

РАЗДЕЛ
ДИСКУССИИ

УДК 523.98; 523.165

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГИЛЬБЕРТА И СВОЙСТВА СОЛНЕЧНЫХ ЦИКЛОВ
В ПЕРЕМЕННЫХ “ОГИБАЮЩАЯ–МГНОВЕННАЯ ЧАСТОТА”

© 2024 г. И. Г. Шибяев*

Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения
радиоволн им. Н.В. Пушкова РАН (ИЗМИРАН), Москва, Троцк, Россия

*e-mail: ishib@izmiran.ru

Поступила в редакцию 06.04.2023 г.

После доработки 29.12.2023 г.

Принята к публикации 04.04.2024 г.

При анализе узкополосного сигнала часто используют преобразование Гильберта, что позволяет перейти к описанию процесса через медленно меняющиеся функции: огибающую (амплитуду) и, слабо зависящую от времени, характерную частоту сигнала — “мгновенную” частоту. По гладкости этих характеристик можно оценивать процесс и сопоставлять его в разные периоды. Этот подход применён при анализе спектральных компонент ряда среднемесячных чисел Вольфа. Такое описание основной и второй гармоник, дополненное свойствами длиннопериодной компоненты, дают достаточно полное представление о всем ряде среднемесячных чисел. В работе рассмотрено соответствие характеристик достоверных данных, при таком подходе, принятому описанию через параметры циклов (максимум цикла, длительности цикла и его ветви роста) и сконструирована “огибающая” максимумов циклов. Также представлена временная динамика “мгновенных” частот основной и второй гармоник всего ряда и отмечены значительные отличия в их поведении на интервалах соответствующих восстановленной и достоверной частям.

Ключевые слова: ряд чисел Вольфа, солнечный цикл, спектр, преобразование Гильберта.

DOI: 10.31857/S0016794024050116, EDN: QPXAIS

1. ВВЕДЕНИЕ

Интерес к индексам солнечной активности традиционно высок и мотивация этого, подробно изложенная в обзоре [Иванов-Холодный и Чертопруд, 1990], актуальна и сейчас. Цюрихский ряд среднемесячных чисел Вольфа W (или WSN — *Wolf sunspot number*) является наиболее представительным и широко используется в различных приложениях. Он включает достоверный ряд W_{tool} , опирающийся на регулярные инструментальные наблюдения начатые Р. Вольфом с 1849 г. [Friedli, 2016] и восстановленный ряд W_{rest} (с 1749 г. по 1849 г.). Многие исследователи опираются на весь ряд среднемесячных чисел Вольфа W ($W = W_{rest} \cup W_{tool}$), что мало аргументировано. Достаточно полный обзор этих вопросов представлен в монографии [Витинский и др., 1986].

Данная работа опирается на старую версию ряда W , что связано со следующими соображениями. При переходе к новой версии циклы $1 \div 21$ сохранили длительности цикла и ветви роста

(<https://www.sidc.be/silso/datafiles>). У групп циклов $1 \div 9$ и $11 \div 17$ отношение максимумов циклов обеих версий постоянно (обзор отношения показаний новой и старой версий ряда показан на рис. 1). Фактически свойства *16 циклов*, включая всю восстановленную часть ряда, сохранены и перенесены в новую версию. Начиная с 18 цикла трансформация имеет более сложный амплитудный характер (особенно циклы $22 \div 24$). Возникают вопросы о согласованности различных фрагментов, т.к. к “дефектам” старой версии добавятся “дефекты” перехода к новой. Наблюдения по новым правилам ведутся *восемь лет* (нет даже полного цикла) и наработки по старой версии вполне могут быть актуальными.

Ряд чисел Вольфа — это последовательность аperiодических всплесков. Чтобы выделить циклы и определить их стандартные (табличные) параметры опираются на ряд W^* , который получают из ряда ежемесячных чисел Вольфа W скользящим усреднением по 13 месяцам ($W \Rightarrow W^*$).

