АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2024, том 101, № 5, с. 408–424

ГАЗОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АККРЕЦИИ НА НЕЙТРОННУЮ ЗВЕЗДУ С УЧЕТОМ ВЯЗКОСТИ И ВЛИЯНИЕ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ВИХРЕЙ НА ПЕРЕДАЧУ МОМЕНТА ИМПУЛЬСА

© 2024 г. А. Г. Аксенов[1,*], В. М. Чечеткин[1,2]

[1]*Институт автоматизации проектирования Российской академии наук, Москва, Россия*

[2]*Институт прикладной математики им М. В. Келдыша Российской академии наук, Москва, Россия*

**E-mail: aksenov@fastmail.fm*

Поступила в редакцию 04.12.2023 г.
После доработки 29.02.2024 г.
Принята в печать 11.03.2024 г.

Работа посвящена построению газодинамической модели аккреционного диска вокруг нейтронной звезды (НЗ). Разработанный многомерный код используется для исследования устойчивости стационарных аксиально симметричных моделей путем проведения эволюционных расчетов в 3D геометрии с учетом вязкости, а также с учетом диффузии излучения в 2D. Показано, что произвольный стационарный аксиально симметричный диск с монотонным уменьшением плотности с цилиндрическим радиусом переходит, благодаря вязкости, торможению и растеканию вещества по НЗ в новую квазистационарную тороидальную конфигурацию. Исследование устойчивости стационарной тороидальной конфигурации подтвердило формирование крупномасштабных вихревых структур при первоначальном периодическом возмущении угловой скорости по азимуту теперь уже с учетом «турбулентной» вязкости, а не схемной. Оказалось, что наличие крупномасштабных структур приводит к ускорению торможения, т. е. к эффективному увеличению вязкости.

Ключевые слова: нейтронная звезда, аккреционый диск, гамма всплеск, консервативная конечно-разностная схема

DOI: 10.31857/S0004629924050024 **EDN:** JNZYJO

1. ВВЕДЕНИЕ

Задача об аккреции вещества на нейтронную звезду (НЗ) привлекает внимание исследователей в силу малого количества свободных параметров задачи и наличия обширных наблюдений. Класс задач в физике с малым количеством параметров ограниченный. Центральное гравитирующее тело — это НЗ. Расчеты эволюции ядер массивных звезд приводят к характерным массам образующихся НЗ вблизи максимума масс [1], для невращающейся НЗ это $M_{\rm NS} = 1.4M_{\odot}$. Радиус такой звезды составляет примерно $R_{\rm NS} = 10$ км [2]. Тогда характерная скорость аккрецирующего вещества, движущегося вблизи поверхности НЗ, достигает значения $\sqrt{GM_{NS} / r_{NS}} = 1.36 \times 10^{10}$см/с$= 0.45c$, сравнимого со скоростью света c. Чтобы проверить справедливость предположения об уравновешивании гравитации центробежной силой вещества и малости роли градиента давления вещества диска следует принять удельную внутреннюю энергию равной удельной кинетической энергии: $\varepsilon = (0.45c)^2 / 2$. При торможении диска за счет вязкости кинетическая энергия переходит во внутреннюю. При плотности аккрецирующего вещества в пределах 1 г/см^3 основная доля внутренней энергии будет приходиться на второй член, отвечающий излучению,

$$\varepsilon(\rho,T) = \frac{(0.45c)^2}{2} = \frac{3}{2}\frac{2}{m_p}k_{\rm B}T + \frac{3\pi^2}{15(c\hbar)^3}\frac{1}{\rho}(k_{\rm B}T)^4.$$

Действительно, доля внутренней энергии в веществе (протонах и электронах) сравняется с излучением, и их сумма достигнет значения кинетической энергии,

$$\frac{(0.45c)^2}{2} = 2\cdot\frac{3}{2}\frac{2}{m_p}k_{\rm B}T = 2\cdot\frac{3\pi^2}{15(c\hbar)^3}\frac{1}{\rho}(k_{\rm B}T)^4,$$

при температуре 1.8×10^{11} K и ядерной плотности 5.2×10^{13} г/см^3. Мы же интересуемся много меньшими плотностями в диске порядка 1 г/см^3, при которых

подавляющая доля внутренней энергии придется на излучение,

$$\frac{(0.45c)^2}{2} = \frac{3\pi^2}{15(c\hbar)^3}\frac{1}{\rho}(k_{\rm B}T)^4,$$

с характерной температурой

$$T = \sqrt[4]{\rho\ /\ (\text{г}/\text{см}^3)}\cdot 2.5\times 10^8 K = $$
$$= \sqrt[4]{\rho\ /\ (\text{г}/\text{см}^3)}\cdot 25\,\text{кэВ},$$

слабо зависящей от плотности, отвечающей рентгеновскому излучению.

Эта температура много меньше $m_e c^2 = 511$ кэВ, значит электроны нерелятивистские. Остается проверить вырожденные ли они или нет? Энергия Ферми при нулевой температуре без учета массы нерелятивствских частиц равна [3]

$$\varepsilon_{\rm F} = k_{\rm B}T_{\rm F} = \frac{(3\pi^2\hbar^3\rho\ /\ m_p)^{2/3}}{2m_e},$$

для протонного газа плотностью 1 г/см^3 получим $T_{\rm F} = 3.0\times 10^3$ K, что много меньше 25 кэВ.

Полагая вытягивание массы из звезды-компаньона двойной системы с НЗ вдали от НЗ и ожидая сохранение удельного момента импульса жидкой частицы $v_\phi\varpi$ (ϖ — цилиндрический радиус), мы видим, что набор кинетической энергии перед падением вещества на НЗ обеспечит гравитация. И ожидаемая эффективность получения излучения из темпа аккреции массы равна

$$\dot{E} = \frac{v_\phi^2}{2}\dot{M} = 0.1c^2\dot{M}.$$

Стоит обратить внимание на еще один универсальный параметр задачи — угловую скорость вблизи экватора НЗ при пренебрежении градиентом давления в сравнении с центробежной силой, и соответствующий ей период обращения вещества:

$$\Omega_0 = \frac{\sqrt{GM_{\rm NS}\ /\ r_{\rm NS}}}{r_{\rm NS}} = 1.36\times 10^4\ \text{с}^{-1},$$
$$T = \frac{2\pi}{\Omega_0} = 0.46\ \text{мс}.$$

Целью данной работы является построение газодинамической модели движения газа в окрестностях НЗ с учетом вязкости и переноса излучения в рамках диффузии с ограничением потоков и, с учетом уравнения состояния реального газа в многомерном случае, исследование устойчивости аккреционного диска. Мы исходим из предположения малого темпа аккреции. Выбрав произвольную стационарную начальную модель распределения вращающего вокруг НЗ диска с монотонным уменьшением плотности при увеличении радиуса за счет действия вязкости и потерь энергии на излучение, путем эволюционных многомерных расчетов мы получили торможение, растекание вещества по поверхности НЗ и новое квазистационарное состояние в виде тора с максимумом плотности на некотором удалении от НЗ.

В силу особенности постановки задачи, учитывающую большу́ю область диска в расчетах, мы в состоянии воспроизвести только начальную стадию сдвиговой неустойчивости до перестроения решения из диска в тор при наличии высокой плотности вблизи НЗ в 3D расчетах с вязкостью и без учета потерь энергии излучения. Интересный вопрос о неустойчивости пограничного слоя тора при малой плотности на границе НЗ остался за рамками детального рассмотрения. Однако замещение вещества излучением из-за роста температуры за счет вязкости у поверхности НЗ позволяет усомниться в реализации сценария сдвиговой неустойчивости, и обосновать с помощью такой неустойчивости высокую турбулентную вязкость в прямом многомерном расчете не получается.

Задав произвольное возмущение угловой скорости по азимуту в узком кольце вблизи экваториальной плоскости, мы также демонстрируем важность рассмотрения крупномасштабных вихревых структур, как при отсутствии вязкости [4, 5], так и при ее учете в более реалистичном, на наш взгляд, начальном тороидальном распределении вещества диска, касающегося НЗ в узкой области — по линии на экваторе. Такие возмущения с конечной амплитудой реализуются за счет действия приливных сил [6]. И они оказывают качественное влияние на торможение газа о поверхность НЗ, как показывают проведенные 3D расчеты с учетом вязкости.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем использовать сферические координаты. Рассматриваем сдвиговую вязкость и преобладающую роль в вязкости производных угловой скорости. Будем считать $|v_r|, |v_\theta| \ll |v_\phi|$ и их производные малыми в вязкости. Пренебрежем также при расчете вязкости дивергенцией скорости div$\mathbf{v}$. Тогда при расчете вязкости остаются производные v_ϕ по r и θ, отвечающие сдвигу угловой скорости $\Omega = v_\phi\ /\ (r\sin\theta)$:

$$\sigma'_{rr},\sigma'_{\theta\theta},\sigma'_{\phi\phi},\sigma'_{r\theta} = 0,$$
$$\sigma'_{\theta\phi} = \eta\sin\theta\frac{\partial\Omega}{\partial\theta},$$
$$\sigma'_{r\phi} = \eta r\sin\theta\frac{\partial\Omega}{\partial r}.$$

Закон сохранения массы:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2\rho v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\times$$
$$\times\frac{\partial(\sin\theta\rho v_\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\rho v_\phi)}{\partial\phi} = 0.$$

Для наглядности представления вязких членов мы вместо законов сохранения импульса и энергии далее запишем уравнения движения:

$$\rho\left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_r}{\partial\theta} + \frac{v_\phi}{r\sin\theta}\frac{\partial v_r}{\partial\phi}\right) -$$
$$-\frac{\rho(v_\theta^2 + v_\phi^2)}{r} + \frac{\partial P}{\partial r} = \rho g_r, \quad (1)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial\theta} + \frac{v_\phi}{r\sin\theta}\frac{\partial v_\theta}{\partial\phi}\right) -$$
$$-\frac{\cos\theta\,\rho v_r v_\theta}{r\sin\theta} + \frac{1}{r}\frac{\partial P}{\partial\theta} = 0, \quad (2)$$

$$\rho\left(\frac{\partial v_\phi}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_\phi}{\partial\theta} + \frac{v_\phi}{r\sin\theta}\frac{\partial v_\phi}{\partial\phi}\right) +$$
$$+\frac{\rho v_r v_\phi}{r} + \frac{\rho\cos\theta\, v_\theta v_\phi}{r\sin\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial P}{\partial\phi} =$$
$$= \frac{\sin\theta}{r^3}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^4\eta\frac{\partial\Omega}{\partial r}\right) + \frac{1}{r\sin^2\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin^3\theta\,\eta\frac{\partial\Omega}{\partial\theta}\right), \quad (3)$$

