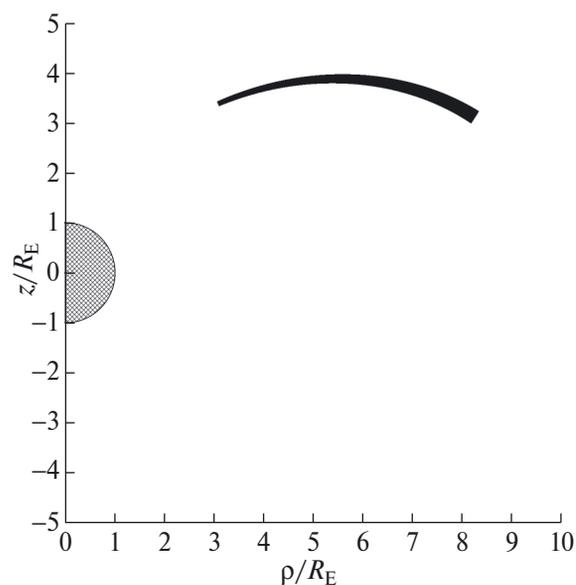


Рис. 3. Расчетная траектория НЧ в случае, когда наклонение начальной орбиты больше критического ψ^* , а начальная широта больше критического значения $\tilde{\psi}$.

с использованием сформулированных нами условий (28)–(30), (32), (33). Более того, в рассмотренных случаях расчетные значения минимальной ψ_{\min}^p и максимальной ψ_{\max}^p широты, на которых может находиться НЧ, становятся близкими к широте «зеркальных точек», определяющей нулями функции $Q(\psi, \psi_0, i)$. Например, в случае, представленном на рис. 1, $\psi_{\min}^p = -25.36^\circ$, $\psi_{\max}^p = 25.36^\circ$. В то же время теория дает в этом случае для минимальной и максимальной широты значения $\psi_{\min}^B = -\psi_r = -24.82^\circ$ и $\psi_{\max}^B = \psi_r = 24.82^\circ$. Для траектории, изображенной на рис. 2, $\psi_{\min}^p = -45.46^\circ$, $\psi_{\max}^p = 45.46^\circ$. Теоретические же значения минимальной и максимальной широты $\psi_{\min}^B = -\psi_r = -44.64^\circ$, $\psi_{\max}^B = \psi_r = 44.64^\circ$. В случае, представленном на рис. 3, $\psi_{\min}^p = 20.12^\circ$, $\psi_{\max}^p = 48.15^\circ$, а $\psi_{\min}^B = \psi_r^1 = 19.10^\circ$, $\psi_{\max}^B = \psi_r^2 = 47.29^\circ$.

ВЫВОДЫ

1. Аналитически определены условия реализации двух возможных режимов длительного орбитального существования техногенных наночастиц, движущихся в области кольцевого тока, в случае их инжекции в околоземное пространство на высокой круговой орбите. В каждом из указанных режимов ведущий центр наночастицы, не достигая плотных слоев атмосферы, в ведущей плоскости периодически колеблется по отрезку силовой линии с экваториальным параметром r_{e0} между «зеркальными точками», которые в первом режиме расположены в Северном и Южном полушарии, а во втором режиме – в том же полушарии, что и точка инжекции. Отметим, что возможность реализации указанных режимов движения НЧ в ОКП, показанная здесь аналитически, для НЧ с переменным зарядом была установлена нами в численных экспериментах, проведенных в работах [4, 8–10].

2. Корректность сформулированных условий подтверждена сравнением с результатами соответствующих численных экспериментов.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00038 (<https://rscf.ru/project/23-21-00038/>).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Колесников Е. К. Особенности орбитального движения субмикронных частиц в плазмосфере Земли // Космич. исслед. 2001. Т. 39. № 1. С. 100–105. (Cosmic Research. P. 92–97). <https://doi.org/10.1023/A:1002848114220>

2. Колесников Е. К., Чернов С. В. О размерах микрочастиц, захватываемых магнитным полем Земли, при различных уровнях геомагнитной активности // Космич. исслед. 2003. Т. 41. № 5. С. 558–560. (Cosmic Research. P. 526–527). <https://doi.org/10.1023/A:1026062603506>

3. Колесников Е. К., Чернов С. В. О возможности длительного орбитального существования субмикронных частиц, инжектируемых в околоземное космическое пространство на вытянутых эллиптических орбитах с низким перигеем // Космич. исслед. 2013. Т. 51. № 4. С. 287–293. (Cosmic Research. P. 254–260). <https://doi.org/10.1134/S0010952513030039>