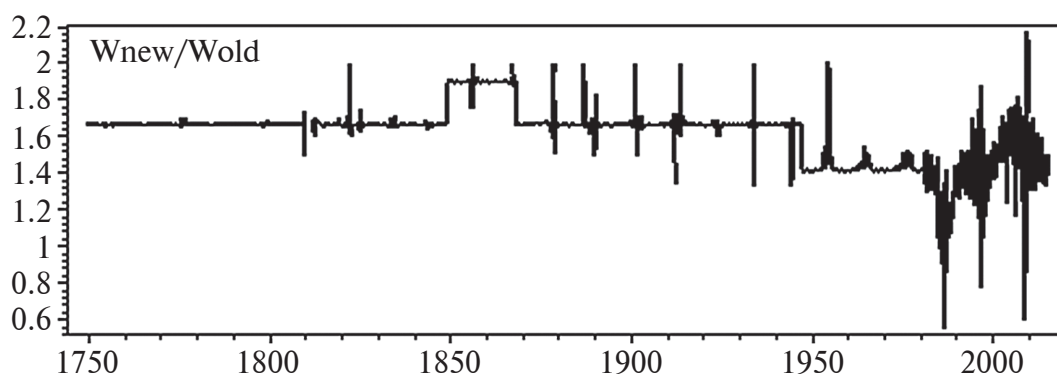


Рис. 1. Обзор отношения показаний новой и старой версий ряда WSN, ось OX — дата.

Усредненный ряд W^* , исходя из простых правил, разбивают на временные интервалы (циклы), которым сопоставляют длительность T_c , максимальное значение числа Вольфа W_m на этом интервале и момент времени достижения этого максимума T_m — длительность ветви роста ($T_m < T_c$). В рассматриваемой, старой версии ряда, мы имеем 23 полных цикла: циклы $1 \div 9$ соответствуют восстановленной, а циклы $10 \div 23$ достоверной частям ряда W . В работе [Shibaev and Ishkov, 2012] проведено сравнение статистических свойств достоверных и восстановленных циклов и отмечено их отличие.

Другой подход описания ряда W , через анализ его спектральных компонент, использован в работах [Ишков и Шибает, 2006; Шибает, 2008], где отмечены более существенные различия в поведении восстановленной и достоверной частей ряда. Для анализа выделенных спектральных компонент применялось преобразование Гильберта [Бендат и Пирсол, 1989], традиционно используемое в радиотехнике [Гоноровский, 1986]. Преобразование позволяет анализ узкополосного сигнала ($\Delta f/f_0 \ll 1$, где f_0 — характерная частота сигнала, а Δf — его спектральная ширина) свести к анализу медленно меняющихся, с характерным временем $\sim 1/\Delta f$, функций, задавая правила выделения огибающей и фазы узкополосного сигнала, и по их гладкости оценивать характер процесса. Применяя преобразование к узкополосному сигналу, мы переходим к медленно меняющимся функциям — огибающей (амплитуде) и “мгновенной” частоте этого сигнала.

Целью данной работы является показ соответствия описания циклов в переменных “огибающая—мгновенная частота” их традиционному представлению (W_m , T_c , T_m) и демонстрация возможностей такого подхода.

2. СПЕКТРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЯДА ЧИСЕЛ ВОЛЬФА

В работе [Шибает, 2008], исходя из характера спектра, ряд W был разбит на пять спектральных интервалов со следующими временными периодами в годах: P1 [$24 < T$], P2 [$6.8 < T < 24$], P3 [$4.26 < T < 6.8$], P4 [$1.66 < T < 4.26$], P5 [$T < 1.66$]. Напомним роль этих компонент. Сумма длиннопериодной составляющей P1(W) и основной гармоники P2(W) (окрестность основной гармоники f^* , $T^* = 1/f^* \sim 130$ месяц) отражает основные временные и амплитудные характеристики циклов. Ряд P3(W) корректирует ветви роста и спада. Составляющая P4(W) трансформирует гладкий рельеф циклов за счет квазидвухлеток — появляются локальные максимумы, возможно смещение основного максимума, т.е. циклы приобретают более индивидуальный вид. Высокочастотный остаток P5(W) включает годовую и 155-d гармоники. Далее мы акцентируем внимание на достоверных данных, т.е. характеристиках ряда W_{tool} . Его спектр и основные компоненты разложения с их свойствами представлены на рис. 2.