и уравнение для внутренней энергии с учетом диффузии излучения:

$$\rho\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} + v_r\frac{\partial\varepsilon}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\theta} + \frac{v_\phi}{r\sin\theta}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\phi}\right) +$$
$$+P\left(\frac{1}{r^2}\frac{\partial r^2 v_r}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\sin\theta v_\theta}{\partial\theta} + \frac{v_\phi}{r\sin\theta}\frac{\partial v_\phi}{\partial\phi}\right) =$$
$$= \eta\sin^2\theta(r^2\Omega_r^2 + \Omega_\theta^2) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2\kappa T_r)}{\partial r} +$$
$$+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{(\partial\sin\theta\kappa T_\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial(\kappa T_\phi)}{\partial\phi}. \quad (4)$$

Газодинамическая часть использует PPM схему высокого порядка точности, основанную на решении задачи о распаде разрыва [7], хорошо описывающую разрывы, включая контактные. Свойство необходимо для обеспечения сохранения момента импульса в схеме сквозного счета, не отделяющей аккреционный газ от вакуумной области на неподвижной эйлеровой сетке. В расчетах используется регулярная сетка в криволинейных ортогональных координатах. Неизвестные плотность, импульс, энергия — это средние значения по объемам расчетных ячеек, а используемые в газодимической части потоки определяются на границах ячеек, так обеспечивается консервативность схемы. Газодинамическая часть считается по явной схеме, имеет ограничение на временно́й шаг, условие Куранта. Шаг по времени Δt ограничен скоростью распространения характеристики $v_s + |\boldsymbol{v}|$ по интервалу сетки Δx, $\Delta t < \Delta x / (v_s + |\boldsymbol{v}|)$ при интегрировании по каждому направлению, где v_s — это скорость звука.

Для записи уравнений газовой динамики [8] с вязкими членами в криволинейных сферических координатах из Римановой геометрии требуется общий вид ковариантной производной тензора [9] с единственной особенностью: необходимо учесть единообразную нормировку всех компонентов физических векторов в отличие от математики (см., напр., приложения в работах [10, 11]).

Закон сохранения ϕ-компонента импульса,

$$\frac{\partial\rho v_\phi}{\partial t} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2\rho v_r v_\phi)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta\rho v_\theta v_\phi)}{\partial\theta} +$$
$$+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\rho v_\phi^2)}{\partial\phi} + \frac{\rho v_\phi}{r}\left(v_r + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}v_\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial P}{\partial\phi} = \quad (5)$$
$$=\frac{\sin\theta}{r^3}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^4\eta\frac{\partial\Omega}{\partial r}\right) + \frac{1}{r\sin^2\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin^3\theta\,\eta\frac{\partial\Omega}{\partial\theta}\right),$$

или

$$\frac{\partial\rho v_\phi}{\partial t} + \frac{1}{r^3}\frac{\partial(r^3\rho v_r v_\phi)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin^2\theta}\frac{\partial(\sin^2\theta\rho v_\theta v_\phi)}{\partial\theta} +$$
$$+\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\rho v_\phi^2)}{\partial\phi} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial P}{\partial\phi} = \quad (6)$$
$$=\frac{\sin\theta}{r^3}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^4\eta\frac{\partial\Omega}{\partial r}\right) + \frac{1}{r\sin^2\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin^3\theta\,\eta\frac{\partial\Omega}{\partial\theta}\right),$$

можно проинтегрировать по всему объему с весом $\int r\sin\theta d\mathbf{r} = \int r^3\sin^2\theta dr d\theta d\phi$, чтобы получить произ-

водную по времени z-компонента момента импульса $\dot{J}_z$,

$$\dot{J}_z = -\int d\theta d\phi \sin^3\theta r^4 \eta \frac{\partial\Omega}{\partial r}\Big|_{r=r_{NS}}, \quad (7)$$

т. е. потеря момента импульса аккреционного диска происходит на поверхности НЗ, и импульс передается звезде.

В уравнении состояния используем одинаковую температуру для протонов, электронов, чернотельного излучения:

$$P = \left(\frac{5}{3}-1\right)\frac{3}{2}\frac{2\rho}{m_p}k_B T + \frac{4}{3}\frac{3\pi^2}{15(c\hbar)^3}(k_B T)^4,$$

$$\rho\varepsilon(\rho,T) = \frac{3}{2}\frac{2\rho}{m_p}k_B T + \frac{3\pi^2}{15(c\hbar)^3}(k_B T)^4,$$

$$\varepsilon(\rho,T) = \frac{3}{2}\frac{2}{m_p}k_B T + \frac{3\pi^2}{15(c\hbar)^3}\frac{1}{\rho}(k_B T)^4.$$

В консервативной конечно-разностной схеме [7, 10, 12, 13] из известной внутренней энергии надо определять температуру из уравнения четвертой степени:

$$aT^4 + \left(\frac{b}{3^3}\right)^{1/4} T = \left(\frac{c}{4^4}\right)^{1/3}, \quad (8)$$

нужный нам корень

$$T = \frac{-\sqrt{D_1} + \sqrt{2^{3/2} b^{1/4} (D_0 / D_1)^{1/2} - D_1}}{2^{7/6}\cdot 3^{1/4}(a^2 D_0)^{1/6}}. \quad (9)$$

Дискриминанты $D_0 = \sqrt{b+ac} - \sqrt{b}$, $D_1 = (ac)^{1/3} - D_0^{2/3}$ имеют удобочитаемый вид при выбранной записи коэффициентов исходного алгебраического уравнения (8). Для контроля расчетов удобно использовать безразмерную удельную энтропию на нуклон

$$\frac{s}{k_B} = 2\ln\left[\frac{m_p e^{5/2}}{\rho}\left(\frac{m_p k_B T}{2\pi\hbar^2}\right)^{3/2}\right] + \frac{4}{3}\frac{P_r}{(k_B T)\rho / m_p} =$$

$$= 2\ln\left[\frac{(kT)^{3/2}/\rho}{(kT_0)^{3/2}/\rho_0}\right] + \frac{4}{3}\frac{P_r}{k_B T\rho / m_p},$$

которая, будучи выбранной постоянной в начальных данных, будет меняться благодаря ударным волнам, вязкости и потерям энергии на излучение.

Вместо физической молекулярной вязкости протонов [14, 15] $\eta_m = 3.92\sqrt{m_p}\frac{3k_B(k_B T)^{3/2}}{4\sqrt{2\pi}\lambda e^4}$, где кулоновский логарифм $\lambda = \frac{1}{2}\ln\left[\frac{(k_B T)^3}{8e^6 n}\right]$, $n_e = n_i = \rho/m_\rho$, принято использовать много бóльшую турбулентную вязкость [16],

$$\eta_t = 0.1\rho c_s \Delta_t, \quad (10)$$

где скорость звука $c_s = \sqrt{\Gamma P/\rho}$ с размерным коэффициентом характерной длины, равным характерной толщине переходной области, например, толщине диска $\Delta_t = 10^2$ см. Для $\rho = 1$ г/см^3 и $T = 10^8$ K имеем молекулярную вязкость $\eta_m = 3.6\times 10^4$ г/(см с) (кулоновский логарифм $\lambda = 18$) на много порядков меньше турбулентной $\eta_t = 6.1\times 10^9$ г/(см с) (для $\Delta_t = 10^2$ см). В представленных ниже расчетах мы для уменьшения времени расчета перехода из одного квазистационарного состояния в новое квазистационарное состояние при учете вязкости выбирали длину порядка 10^2 см, но это не столь важно, т. к. процесс установления квазистационарного решения медленный, происходит за много оборотов диска. Тензор турбулентной вязкости $\eta\Delta v/\Delta r = 0.1\rho c_s\Delta_t \cdot (\Delta v/\Delta r)$ должен быть меньше величины давления $P \sim \rho c_s^2$ [17, 18]. Это заведомо выполняется, т. к. область размытия угловой скорости из-за вязкости получается больше Δ_t. Строго говоря, многомерная модель должна обосновать применение турбулентой вязкости вместо молекулярной, т. е. указывать на турбулизацию течения, на отличие его от ламинарного, получаемого в одномерных моделях.

В некоторых 2D расчетах эволюции диска с монотонно спадающим профилем плотности наружу мы также учли диффузию излучения

$$\left(\rho\frac{\partial\varepsilon_\gamma}{\partial t}\right)_{\text{diff}} = \text{div}\left(\text{grad}(\rho\varepsilon_\gamma)\right) =$$

$$= \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r^2}{3\chi}\frac{\partial(\rho\varepsilon_\gamma)}{\partial r}\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{\sin\theta}{3\chi}\frac{\partial(\rho\varepsilon_\gamma)}{\partial\theta}\right).$$

В расчетах

$$\chi_{i,j} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_T\rho}{m_p}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{\text{gas}} + \alpha\varepsilon}{\varepsilon\Delta r_i}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{\text{gas}} + \alpha\varepsilon}{\varepsilon r_i\Delta\theta_j}\right)^2},$$

где учитывается только томсоновское рассеяния фотонов на электронах с сечением

$\sigma_T = 8\pi/3(e^2/(m_e c^2))^2$, Δr_i, $\Delta\theta_j$ — интервалы расчетной сетки, а малый коэффициент $\alpha = 0.25$ существенно подавляет поток энергии излучения в прозрачной «вакуумной» области, в которой преобладает энергия излучения $\varepsilon_{gas} \ll \varepsilon_\gamma$. Принятая однотемпературная модель некорректна в вакуумной области с малой плотностью и преобладанием излучения, однако позволяет построить эффективную одношаговую схему для учета диффузии неявной схемой. В многотемпературном переносе пришлось бы решать отдельные обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) для кинетики переноса фотонов с ограничением потоков в малоплотной (вакуумой) области и обмена энергии излучения, расходуя большое количество временных шагов неявной схемы для решения системы ОДУ обмена энергиями между веществом и излучением на один газодинамический шаг. Нелинейная диффузия с ограничением потоков в вакуммной области переходит в перенос энергии излучения по расчетной сетке со световой скоростью, много большей скорости переноса вещества и скорости звука. Даже неявная схема диффузии не позволяет перескакивать через несколько интервалов сетки за один временной шаг из-за требования точности. Условия Куранта временно́го шага для скорости вещества и скорости звука модифицируется на условие Куранта со скоростью света фотонов плюс много временны́х шагов на расчет обмена энергиями между веществом и излучением. В данном рассмотрении мы не интересуемся прозрачной областью, однотемпературной модели достаточно.