4. Колесников Е. К., Чернов С. В. О возможности длительного орбитального существования в плазмосфере Земли наночастиц из материала с низким выходом фотоэмиссии // Космич. исслед. 2015. Т. 53. № 5. С. 388–394. (Cosmic Research. P. 354–359). <https://doi.org/10.1134/S001095251505007X>

5. Yakovlev A. B., Kolesnikov E. K., Chernov S. V. Analytical research of the possibility of long orbital existence of submicron particles in the Earth's plasmasphere by the methods of the KAM theory // J. Plasma Physics. 2017. V. 83. Art. ID. 905830306. <https://doi.org/10.1017/S0022377817000447>

6. Yakovlev A. B., Kolesnikov E. K., Chernov S. V. The restrictions on the assumption about conservations of parameters of orbit for submicron particles in the Earth's plasmasphere in light of the corotational electric field // J. Plasma Physics. 2018. V. 84. Art. ID. 905840613. <https://doi.org/10.1017/S0022377818001241>

7. Yakovlev A. B., Kolesnikov E. K., Chernov S. V. Investigation of the influence of the field of co-rotation on the possibility of the long-term orbital existence of submicron particles in the plasma-sphere of the Earth // Physics and Astronomy Intern. J. 2018. V. 2. Iss. 1. P. 48–53. <http://medcraveonline.com/PAIJ/PAIJ-02-00047.pdf>

8. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. About the possibility of magnetic and gravitational capture of the technogenic nanoparticles injected in the near-Earth space in high circular orbits. The Eighth Polyakhov's Reading: Proc. Intern. Scientific Conference on Mechanics // AIP Conference Proceedings. 2018. V. 1959. Art. No. 040009. <https://doi.org/10.1063/1.5034612>

9. Kolesnikov E. K., Chernov S. V. Exploring possible long orbital existence of submicronic man-made particles injected in the near-Earth space on geostationary orbit // Advances in Space Research. 2022. V. 69. Iss. 3. P. 1564–1577. <https://doi.org/10.1016/j.asr.2021.11.005>

10. Колесников Е. К., Чернов С. В. Времена жизни техногенных микрочастиц, инжектируемых в околоземное космическое пространство на геостационарной орбите // Космич. исслед. 2022. Т. 60.

- № 4. С. 307–314. (Cosmic Research. P. 275–281). <https://doi.org/10.1134/S0010952522040050>
11. *Horanyi M., Houpsis H.L.F., Mendis D.A.* Charged Dust in the Earth's Magnetosphere // *Astrophysics and Space Science*. 1988. V. 144. P. 215–229.
 12. *Kanal M.* Theory of current collection of moving spherical probes: Scientific Report. No. JS-5 / Space Physics Research Laboratory, University of Michigan. Ann Arbor. 1962.
 13. *Whipple E.C.* Potentials of surfaces in space // *Reports on progress in physics*. 1981. V. 44. P. 1197–1250.
 14. *Katz I., Parcs D.E., Mandell M.J. et al.* A three dimensional dynamic study of electrostatic charging in materials: Report NASA. No. CR-135256. 1977.
 15. *Draine B.T., Salpeter E.E.* On the Physics of Dust Grains in Hot Gas // *Astrophysical J.* 1979. V. 231. P. 77–94.
 16. *Prokopenko S.M.L., Laframboise J.G.* High-Voltage Differential Charging of Geostationary Spacecraft // *J. Geophysical Research*. 1980. V. 85. Iss. A8. P. 4125–4131.
 17. *Grard R.J.L.* Properties of the Satellite Photoelectron Sheath Derived from Photoemission Laboratory Measurements // *J. Geophysical Research*. 1973. V. 78. Iss. 16. P. 2885–2906.
 18. *Garrett H.B., DeForest S.E.* Time-Varying Photoelectron Flux Effects on Spacecraft Potential at Geosynchronous Orbit // *J. Geophysical Research*. 1979. V. 84. Iss. A5. P. 2083–2088.
 19. *Колесников Е.К., Чернов С.В., Яковлев А.Б.* О корректности канонической формулировки задачи движения субмикронных частиц в плазмосфере Земли // *Космич. исслед.* 2007. Т. 45. № 6. С. 499–504. (Cosmic Research. P. 471–475). <https://doi.org/10.1134/S0010952507060032>
 20. *Альвен Г., Фельтхаммар К.-Г.* Космическая электродинамика. 2-е изд. М.: Мир, 1967. 260 с.
 21. *Колесников Е.К., Филиппов Б.В.* Некоторые задачи эволюции заряженных частиц в поле магнитного диполя. Л.: Изд-во ЛГУ, 1974. 72 с.
 22. *Ленерт Б.* Динамика заряженных частиц: пер. с англ. М.: Атомиздат, 1967. 353 с.