Амплитудный спектр ряда с маркированными базовыми спектральными интервалами демонстрирует рис. 2а (ось X в обратных месяцах — $1/\text{мес.}$). Обзор временной динамики компонент P1 $\div$ P3, легко дифференцируемых по характеру их поведения, показан на рис. 2б, где видны сопоставимый вклад длиннопериодной составляющей P1 с основной гармоникой P2 и корректирующая роль второй гармоники P3. На нижней части рисунка слева (рис. 2в) сопоставлены средние значения циклов (отмечены $\square$) и средние значения P1(W_{tool}) на интервале, соответствующем этому циклу (маркированы $+$). Для группы циклов $10 \div 23$ коэффициент корреляции указанных характеристик равен 0.98. Совпадение показаний позволяет трактовать длиннопериодную составляющую ряда W как сумму основной гармоники и ее высших гармоник.

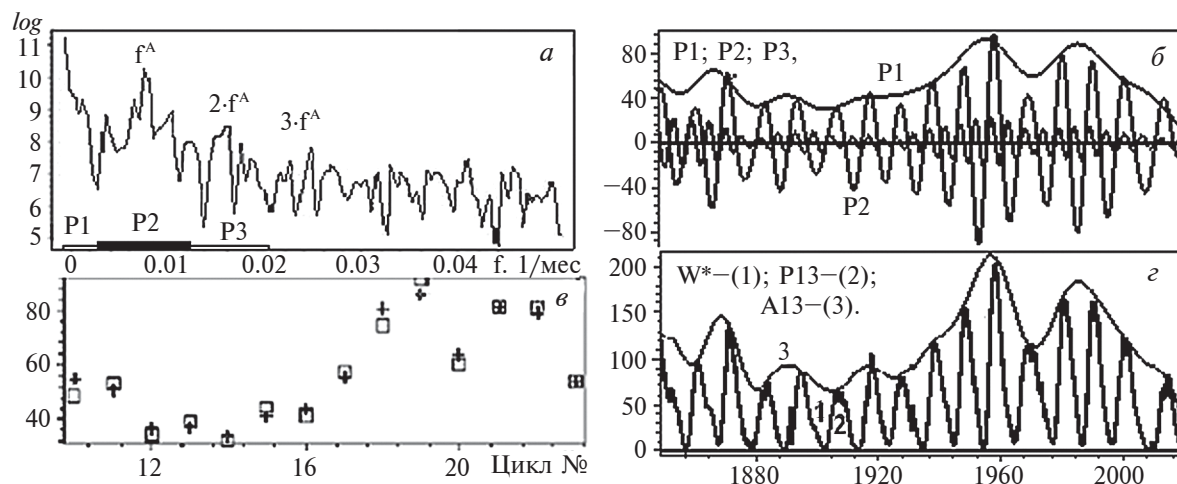


Рис. 2. (а) – спектр ряда W_{tool} , ось ОХ в обратных месяцах; (б) – обзор компонент $P1 \div P3$, ось ОХ – дата; (в) – средние значения циклов ($\square$) и средние значения $P1(W_{tool})$ ($+$) на соответствующих этим циклам интервалах, ось ОХ – номер цикла; (г) – сопоставление рядов W^* , $P13$ и обзор сконструированного ряда $A13$, ось ОХ – дата.

риодную компоненту ряда, как геометрическое место (или огибающую) средних значений циклов. На рис. 2г сопоставлены сумма компонент $P1 \div P3$ ($P13 = P1 + P2 + P3$) и ряд W^* (ряд W усредненный по 13 месяцам), видна их близость (у рис. 2г и рис. 2б общая временная ось X). Можно заключить, что поведение солнечных циклов хорошо описывается в этом приближении и разумно сопоставить характеристики циклов и свойства ряда $P13(W_{tool})$.

3. ПРЕДСТАВЛЕНИЕ “ОГИБАЮЩАЯ–МГНОВЕННАЯ ЧАСТОТА” ДЛЯ ОСНОВНОЙ И ВТОРОЙ ГАРМОНИК

Вычисляя для выборки T_c достоверных циклов среднее значение T_{cp} и квадратный корень из центрального момента второго порядка ΔT получим: $T_{cp} = 131$ месяц, $\Delta T = 10$ месяцев. Наличие слабо размытого периода ($\Delta T/T_{cp} \ll 1$) и послужило основанием применения преобразования Гильберта.