Граничные условия для выбранной консервативной схемы заключаются в задании потоков. Снаружи расчетной области гладкая (тангенциальная скорость v_τ непрерывна) непроницаемая стенка (нормальная скорость $v_n = 0$), пропускает фотоны (есть поток тепла) при учете их переноса. НЗ имеет пренебрежимо тонкую атмосферу порядка 1 см для нашей задачи и высокую плотность, т. е. принимается за непроницаемую стенку. На НЗ — непротекание и прилипание вещества ($\mathbf{v} = 0$), нет потока фотонов при учете переноса излучения (нет потока тепла).

3. НАЧАЛЬНАЯ КВАЗИРАВНОВЕСНАЯ БАРОТРОПНАЯ МОДЕЛЬ АККРЕЦИОННОГО ДИСКА И ИССЛЕДОВАНИЕ ЕГО ЭВОЛЮЦИИ В ГАЗОВОЙ ДИНАМИКЕ С УЧЕТОМ ВЯЗКОСТИ И ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрим аксиально-симметричное равновесие вращающегося газа. В цилиндрических координатах ($\varpi = r\sin\theta, z = r\cos\theta$) условие равновесия (из уравнений движения) есть:

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial \varpi} - \frac{v_\phi^2}{\varpi} = g_\varpi = -\frac{\partial \Phi}{\partial \varpi}, \tag{11}$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z} = g_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}. \tag{12}$$

Если уравнение состояние баротропное, $P = P(\rho)$, то имеем два следствия внутри вращающегося газа:

$$\frac{\partial v_\phi}{\partial z} = 0, \tag{13}$$

угловая скорость есть функция только цилиндрического радиуса $\Omega = \Omega(\varpi)$ и справедливо уравнение Бернулли,

$$H + \Phi + \Psi = C, \tag{14}$$

с постоянной C, энтальпией

$$H = \int \frac{dP}{\rho} = \frac{K\Gamma\rho^{\Gamma-1}}{\Gamma - 1} \tag{15}$$

с еще одной постоянной K (т. к. самогравитации диска нет, его плотность при заданном давлении можно масштабировать как угодно), гравитационным потенциалом НЗ, зависящим только от сферического радиуса,

$$\Phi = -\frac{GM_{NS}}{\sqrt{\varpi^2 + z^2}}, \tag{16}$$

и центробежным потенциалом, зависящим только от цилиндрического радиуса

$$\Psi = -\int \Omega^2 \varpi d\varpi.$$

На НЗ для сферического радиуса $r = r_{NS}$ имеем твердую стенку, на экваторе на расстоянии радиуса диска $\varpi = \varpi_d$ газ заканчивается, и пусть на экваторе в области $r_{NS} \le \varpi \le \varpi_d$ давление играет небольшую роль в равновесии в сравнении с центробежной силой

$$\Phi + \Psi = \alpha\Phi, \tag{17}$$

где малая постоянная $\alpha \ll 1$ характеризует долю давления газа в поддержании равновесия.

Аналитическое решение

$$H - \frac{GM}{r} + \Psi(\varpi) = \alpha\left(-\frac{GM}{\varpi_d}\right). \tag{18}$$

Область 1: $r_{NS} < \varpi = r\sin\theta < \varpi_d$

$$\Psi(\varpi) = (\alpha - 1)\Phi = (1 - \alpha)\frac{GM}{\varpi}. \tag{19}$$

Область 2: $\varpi = r\sin\theta < r_{NS}$ отделена от области 1 тонким диском толщиной $\Delta z \approx \sqrt{2\alpha}\, r_{NS}$:

$$H = 0 = \frac{GM}{\sqrt{r_{NS}^2 + \Delta z^2}} - (1-\alpha)\frac{GM}{r_{NS}} - \alpha\frac{GM}{\varpi_d}. \qquad (20)$$

В области 2 есть граница в виде поверхности НЗ с ненулевым давлением. Условие равновесия для баротропы не применимо. Считая переходную область тонкой, будем строить приближенно стационарное решение в области 2, продлевая центробежный потенциал с постоянной угловой скоростью на поверхность НЗ $r = r_{NS}$, как на экваторе

$$\Psi(\varpi) = (1-\alpha)\frac{GM}{r_{NS}}\frac{3r_{NS}^2 - \varpi^2}{2r_{NS}^2}, \qquad (21)$$

и используем условие равновесия (18), как в области 1.

Остается выбрать константы: $r_{NS} = 10^6$ см, $M_{NS} = 1.4M_\odot$, $\varpi_d = 10^7$ см — радиус диска, K постоянная уравнения состояния газа. Используем значение $\alpha = 0.05$, выбранная постоянная $K = 2 \times 10^{18}$ ед. СГС обеспечивает плотность газа ≈ 1 г/см^3 на поверхности НЗ. Подчеркнем, что слово «баротропная» относится только к связи распределения плотности и давления в начальной модели с принятой постоянной удельной энтропией. Поскольку в давлении определяющую роль играет излучение, в качестве баротропной модели подходит политропа $n = 3$. С используемым уравнением состояния газа с излучением требуется пересчет температуры, а постоянная в начале удельная энтропия может меняться в ходе эволюции благодаря вязкости и ударным волнам. Наглядное представление о распределении плотности можно увидеть на верхней панели рис. 1, а газодинамические величины в экваториальной плоскости диска и около поверхности НЗ на рис. 2.

1 a)

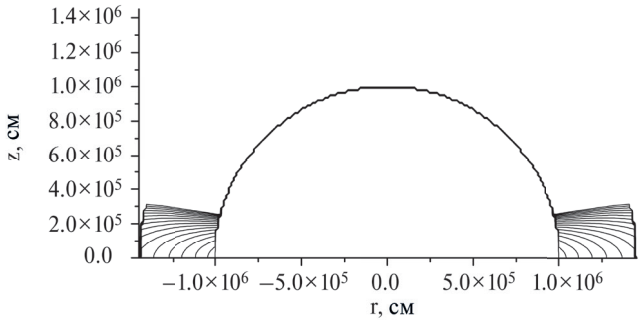
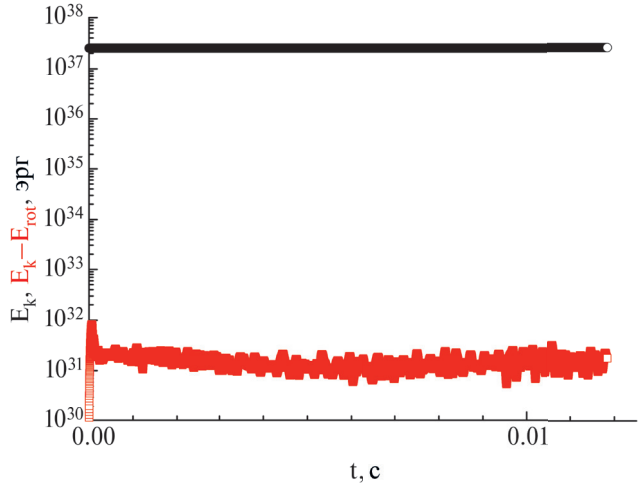
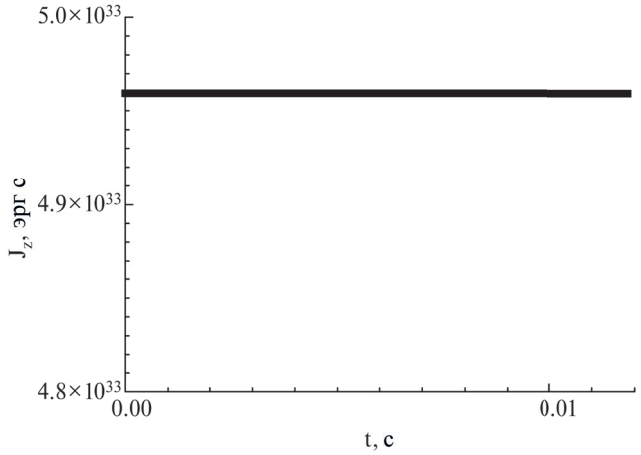


Рис. 1. Верхняя панель: линии уровня плотности в плоскости $y = 0$ ($\phi = 0$) в конце расчетов ($\lg \rho_{min} = -1.5$, $\lg \rho_{max} = 0.1$, $\Delta\lg \rho = 0.1$). Вязкость не учитывается. 2D расчеты на сетке 100 × 300 в области $0 < r - r_{NS} < 0.05$ ($\varpi_d - r_{NS}$), $0 < \theta < \pi/2$. Эволюция E_k (черные кружки), $E_k - E_{rot}$ (красные квадраты) во времени (центральная панель) и сохранение момента импульса J_z (нижняя панель). Схема сквозного счета обеспечивает отличное сохранение момента импульса на протяжении десятков оборотов.

1 b)



1 c)