Часто узкополосный сигнал представляют в виде $x(t) = A(t) \cdot \cos(\Theta(t))$, а используя преобразование Гильберта снимают неоднозначность в выборе связи между амплитудой $A(t)$ и фазой $\Theta(t)$. Если $y(t)$ – преобразование Гильберта функции $x(t)$, то переходим к представлению “огибающая $A(t)$ – мгновенная частота $F(t)$ ” через простые соотношения:

$$\begin{aligned} A(t) &= [x(t)^2 + y(t)^2]^{1/2}, \Theta(t) = \\ &= \arctg[y(t)/x(t)], F(t) = (1/2\pi) d\Theta(t)/dt \end{aligned} \quad (1)$$

и представлению сигнала в форме:

$$x(t) = A(t) \cos \left(2\pi \int_0^t F(\tau) d\tau + \psi(0) \right), \quad (2)$$

где значение начальной фазы $\psi(0)$ зависит от выбора (положения) начала временной оси.

Применяя процедуры (1) к рядам $P2(W_{tool})$ и $P3(W_{tool})$, мы переходим к соответствующим медленно меняющимся огибающим (амплитудам) $A[P2]$, $A[P3]$ и “мгновенным” частотам в обратных месяцах $F[P2]$, $F[P3]$, обзор которых представлен на рис. 3. (слева – результаты для $P2(W_{tool})$, справа – для $P3(W_{tool})$, ось X – дата).

Проведем некоторые сопоставления и оценки. Найденные огибающие $A[P2]$ и $A[P3]$ для компонент $P2$ и $P3$, представленные на верхней части рис. 3, хорошо отслеживают их поведение. Далее, от основной частоты f^* и её окрестности, а также $2 \cdot f^*$ и её окрестности, мы переходим к мгновенным частотам $F[P2]$ и $F[P3]$, как функциям времени. Эти зависимости и их средние значения представлены на средней части рисунка. Обратная величина среднего значения мгновенной частоты $F[P2]$ равна 133 месяцам (для $F[P3]$ – 66.5 мес.), что соответствует среднему значению T_{cp} – выборки T_c достоверных циклов и периоду основной гармоники $T^* = 1/f^*$. Видно, что четыре явных минимума $F[P2]$, отмеченные серой заливкой, легли на самые длинные циклы 11, 13, 20 и 23, также выделяются группы коротких циклов 15–19 и 21–22 с $T_c < 133$ мес. (средний рисунок – слева). Подобные связи, отражающие длительность циклов, проявляются и для $F[P3]$, но с бо-

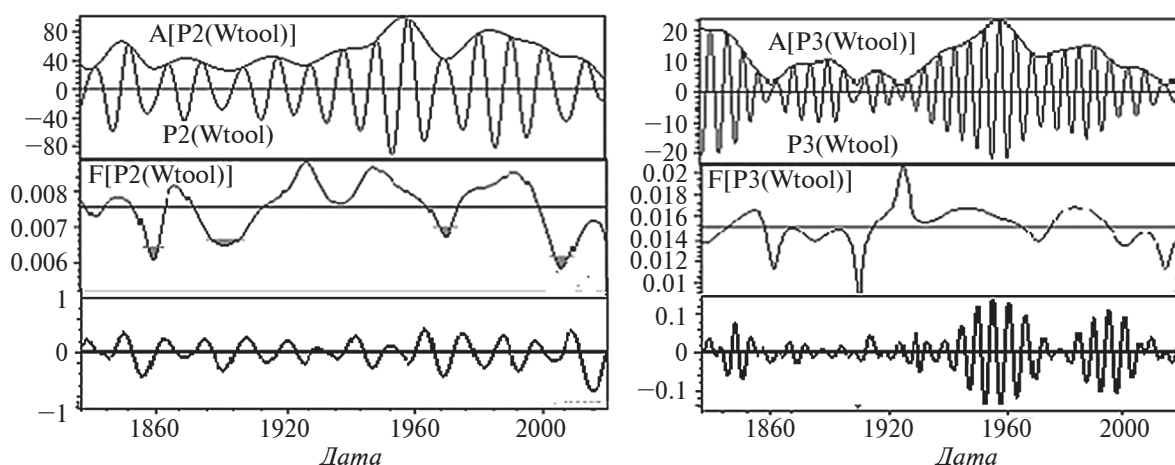


Рис. 3. Представление “огibaющая—мгновенная частота” компонент P2 (левая сторона) и P3 ряда *Wtool*. На нижней панели рисунка представлена разность между рядами P2(*Wtool*) / P3(*Wtool*) и их узкополосными образами. По оси OX — дата.

лее четкой индикацией перехода к коротким циклам — левая окрестность 1920 г. (средний рисунок — справа).

Соответствие реального сигнала его упрощенному представлению (2) служит критерием успешности применения преобразования Гильберта. Для сопоставления рядов P2(*Wtool*) / P3(*Wtool*) с их узкополосными образами (2), удобно представить $F(t) = F^\circ + dF(t)$, где F° — характерная частота процесса. Для циклов $10 \div 23$ за $t=0$ берем начало десятого цикла с естественным выбором $F^\circ = f^*$ (т.е. $1/130 \text{ мес}^{-1}$) для образа P2(*Wtool*) и $F^\circ = 2 \cdot f^*$ для образа P3(*Wtool*) и получаем следующее представление образов:

$$\begin{aligned} A[P2(t)] \cdot \cos \left(2 \cdot \pi \cdot f^\pm \cdot t + 2 \cdot \pi \cdot \int_0^t dF2(\tau) d\tau + \psi(0) \right), \\ A[P3(t)] \cdot \cos \left(4 \cdot \pi \cdot f^\pm \cdot t + 2 \cdot \pi \cdot \int_0^t dF3(\tau) d\tau + \psi(0) \right), \end{aligned} \quad (3)$$

где $dF2(t) = F[P2(t)] - f^*$, $dF3(t) = F[P3(t)] - 2f^*$, а из условий $P2(t=0) = A[P2(t=0)] \cdot \cos(\psi(0))$ и $P3(t=0) = A[P3(t=0)] \cdot \cos(\psi(0))$ находим $\psi(0)$ с соответствующими значениями 3.456 и 2.663. На нижней части рис. 3 представлена разность между рядами P2(*Wtool*) / P3(*Wtool*) и их образами (3), видно хорошее соответствие.

Суммируя всё вышесказанное можно сказать, что представление “огibaющая $A(t)$ — мгновенная частота $F(t)$ ” ряда *Wtool* адекватно отражает свойства достоверных циклов.

Теперь оценим соответствие (или степень согласованности) данных восстановленной и достоверной частей ряда *W*. История и методы формирования ряда *Wrest* ставят вопрос о надежности этих данных, так как при объединении отрывочных данных [Nathaway, 2015] с различными плотностью наблюдений, амплитудным разрешением и масштабированием искажутся, естественно, локальные характеристики регистрируемого процесса и взаимосвязь временных фрагментов разного масштаба. Для оценки качества данных ряда *Wrest* достаточно для всего ряда *W* рассмотреть в представлении “огibaющая—мгновенная частота” его основную P2(*W*) и вторую P3(*W*) гармоники. Поведение “мгновенных” частот $F[P2(W)]$ и $F[P3(W)]$, после вычитания их средних, с 1749 года демонстрирует рис. 4, где нижней маркировкой выделена область достоверных данных. Явно проявляются искажения в области восстановленных данных и их степень возрастает с удалением в прошлое.

Характеристики временной области примыкающей к 1849 году, т.е. область циклов 8 и 9 (верхняя маркировка) наименее искажена. Видим очень неровную временную динамику основных компонент восстановленного ряда, что вполне соответствует его “истории формирования”, отмеченной выше.