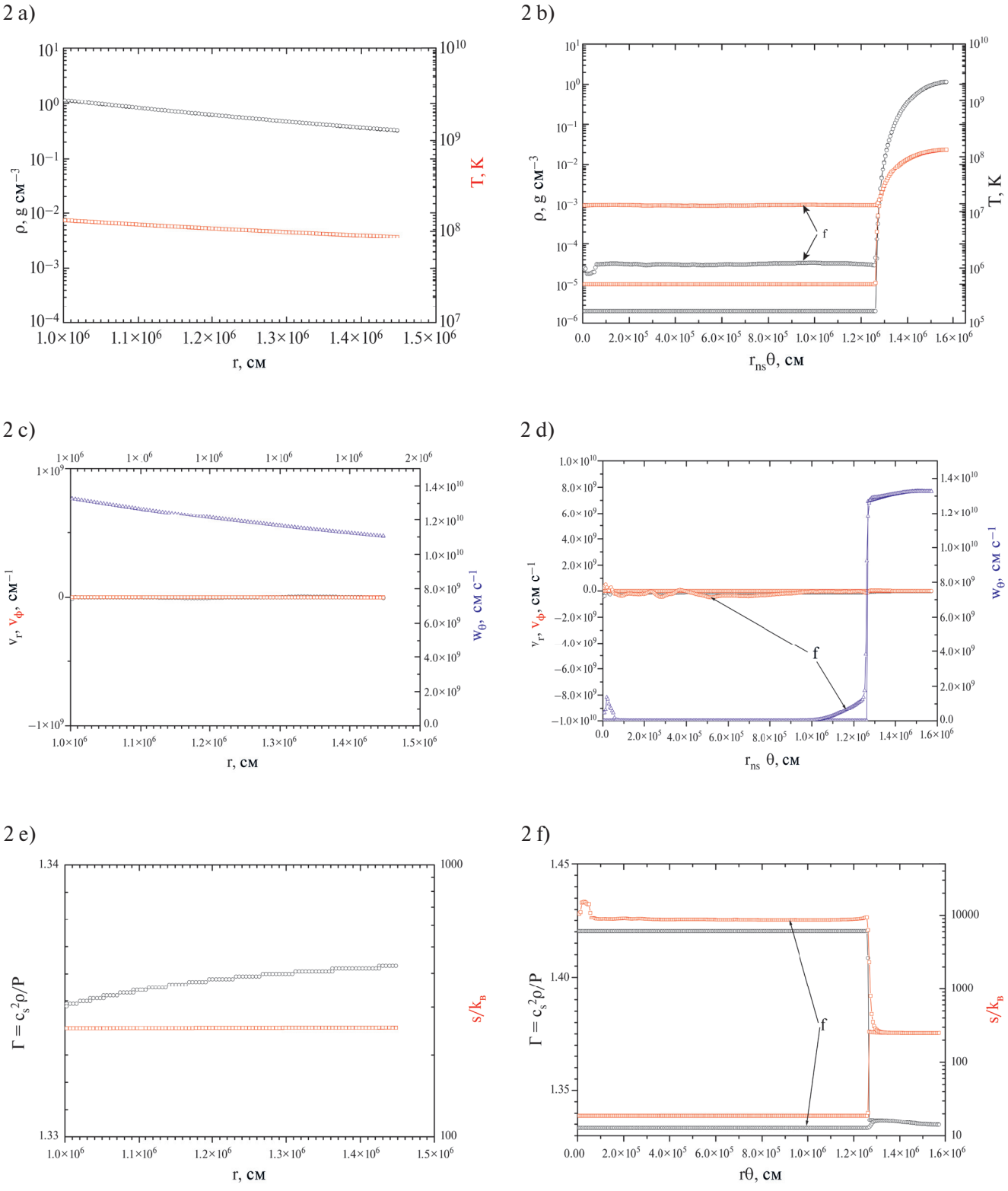


Рис. 2. Профили газодинамических величин в экваториальной плоскости (зависимость от радиуса r) (слева) и на поверхности НЗ (зависимость от расстояния от полюса $r_{NS}\theta$) в начале и в конце расчетов (помечены буквой f) (справа). Цвет символов (черные кружки и красные квадраты) соответствует цвету газодинамических величины (правая и левая оси ординат). Вязкость не учитывается. Решение остается стационарным десятки оборотов. Искомые величины приписаны к объемам ячеек расчетной сетки. Поэтому угловая скорость на поверхности НЗ означает ее среднее значение в первом интервале по радиусу, граничащем с поверхностью. Параметр адиабаты $\Gamma \approx 4/3$ доказывает доминирование излучения по всему диску.

Для расчетов использована сетка 100 × 300 для 2D в расчетной области, включающей только часть радиуса диска $0 < r - r_{NS} < 0.05\,(\varpi_d - r_{NS})$, в верхней полуплоскости $0 < \theta < \pi/2$.

Прежде всего мы проверили применимость нашей методики сквозного счета на неподвижной сетке для корректного описания задачи. Консервативная схема сохраняет массу, импульс, энергию (при отсутствии гравитации) с машинной точностью, а сохранение полной энергии и, главное, момента импульса с хорошей точностью при большом количестве оборотов — это необходимое условие для применимости схемы для расчетов. Рис. 1 демонстрирует сохранение начальной конфигурации. И кроме того расчет доказывает, что предложенная начальная модель с зависимостью давления от плотности, как у политропы $n = 3$, оказывается точной при отсутствии вязкости. На рис. 2 видно малое размытие начальных профилей по сетке: растекания вещества диска по поверхности НЗ нет (правые рисунки показывают не размытые со временем начальные профили величин на поверхности НЗ в зависимости от расстояния от полюса $r_{NS}\theta$), только благодаря фоновой плотности по всему объему изменилась плотность на поверхности НЗ в вакуумной области.

Эволюция диска при включении вязкости в 2D представлена на рис. 3, 4. Сетка, такая же, как в расчете без вязкости. Коэффициент турбулентной вязкости (10) выбран равным $\Delta_t = 10^2$ см. Из-за турбулентной вязкости вещество вблизи НЗ тормозится и хорошо нагревается: угловая скорость резко уменьшается около поверхности НЗ, а удельная энтропия резко растет в этой области. И это приводит к следующим очевидным последствиям. Профиль плотности на экваторе становится немонотонным, часть заторможенного вещества растекается по поверхности НЗ, что хорошо видно по правым графикам на рис. 4. Плотность и температура слабо зависят от полярного угла на поверхности НЗ. Угловая скорость исчезает при движении вещества к полюсам. Область с высокой плотностью становится тороидальной, хотя область диска с низкой плотностью утолщается при приближении к поверхности НЗ вдоль

3 a)

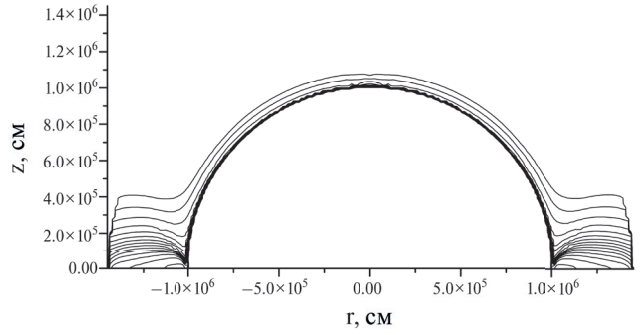
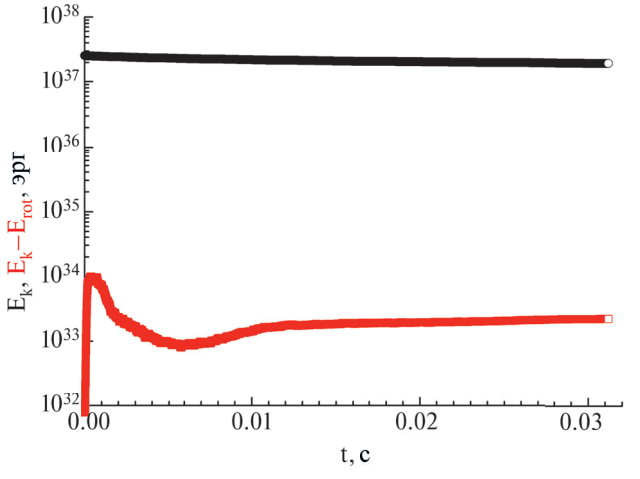
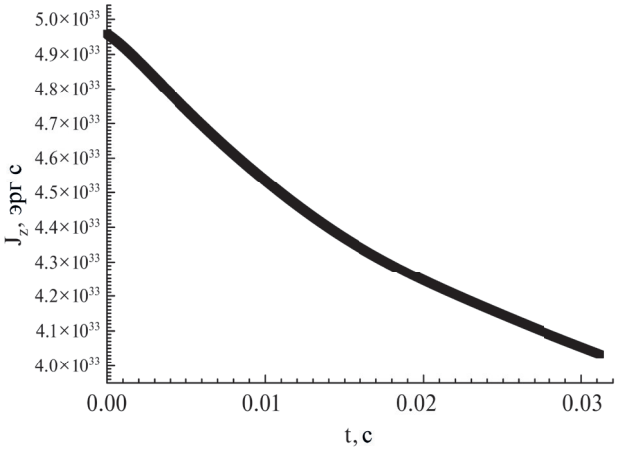


Рис. 3. Верхняя панель: линии уровня плотности в плоскости $y = 0$ ($\phi = 0$) в конце расчетов ($\lg \rho_{min} = -1.5$, $\lg \rho_{max} = 0.1$, $\Delta \lg \rho = 0.1$) показывают растекание вещества по поверхности НЗ после торможения и формирование тороидального профиля плотности из-за высокой температуры диска на поверхности звезды. Включены вязкость и теплопроводность (момент времени $t = 31$ мс) в 2D расчетах на сетке 100 × 300 в области $0 < r - r_{NS} < 0.05\,(\varpi_d - r_{NS})$, Эволюция кинетической энергии диска E_k (черные кружки) (в центре), кинетической энергии за вычетом энергии вращения $E_k - E_{rot}$ (красные квадраты) во времени. Внизу — уменьшение момента импульса J_z благодаря торможению из-за вязкости.

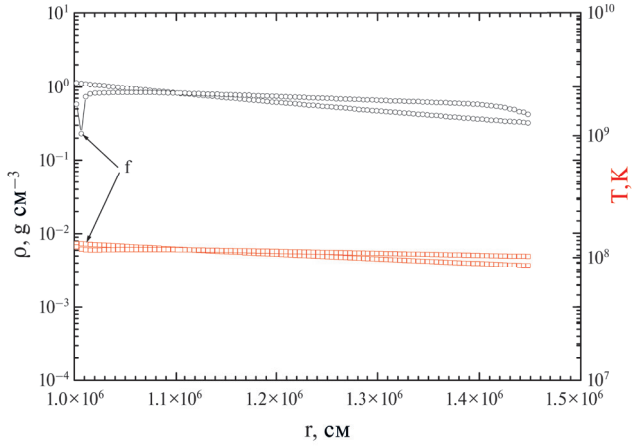
3 b)



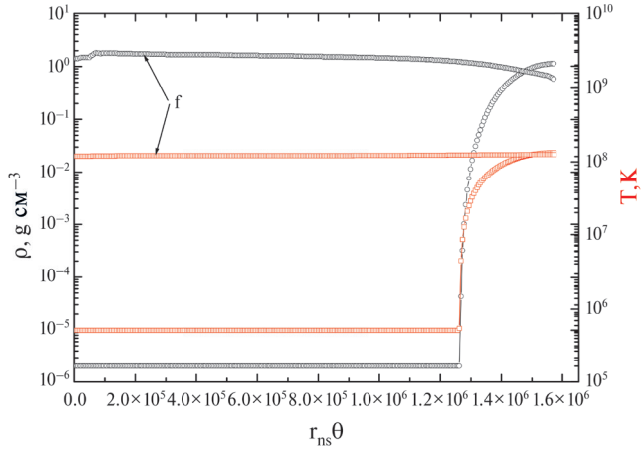
3 c)



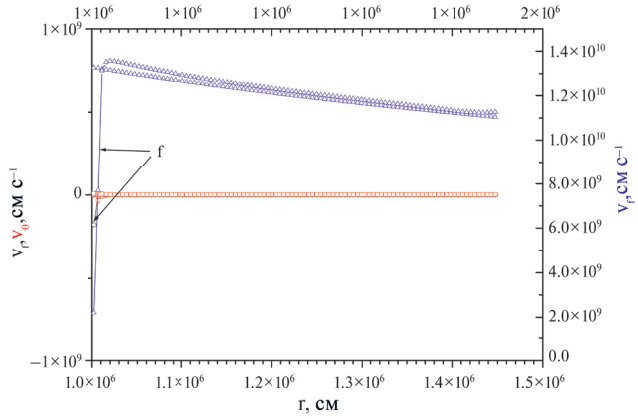
4 a)



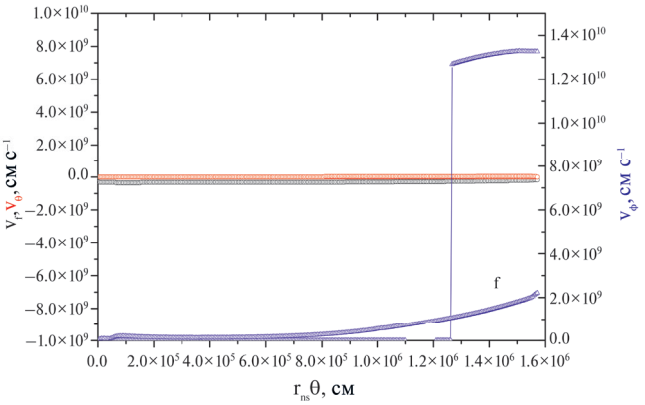
4 b)



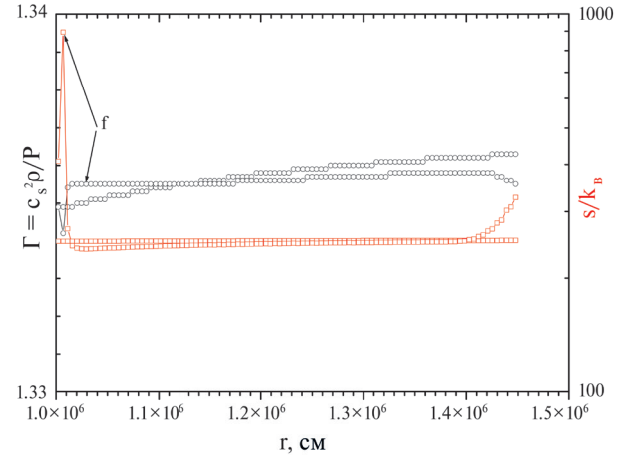
4 c)



4 d)



4 e)



4 f)

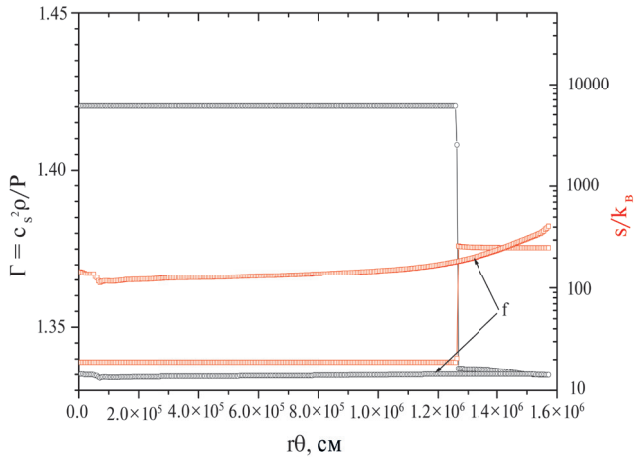


Рис. 4. Профили газодинамических величин (см. рис. 2) в экваториальной плоскости и на поверхности НЗ в начале и в конце расчетов (помечены буквой f). Включены вязкость и теплопроводность. Удельная энтропия на поверхности НЗ примерно постоянная и высокая, хотя немного отстает от максимальной удельной энтропии в малоплотной области на небольшом удалении от экватора в области наибольшего торможения и нагрева.

экватора. Но самая главная проблема — это диффузия непрозрачного излучения из разогретой экваториальной области, препятствующего торможению плотного вещества и продолжению аккреции в том же темпе, как вначале. Потери момента импульса $J_z(t)$ со временем уменьшаются. Хотя мы получили в нашей модели ожидаемый переход из одного квазистационарного состояния в новое квазистационарное распределение с тороидальным распределением плотности, неприятный эффект состоит в исчезновении области, благоприятной для развития сдвиговой неустойчивости. Вблизи поверхности НЗ плотность вещества низкая, его вклад в давление заменило собой излучение. Как показывает изучение аккреции в одномерной постановке в следующем разделе, есть проблема потери момента импульса внешних слоев диска при переходе вещества на более низкую орбиту. 2D расчеты сильно меняют представление о допущениях полуаналитического 2D описания из работы [19], использующую предположения о возникновении неустойчивости с эффективным торможением газа у экватора. Однако полученное однородное распределение плотности, температуры и наличие области торможения угловой скорости в зависимости от полярного угла на поверхности НЗ соответствует ожиданиям. В частности, высокая удельная энтропия и нагретое излучающее вещество образовались в расчетах по всей поверхности НЗ. Кроме торможения по поверхности с малой плотностью еще и ударные волны прошли по разреженному газу на поверхности НЗ.

3D расчеты на сетке $50 \times 100 \times 100$ в области $r_{NS} < r < 0.05(\varpi_d - r_{NS})$, $0 < \theta < \pi / 2$, $0 < \phi < 2\pi$ с учетом вязкости без учета теплопроводности продемонстрировали признаки появления мелкомасштабной сдвиговой неустойчивости в области торможения около НЗ только в начальный момент времени. Для развития неустойчивости число Рейнольдса $\mathrm{R}e = r_{NS}\Delta r\Omega / (\eta / \rho)$ должно быть равно нескольким сотням. В принципе, можно разрешить появление сдвиговой неустойчивости. При установлении течения область торможения становится широкой, и, главное, в этой области получается малая плотность, давление вещества мало из-за нагрева и перехода внутренней энергии в излучение. И следы неустойчивости по углу ϕ в поздние моменты времени исчезают, решение становится идеально гладким по азимутальному углу. Наша многомерная модель получилась противоречивой. Заложенная в нее турбулентная вязкость приводит к исчезновению условий возникновения турбулетности.

4. 1D АККРЕЦИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

Прежде всего необходимо проверить проведенный выше расчет на отсутствие численных артефактов. Для этого рассмотрим тонкий диск, заключенный между гладкими стенками $0 < z < z_{\max} = 1$ см, описываемый уравнениями движения в одномерных цилиндрических координатах с учетом вязкости. Уравнения движения в координатах: цилиндрический радиус (ϖ) и время (t) есть

$$\rho\left(\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial \varpi}\right) + \frac{\partial P}{\partial \varpi} - \rho\Omega^2\varpi = \rho g_r, \qquad (22)$$

$$\rho\left(\frac{\partial \Omega}{\partial t} + \frac{u}{\varpi}\frac{\partial \varpi^2\Omega}{\partial \varpi}\right) = \frac{1}{\varpi^3}\frac{\partial}{\partial \varpi}\left(\varpi^3\eta\frac{\partial \Omega}{\partial \varpi}\right), \qquad (23)$$

и уравнение для внутренней энергии

$$\rho\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + u\frac{\partial \varepsilon}{\partial \varpi}\right) + P\left(\frac{1}{\varpi}\frac{\partial \varpi u}{\partial \varpi}\right) = \eta\left(\varpi\frac{\partial \Omega}{\partial \varpi}\right)^2. \qquad (24)$$

Похожие уравнения использованы в работе [20] для построения полуаналитической модели аккреции тонкого диска на черную дыру. Мы же сохраняем все уравнения газовой динамики.

Берем ту же самую начальную модель, что и в предыдущем случае, только для области выше НЗ, $0 < r - r_{NS} < 0.05\,(\varpi_d - r_{NS})$:

$$\begin{gathered} H = \alpha\left(\frac{GM}{r} - \frac{GM}{\varpi_d}\right), \\ H = \frac{K\Gamma\rho^{\Gamma-1}}{\Gamma - 1}, \\ \Gamma = 4 / 3, \\ \Omega^2 r = (1 - \alpha)\frac{GM}{r^2}, \\ \alpha = 0.05. \end{gathered} \qquad (25)$$

Используется одномерная сетка из 100 интервалов, а характерный масштаб турбулентной вязкости в уравнении (10) выбран в 10 раз ниже предыдущей модели, $\Delta_t = 10$ см.

Рассмотрим два случая. В первом случае, НЗ вращается с угловой скоростью примыкающего вещества диска. Торможение исключается, и можно ожидать решение, слабо меняющееся со временем. Расчет на рис. 5 демонстрирует длительное сохранение со временем стационарной конфигурации, т. к. даже используемая турбулентная вязкость мала, чтобы перестроить решение в области гладкого из-