Некоторое представление о “качестве” циклов 8 и 9 получим оценивая корреляционную связь между Tm и Wm (правило Вальдмайера) для двух вариантов выборок циклов: $(1 \div 9)$ & $(10 \div 23)$; $(1 \div 7)$ & $(8 \div 23)$. Для малых выборок, без нормального распределения исследуемых величин, более эффективным считается критерий Ширахатэ

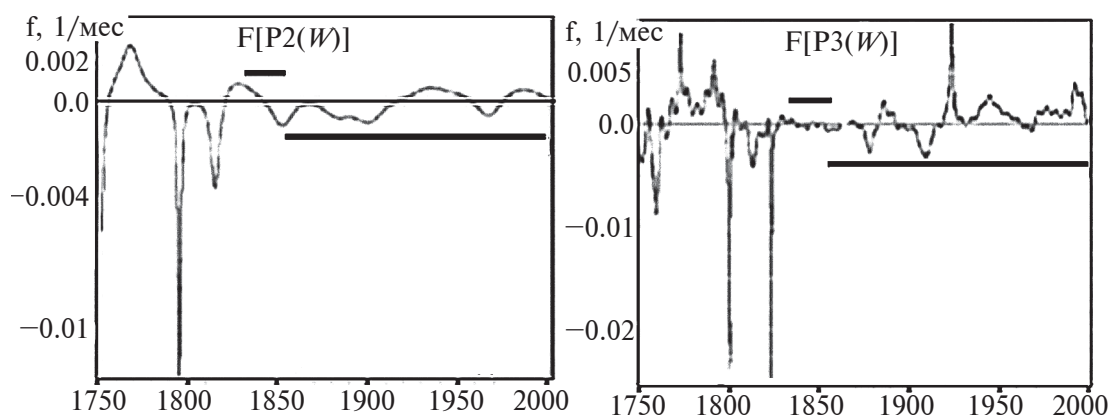


Рис. 4. Обзор “мгновенных” частот компонент P2 (слева) и P3 всего ряда W , ось OX — дата.

[Shirahate, 1981]. В первом случае признается отрицательная корреляция между Tm и Wm , с достоверной вероятностью $\alpha=0.95$, для обеих групп циклов. Во втором случае для циклов $1\div 7$ эта связь фактически теряется, а для циклов $8\div 23$ сохраняется, но ослабевает. Т. е. циклы 8, 9 улучшают качество циклов ряда W_{rest} и ухудшают для циклов ряда W_{tool} .

Отметим, что попытка сбалансировать временные характеристики циклов ряда W_{rest} за счет “потерянного” цикла предпринята в работе [Usoskin et al., 2003]. Также критическое отношение к восстановленному ряду выражает ряд авторов симпозиума 1978 г. — “Солнечно-земные связи, погода и климат” [Solar-Terrestrial Influences ..., 1979].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе сопоставлены два подхода к представлению и анализу ряда ежемесячных чисел Вольфа:

- через характеристики спектральных компонент и их временную динамику;
- через параметры фрагментов, на которые разбивают ряд, т.е. циклы.

Опираясь на ряд ежемесячных чисел Вольфа без “квазидвухлеток” мы, через преобразование Гильберта, переходим к представлению “огibaющая $A(t)$ — мгновенная частота $F(t)$ ” для основной и второй гармоник ряда. Теперь пять компонент — $A[P2]$, $F[P2]$, $A[P3]$, $F[P3]$ и $P1$ — определяют основные свойства ряда W . Выше, для различных комбинаций этих компонент, было показано хорошее соответствие их свойств амплитудным и временным характеристикам циклов. Дополним это сопоставление следующей

конструкцией: $A13 = P1(W_{tool}) + A[P2(W_{tool})] + A[P3(W_{tool})]$, которая на рис. 2г наложена на ряды $P1$ и W^* . Можно сказать, что данная комбинация позволила сконструировать “огibaющую” максимумы достоверных циклов. Ряд $A13$, описывающий как амплитудные, так и временные свойства максимумов циклов, может быть полезен при реконструкции или прогнозировании солнечной активности.

В завершении сформулируем кратко основные результаты работы:

- показано соответствие средних значений циклов и средних значений соответствующих им интервалов ряда $P1(W_{tool})$;
- временная динамика компонент $P2(W_{tool})$ и $P3(W_{tool})$ хорошо отслеживается огibaющими $A[P2]$ и $A[P3]$;
- характер поведения “мгновенных” частот $F[P2(W_{tool})]$ и $F[P3(W_{tool})]$ отражает временные свойства циклов;
- отмечено хорошее соответствие рядов $P2(W_{tool}) / P3(W_{tool})$ их узкополосному представлению;
- подчеркнуты существенные отличия (рассогласованность) в поведении спектральных компонент восстановленной и достоверной частей ряда W ;
- можно говорить, при определенных оговорках, о включении циклов 8 и 9 в статистику достоверных циклов;
- конструирование “огibaющей” максимумы циклов — это пример, демонстрирующий возможности данного подхода.