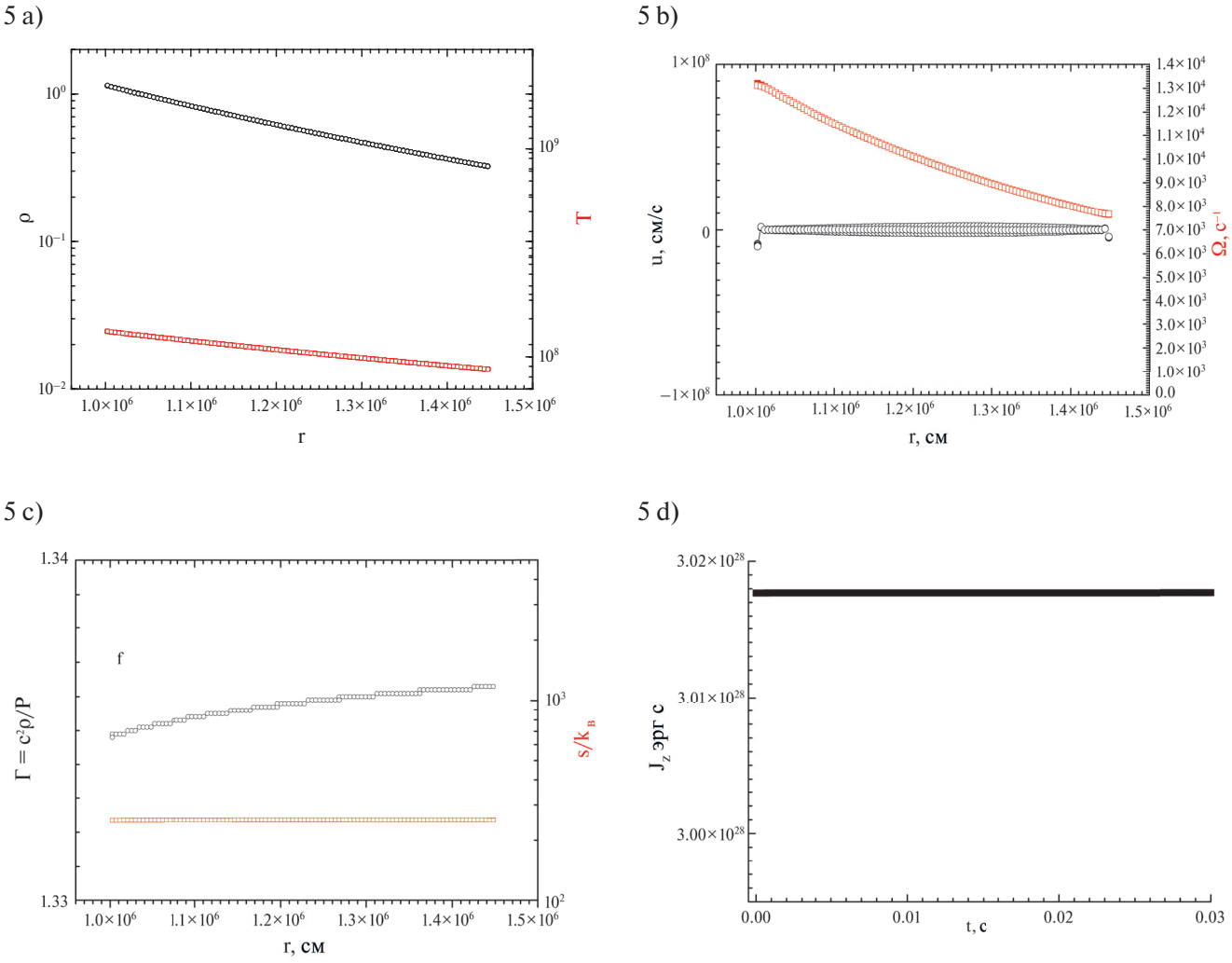


Рис. 5. Профили газодинамических величин в начале и в конце расчетов ($t = 0.054$ с) почти всюду совпадают. Эволюция по времени момента импульса J_z. Вязкость включена, НЗ вращается с угловой скоростью вещества диска ($\partial\Omega / \partial r = 0$ газа на поверхности НЗ), чтобы продемонстрировать сохранение момента импульса при использовании конечно-разностной схемы даже при наличии вязкости.

менения угловой скорости после исключения области торможения на НЗ при сохранении полного углового момента импульса. Вероятно, и многомерный расчет с учетом вязкости дал бы такой же замечательный результат при задании вращающейся НЗ на внутренней границе.

В следующем одномерном расчете на рис. 6 мы выбрали медленное торможение вращения НЗ с характерным временем 2 мс с целью проверки возможности мягкой передачи момента импульса из внутренних слоев в НЗ без генерации чрезмерной удельной энтропии. И получили отрицательный результат осуществления подобного сценария. Около поверхности торможение оказывается очень сильным в сравнении с остальной областью газа, энтропия резко увеличивается, вещество со своим давлением замещается излучением, профиль плотности становится тороидальным, а эффективность потери момента импульса $J_z(t)$ и аккреции со временем снижается, как в многомерном расчете. Только скорость потери момента импульса в начале торможения внутренней границы в течение 2 мс получилась ожидаемо низкой.

Мы также провели исследование аккреции на черную дыру в одномерной модели, заключающейся в свободном движении газа на внутренней границе (граничное условие для радиальной скорости $du / dr = 0$) при достижении им внутренней границы. Проблема потери момента импульса здесь снимается с помощью ухода газа вместе с моментом, а передача момента не нужна. Собственно падение вещества — это второй возможный механизма по-

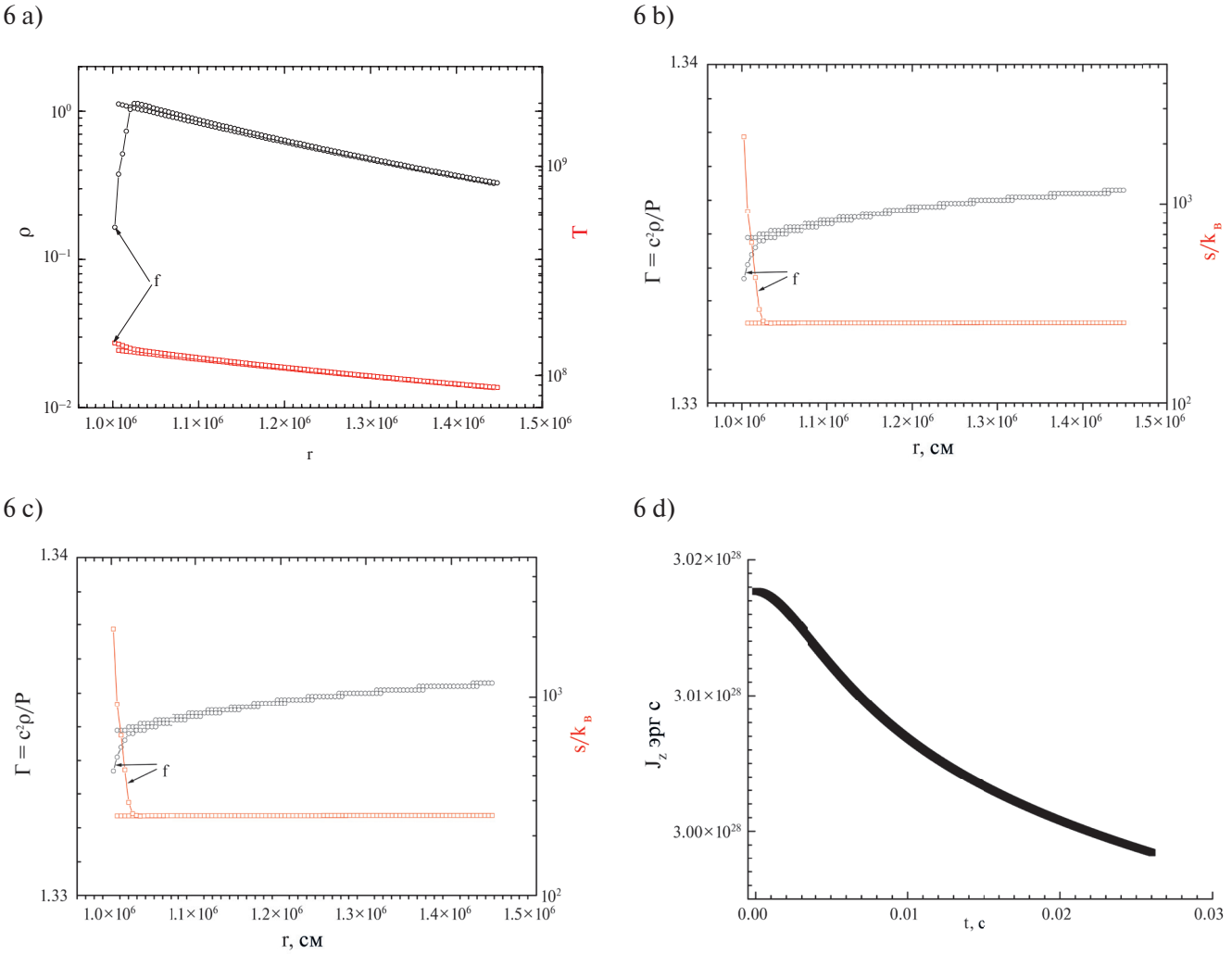


Рис. 6. Профили газодинамических величин в начале и в конце (помечены буквой f) расчетов. Потеря момента импульса J_z при трении о поверхность замедляющейся НЗ ($\Omega \propto \exp(-t\ /\ 2\,\text{мс})$). Вязкость включена. В начале скорость потери импульса мала вследствие отсутствия трения из-за медленного замедления НЗ, в конце расчетов потеря момента импульса снижается из-за дефицита массы, вызванного нагревом вещества. Член работы сил давления *P*divv в уравнении для внутренней энергии дает нагрев, а второй член вязкого нагрева вдобавок увеличивает удельную энтропию. Медленное торможение НЗ не устранило нагрев газа вблизи ее поверхности и уменьшение плотности в этой области.

тери момента импульса из трех возможных около компактной звезды (третий — взаимодействие магнитных полей [21]). Больших градиентов угловой скорости на границе расчетной области в случае черной дыры нет. Поэтому обоснование турбулентной вязкости в таком случае еще сложнее, а требуемая величина турбулентной вязкости (10) для падения вещества за десятки оборотов газа нужна очень большая, $\Delta_t \gtrsim 10^4$ см в уравнении (10).

Свободное протекание вещества на внутренней границе ($du\ /\ dr = 0$) дает возможность задать потоки массы и момента импульса на внешней границе для получения стационарного решения, пригодного для исследования неустойчивости в многомерной постановке. Оказывается, угловую скорость, равную локальной кеплеровской на внешней границе, задавать нельзя. Стационарное решение получается только при меньшем значении момента импульса втекающего вещества. Это становится понятным из приближенного сохранения момента импульса и законов сохранения энергии жидкой частицы при ее движении к центру:

$$\Omega\varpi^2 \approx \text{const}, \tag{26}$$

$$\frac{(\Omega\varpi)^2}{2} - \frac{GM}{r} + \frac{u^2}{2} = \text{const}. \tag{27}$$

Причина состоит в резком увеличении центробежной силы при уменьшении радиуса по сравнению с гравитацией. Т. о. максимальная угловая скорость на внешней границе (параметры на ней помечены индексом «b») получается зависимой от массы и радиуса аккрецирующей звезды (помечены индексом «s»):

$$\Omega_{\rm b}^2 \le \Omega_{\rm s}^2 \frac{2r_{\rm s}^2}{r_{\rm b}^2} \frac{1 - r_{\rm s} / r_{\rm b}}{(r_{\rm b} / r_{\rm s})^2 - 1}. \quad (28)$$

Радиальная скорость вещества u при падении к центру сначала ускоряется, а потом, при приближении к поверхности звезды, замедляется. Основная кинетическая энергия переходит в энергию кеплеровского вращения. Особенность такого решения состоит в бóльшей плотности у поверхности звезды в сравнении с рассматриваемыми в данной работе тороидальными распределениями плотности при учете вязкости на рис. 4.

5. 3D ЭВОЛЮЦИЯ ТОРОИДАЛЬНОГО ДИСКА С УЧЕТОМ ВЯЗКОСТИ С ВОЗМУЩЕНИЯМИ УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ПО АЗИМУТАЛЬНОМУ УГЛУ И ОБРАЗОВАНИЕ КРУПНОМАСШТАБНЫХ ВИХРЕЙ

Поскольку проведенные выше исследования указывают на образование квазиустойчивого состояния в виде тороидального диска вокруг НЗ, то естественным представляется исследовать усточивость диска в виде тора, касающегося поверхности НЗ. Задается граница тора $Z = Z(\varpi)$. Внутри этой границы [22] по прежнему используется формула Бернулли (14) с константой $C = 0$, центробежный потенциал по прежнему не зависит от высоты, но является сложной функцией цилиндрического радиуса:

$$\Psi = \frac{GM}{\sqrt{\varpi^2 + Z^2(\varpi)}}, \quad (29)$$

а гравитационный потенциал от НЗ (16) зависит только от сферического радиуса и уменьшается при приближении к экватору при неизменном цилиндрическом радиусе ϖ, так что энтальпия H из уравнения Бернулли (14), равная нулю на границе, растет при приближении к экватору. Подобные начальные модели в работе [22] названы равновесной конфигурацией газового облака вблизи гравитирующего центра. Хотя в начальном распределении угловая скорость задана независящей от цилиндрической координаты z, начальная модель не относится к баротропной, зависимость давления от одного параметра плотности, $P = P(\rho)$ утрачена. Это просто равновесная аксиально симметричная конфигурация с постоянным угловой скоростью по координате z с давлением, определяемым границей газа. Нетривиальный результат работы [22] заключается в том, что равновесные конфигурации с произвольной границей газа вокруг гравитирующего центра существуют.

С математической точки зрения модель подходит для исследования эволюции и соответствует новому квазиустойчивому состоянию из проведенных выше расчетов. Удельная энтропия для нашего уравнения состояния с излучением не является постоянной и сильно растет с приближением к НЗ, близко к результату об эволюции равновесной 2D модели аккреции, проведенной выше. Расчет проводился на сетке $50 \times 200 \times 100$ в области $r_{NS} < r < r_{NS} + 2r_{tor}$, $0 < \theta < \pi / 2, 0 < \phi < 2\pi$. Область газа в точности тор с радиусом $r_{tor} = 0.1 r_{NS}$, касается НЗ по линии экватора. Можем по прежнему задавать связь между энтальпией и плотностью, как для политропы $n = 3$ ($\Gamma = 1 + 1 / n$ в уравнении для энтальпии (15). Константу в энтальпии можно выбрать равной

$$K = \frac{(\Gamma - 1) GM_{NS}}{\Gamma} \left(\frac{1}{r_{\rm NS} + r_{\rm tor}} - \frac{1}{\sqrt{(r_{\rm NS} + r_{\rm tor})^2 + r_{\rm tor}^2}} \right), \quad (30)$$

чтобы получить в центре тора ($\varpi = 2r_{NS}$, $z = 0$) плотность 1 г/см^3.

Исследование эволюции аксиально симметричного тороидального распределения плотности без задания возмущений не выявляет роста мелкомасштабных возмущений при численном счете. Обычно при исследовании неустойчивостей достаточно малых случайных затравок возмущений, включая ошибки округления при численном счете. В эволюции проявляется наиболее быстрорастущая мода, т. к. рост малых возмущений на линейной стадии экспоненциальный по времени. Однако, из-за отсутствия качественного результата объяснения сдвиговой мелкомасштабной неустойчивости было принято решение повторить расчеты [4, 5] с конечным возмущением угловой скорости в узком Δr_i тонком $\Delta\theta_j$ кольце в центре тора вблизи его экваториальной плоскости теперь уже с учетом вязкости, которая ожидаемо должна приводить к затуханию возмущений. Естественно, с реальным табличным уравнением состояния газа и излучения. Природа крупномасштабных возмущений может быть связана с действием приливных сил. Тороидальное распределение массы выглядит более реалистичным объектом

исследования, т. к. торможение диска начинается с малой площади фактически по линии экватора.

На рис. 7 представлены результаты эволюции трехмерной газодинамической модели без учета вязкости и заданием в начале расчетов возмущений угловой скорости v_ϕ по координате ϕ в узком тонком кольце вблизи центра тора, в районе максимума распределение плотности и давления газа: $\Omega(r_0, \theta_0, \phi) = (1 + 0.2\cos(4\phi))\Omega(r_0, \theta_0)$ в узком интервале расчетной сетки Δr, $\Delta\theta$ области вблизи максимума распределения плотности ($r_0 = 0.5\,(r_{NS} + r_{max})$, $\theta_0 = \pi / 2$). Несмотря на наличие вязкости, крупномасштабные возмущения сохраняются по времени, кинетическая энергия этих возмущений $E_k - E_{rot}$ оказывается на порядок выше, чем в расчете без возмущений по углу ϕ. Представленный расчет с учетом вязкости и с меньшим количеством возмущений по азимутальному углу ϕ неожиданно повторил старые расчеты без вязкости [4, 5]. Объяснение этого простое: возмущение занимает основную массу вещества, в которой роль вязкого тензора мала в силу малого градиента угловой скорости,

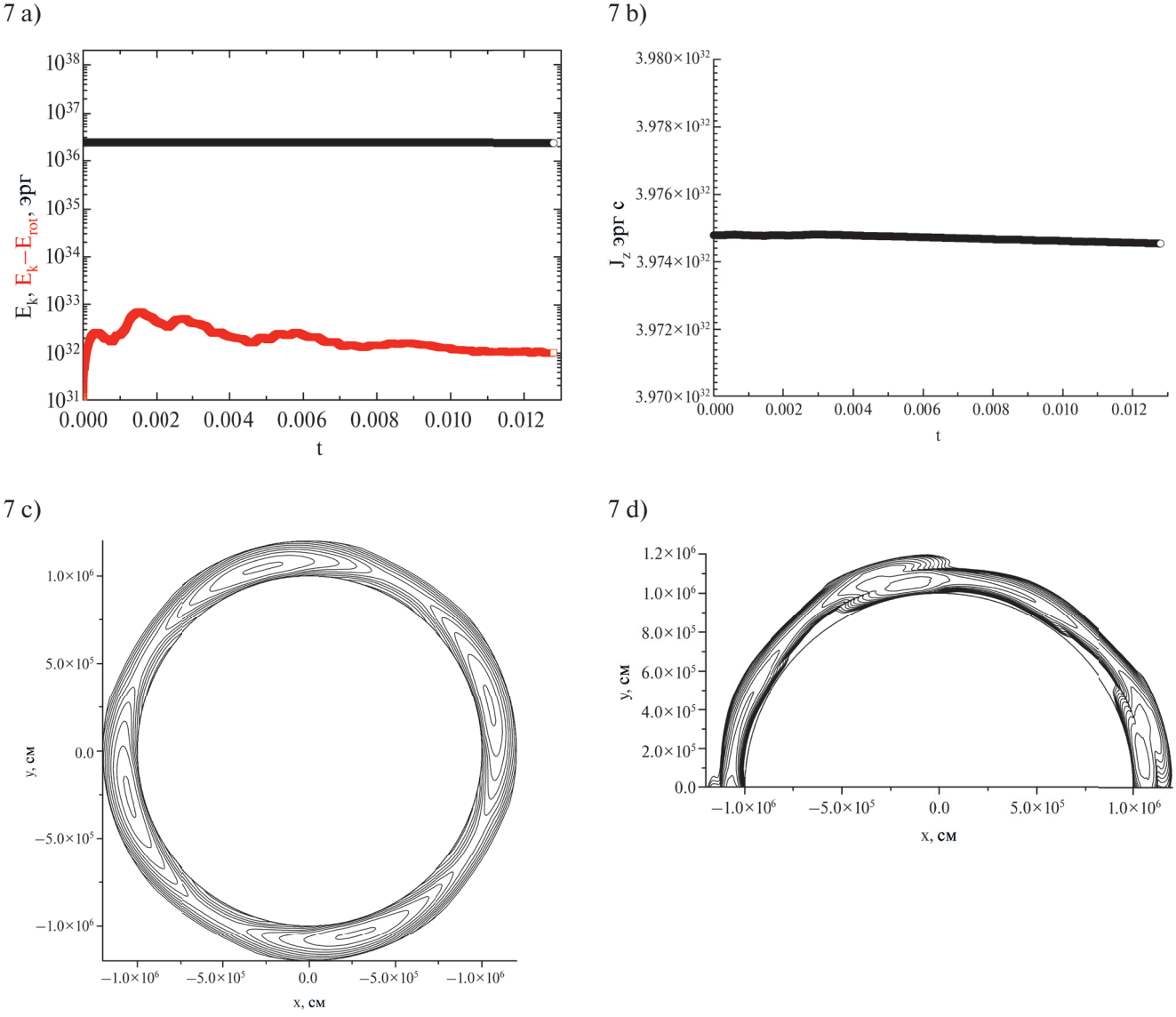


Рис. 7. Верхняя панель: эволюция кинетической энергии тороидального диска E_k (черные кружки), кинетической энергии за вычетом энергии вращения $E_k - E_{rot}$ (красные квадраты) во времени и момента импульса J_z без учета вязкости с азимутальными возмущениями, линии уровня логарифма плотности плотности в экваториальной плоскости в момент времени $t = 12.7$ мс ($\lg \rho_{min} = -1$, $\lg \rho_{max} = 0.1$, $\Delta\lg \rho = 0.1$). Введены возмущения угловой скорости по азимутальному углу. Нижняя панель: линии уровня логарифма плотности в расчетах на подробной сетке 80 × 200 × 100 в момент времени $t = 1.50$ мс, демонстрируется возникновение крупномасштабной турбулентности.

а торможение за счет вязких сил происходит на поверхности НЗ, где масса мала, и процесс торможения и потери момента импульса, происходящий с малой массой, мало влияет на вихревую структуру.

Малые потери по времени момента импульса $J_z(t)$ в расчете без учета вязкости связаны с проявлением небольшой численной диффузии. Строго говоря, это артефакт, т. к. в соответствии с законами сохранения, момент импульса должен передаваться только НЗ на ее поверхности обязательно при наличии вязкости. Качественно схемная диффузия даже без учета вязкости дает правильное описание, т. к. максимальный градиент угловой скорости и максимальная численая диффузия происходит на поверхности звезды. Расчет на сетке 50 × 200 × 100 сохраняет возмущение по углу ϕ со временем, а более подробная сетка 80 × 200 × 100 указывает на развитие крупномасштабной конвекции. Результат без вязкости подтвеждает выводы работы [4, 5] о наличии крупномасштабной конвекции с меньшим числом азимутальных возмущений по азимутальному углу.