Более ранние попытки применения преобразования Гильберта к солнечным данным отражены в [Витинский и др., 1986].

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарит Ишкова В.Н. за внимание к работе.

ФИНАНСИРОВАНИЕ РАБОТЫ

Данная работа финансировалась за счет средств бюджета института. Никаких дополнительных грантов на проведение или руководство данным исследованием получено не было.

КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 540 с. 1989.
- Витинский Ю.И., Копецкий М., Куклин Г.В. Статистика пятнообразовательной деятельности Солнца. М.: Наука, 296 с. 1986.
- Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 512 с. 1986.
- Иванов-Холодный Г.С., Чертопруд В.Е. Солнечная активность // Исследование космического пространства. Т. 33. С. 3–99. 1990. (Итоги науки и техники. ВИНТИ АН СССР)
- Ишков В.Н., Шibaев И.Г. Циклы солнечной активности: общие характеристики и современные границы прогнозирования // Изв. РАН Сер. физ. Т. 70. № 10. С. 1439–1442. 2006.
- Шibaев И.Г. Оценка восстановленной части ряда чисел Вольфа и возможность её коррекции // Астрономический вестн. Т. 42. № 1. С. 66–74. 2008.
- Friedli Th.K. Sunspot Observations of Rudolf Wolf from 1849 – 1893 // Solar Physics. V. 291. № 9–10. P. 2505–2517. 2016. <https://doi.org/10.1007/s11207-016-0907-0>
- Hathaway D.H. The Solar Cycle // Living Rev. Solar Phys. V. 12. № 4. 2015. <https://doi.org/10.1007/lrsp-2015-4>.
- Shibaev I., Ishkov V. Investigation of the statistical characteristics of Wolf numbers reliable series: Signs of solar cycles likelihood // Proceedings of Seventh Scientific Conference with International Participation SES 2011, Sofia, Bulgaria, 29 November – 01 December 2011. p. 297–301. 2012.
- Shirahate S. Intraclass rank tests for independence // Biometrika. V. 68. № 2. P. 451–456. 1981.
- Solar-Terrestrial Influences on Weather and Climate // Proceeding of a Symposium. The Ohio State University, Columbus, Ohio, 24–28 August 1978. Dordrecht, Holland. 348 p. 1979.
- Usoskin I.G., Mursula K., Kovaltsov G.A. The lost sunspot cycle: Reanalysis of sunspot statistics // Astron. Astrophys. V. 403. № 2. P. 743–748. 2003.

Hilbert Transformation and Properties of Solar Cycles in “Envelope–Instantaneous Frequency” Variables

I. G. Shibaev*

*Pushkov Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere and Radio Wave Propagation
Russian Academy of Science (IZMIRAN), Troitsk, Moscow, Russia*

**e-mail: ishib@izmiran.ru*

During analyzing a narrowband signal, the Hilbert transform is often used, which makes it possible to describe the process through slowly changing functions: the envelope (amplitude) and, weakly dependent on time, the characteristic frequency of the signal - the “instantaneous” frequency. Based on the smoothness of these characteristics, one can evaluate the process and compare it at different periods. This approach was used to analyze the spectral components of a series of average monthly Wolf numbers. This description of the main and second harmonics, supplemented by the properties of the long-period component, gives a fairly complete picture of the entire series of monthly averages. The work examines the correspondence of the characteristics of reliable data, with this approach, to the accepted description through the parameters of cycles (maximum of the cycle, duration of the cycle and its growth branches) and constructs an “envelope” of the maxima of the cycles. The time dynamics of the “instantaneous” frequencies of the fundamental and second harmonics of the entire series are also presented and significant differences in their behavior are noted in the intervals corresponding to the reconstructed and reliable parts.

Keywords: Wolf sunspot number, solar cycle, spectrum, Hilbert transform.