Рис. 8 содержит результат 3D расчетов с учетом вязкости, параметр $\Delta_t = 10^2$ см в турбулентной вязкости (10). Поскольку вязкость работает только в области большого градиента угловой скорости у поверхности НЗ, а в остальной области ее роль мала, на развитие крупномасштабной неустойчивости вязкость не влияет. Уменьшение момента импульса J_z в области торможения из-за трения газа о НЗ введение азимутальных возмущений угловой скорости многократно усилили. Эффект проявляет себя, когда развитие возмущений достигает поверхности НЗ. В начальный момент времени обе кривые совпадают. Крупномасштабная конвекция приводит к усилению торможения и эффекту повышения вязкости. НЗ считается массивной и только ее поверхность тормозит диск (7), а все, что есть внутри диска, при любой вязкости суммарный момент импульса не меняет. И если заявлено, что крупномасштабная конвекция перераспределяет момент импульса диска в расчетах [4, 5], то о потере момента импульса, т. е. о торможения вращения в старых расчетах без рассмотрения вязкости, говорить сложно. Из-за неустойчивости и из-за трения слоев с разной угловой скоростью внутри вещества диска момент только перераспредляется. Данный рис. 4 наглядно показывает, что крупномасштабное возмущение существенно усиливает заложенный в расчеты коэффициент вязкости. Крупномасштабные возмущения обеспечивают перестройку орбит вещества диска и, вероятно, увеличивая плотность вещества у поверхности НЗ, обеспечивают переход от режима левитации вещества к режиму терки НЗ, эффективность которой повышается при подаче массы к поверхности НЗ.

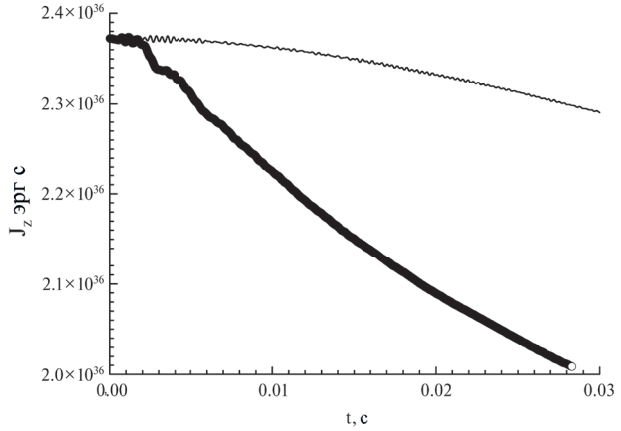


Рис. 8. Уменьшение момента импульса J_z благодаря торможению из-за вязкости без возмущений (тонкая сплошная линия) и при наличии азимутальных возмущений (кружки). Крупномасштабная конвекция приводит к усилению торможения и эффекту повышения вязкости. Учтена вязкость в 3D расчетах.

Интересно отметить, что в небольшой серии проведенных расчетов мы приходим к повторению выводов авторов работы [6] о недостаточной эффективности сценариев роста вязкости в аккреционных дисках, кроме как «прецессионной волны плотности», возбуждаемой приливным взаимодействием.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы попытались в рамках многомерной газовой динамики с учетом вязкости получить обоснование введения турбулентной вязкости для описания аккреции на НЗ из первопринципов, рассматривая две равновесные модели.

1. Разностная схема сквозного счета на неподвижной сетке (без выделения области диска) высокого порядка точности для табличного уравнения состояния продемонстрировала хорошую консервативность. Без диссипации стационарная конфигурация остается стационарной и не теряет момент импульса из-за численной вязкости десятки оборотов.

2. Квазистационарная начальная модель диска с монотонно спадающим профилем плотности по цилиндрическому радиусу при учете «турбулентной» вязкости переходит в новое квазистационарное состояние с тороидальным распределением плотности, растеканием вещества по поверхности НЗ и образованием подобия тонкой шейки плотности около НЗ, предсказанной в аналитической 2D модели

аккреции с радиационным доминированием [19, 23]. При этом развитие сдвиговой неустойчивости по азимуту в 3D может проявиться только в начальный момент, пока имеется большая плотность у поверхности НЗ. Вопрос обеспечения высокой плотность вещества у поверхности НЗ за счет потока массы вещества или потерь энергии на излучение мы бы не стали считать закрытым. Однако даже плавное включение торможения на поверхности НЗ в 1D цилиндрической модели дало отрицательный результат получения высокой плотности в экваториальной плоскости у поверхности НЗ.

3. Далее исследовалась эволюция начального тороидального распределения плотности с произвольной границей. В таком распределении плотность у поверхности НЗ оказывается малой, и сдвиговая неустойчивость не проявляется. Обоснование перехода к турбулентной вязкости из первопринципов остается под вопросом. Однако мы решили проверить формирование крупномасштабных вихревых структур с помощью возмущений угловой скорости в малой области с большой плотностью теперь уже в схеме, имеющей возможность включать вязкость, в отличие от старых расчетов. Подтвердился вывод о сохранении таких крупномасштабных структур возмущения. Более того, потери момента импульса благодаря вязкости такие крупномасштабные возмущения ускорили. Т. о. демонстрацию эффекта увеличения физической вязкости можно считать выполненной без привлечения дополнительных предположений.

4. Класс решений со свободным протеканием вещества на поверхности звезды (на внутренней границе расчетной области) и заданием потока массы и момента импульса на внешней границе может сохранить большую плотность на поверхности звезды даже при учете торможения тангенциальной скорости на поверхности НЗ. Для такого решения можно исследовать мелкомасштабную сдвиговую неустойчивость предложенным численным методом. Однако выход на стационарное решение возможен при скорости вращения падающего вещества заведомо меньшей местной скорости Кеплера (см. формулу (28)).

БЛАГОДАРНОСТИ

В заключении авторы выражают благодарность за стимулирование работы об аккреции и критические замечания Г. С. Бисноватого-Когана, благодаря которым проведено детальное исследование аккреции в одномерном случае в цилиндрических координатах. Авторы благодарят анонимного рецензента за сделанные замечания к рукописи.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Авторы благодарят Российский научный фонд за финансовую поддержку по проекту 20-11-20165-П.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *K. Nomoto* and *M. Hashimoto*, Phys. Rep. 163(1–3), 13 (1988).
2. *S. L. Shapiro* and *S. A. Teukolsky*, Black holes, white dwarfs, and neutron stars. The physics of compact objects (New York: Wiley, 1983).
3. *L. D. Landau* and *E. M. Lifshitz*, Statistical physics (Oxford: Pergamon Press, 1980).
4. *Y. P. Velikhov, A. Y. Lugovsky, S. I. Mukhin, Y. P. Popov,* and *V. M. Chechetkin*, Astron. Rep. 51(2), 154 (2007).
5. *A. Y. Lugovskii* and *V. M. Chechetkin*, Astron. Rep. 56(2), 96 (2012).
6. *E. P. Kurbatov, D. V. Bisikalo*, and *P. V. Kaygorodov*, Physics Uspekhi 57(8), 787 (2014), arXiv:1409.8492 [astro-ph.SR].
7. *P. Colella* and *P. R. Woodward*, J. Comput. Phys. 54, 174 (1984).
8. *L. D. Landau* and *E. M. Lifshits*, Fluid Mechanics. Course of Theoretical Physics (New York: Pergamon, 1987).
9. *P. K. Raschewski*, Riemannsche Geometrie und Tensoranalysis (Frankfurt am Main: Verlag Harri Deutsch, 1995), 2nd ed.
10. *G. V. Vereshchagin* and *A. G. Aksenov*, Relativistic Kinetic Theory (Cambridge University Press, 2017).
11. *A. G. Aksenov* and *V. M. Chechetkin*, The Physics of Supernovae and Their Mathematical Models (World Scientific Publishing Company, 2024).
12. *P. Colella* and *H. M. Glaz*, J. Comput. Phys. 59, 264 (1985).
13. *A. G. Aksenov*, Comp. Math. and Math. Physics 55(10), 1752 (2015).
14. *V. D. Shafranov*, Reviews of Plasma Physics. Vol. 3, edited by M. A. Leontovich (New York: Published by Consultants Bureau, 1967), p. 1.
15. *A. G. Aksenov, V. F. Tishkin*, and *V. M. Chechetkin*, Math. Models Computer Simulations 11, 360 (2019).
16. *G. S. Bisnovatyi-Kogan* and *R. V. E. Lovelace*, New Astron. Rev. 45, 663 (2002), arXiv:astro-ph/0207625.
17. *N. I. Shakura*, Soviet Astron. 16(4), 756 (1973).
18. *N. I. Shakura* and *R. A. Sunyaev*, Astron. and Astrophys. 24, 337 (1973).
19. *N. A. Inogamov* and *R. A. Sunyaev*, Astron. Letters 25(5), 269 (1999), arXiv:astro-ph/9904333.
20. *Y. V. Artemova, G. S. Bisnovatyi-Kogan, I. V. Igumenshchev*, and *I. D. Novikov,* 637, 968 (2006), arXiv:astro-ph/0410249.
21. *P. Ghosh* and *F. K. Lamb*, 234, 296 (1979).
22. *M. V. Abakumov, S. I. Mukhin, Y. P. Popov*, and *V. M. Chechetkin*, Astron. Rep. 40(5), 366 (1996).
23. *M. R. Gilfanov* and *R. A. Sunyaev*, Physics Uspekhi 57, 377 (2014).

GAS-DYNAMICAL MODEL OF ACCRETION ON A NEUTRON STAR WITH VISCOSITY AND THE INFLUENCE OF LARGE-SCALE VORTICES ON THE TRANSMISSION OF ANGULAR MOMENTUM

A. G. Aksenov[a], V. M. Chechetkin[a,b]

[a] *Institute of Design Automation of the Russian Academy Sciences, Moscow, Russia*

[b] *Keldysh Institute of Applied Mathematics of the Russian Academy Sciences, Moscow, Russia*

**E-mail: aksenov@fastmail.fm*

The work is devoted to the construction of a gas-dynamic model of the accretion disk around a neutron star (NS). The developed multidimensional code is used to study the stability of stationary axially symmetrical models by carry out of evolutionary calculations in 3D taking into account viscosity, as well as taking into account the diffusion of radiation in 2D. It is shown that an arbitrary stationary axially symmetrical disk with a monotonic decrease in density with a cylindrical radius transforms, due to viscosity, braking and spreading of matter along the NS, into a new quasi-stationary toroidal configuration. The stability study of the stationary toroidal configuration confirmed the formation of large-scale vortex structures at the initial periodic disturbance of angular velocity in azimuth, now taking into account the "turbulent" viscosity. It turned out that the presence of large-scale structures leads to an acceleration of braking, i. e. an effective increase in viscosity.

Keywords: neutron star, accretion disk, gamma ray burst, conservative finite difference scheme.