

## ГРАВИТАЦИОННЫЕ МИССИИ СЛЕДУЮЩЕГО ПОКОЛЕНИЯ: ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ МУЛЬТИПАРНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

© 2023 г. А. И. Филеткин<sup>1,2,\*</sup>, А. С. Жамков<sup>1,\*\*\*</sup>, С. В. Аюков<sup>1,\*\*\*</sup>, В. К. Милюков<sup>1,\*\*\*\*</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
Государственный астрономический институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

<sup>2</sup>Физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

\*E-mail: ai.filetkin@physics.msu.ru

\*\*E-mail: zhamkov@physics.msu.ru

\*\*\*E-mail: s.ayukov@gmail.com

\*\*\*\*E-mail: vmylyukov@yandex.ru

Поступила в редакцию 02.07.2023 г.

После доработки 27.07.2023 г.

Принята к публикации 28.08.2023 г.

В работе выполнено исследование потенциальных возможностей космических группировок, состоящих из двух пар космических аппаратов, движущихся на разных орбитах, так называемых, гравитационных миссий следующего поколения, для повышения пространственного и временного разрешения измерений и повышения точности восстановления гравитационного поля Земли. В результате численного моделирования орбитального движения космических аппаратов мультипарной группировки и решения обратной задачи по восстановлению гравитационного поля Земли по модельным измерениям, выполняемых в данной группировке, была найдена мультипарная конфигурация с орбитальными параметрами  $h = 370$  км,  $i = 90.5^\circ$  и  $h = 370$  км,  $i = 70.0^\circ$ , которая позволяет повысить как пространственное, так и временное разрешение моделей гравитационного поля Земли со значительным уточнением зональных, секториальных и тессеральных гармоник по сравнению с однопарной близполярной группировкой.

**Ключевые слова:** гравитационное поле Земли, космическая гравиметрия мультипарная группировка, восстановление гравитационного поля, гравитационные миссии следующего поколения

**DOI:** 10.31857/S0004629923110063, **EDN:** HZYXDC

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Прошлая и настоящая гравитационные миссии GRACE [1] и GRACE FO [2], состоящие из двух спутников-близнецов, существенно улучшили наше представление о глобальном гравитационном поле Земли, и впервые начали регистрировать его временные вариации на месячном интервале времени. Основная задача гравитационных миссий следующего поколения (ГМСП) – долговременные высокоточные и однородные определения временных вариаций гравитационного поля Земли (ГПЗ) со значительным увеличением точности пространственного и временного разрешения по сравнению с миссиями GRACE и GRACE FO.

Спутниковая система GRACE является базовой при рассмотрении гравитационных орбитальных группировок следующих поколений, основанных на принципе измерения расстояния

“спутник–спутник”. Подобная конфигурация позволяет измерить разницу первых производных геопотенциала между двумя космическими аппаратами (далее КА), находящихся на небольшом расстоянии друг от друга ( $\approx 200$  км). Выбор полярной орбиты спутников обеспечивает глобальное покрытие поверхности Земли, что позволяет наблюдать изменение масс в полярных областях. Однако такая конфигурация обладает рядом существенных недостатков. Различная плотность покрытия наблюдениями поверхности Земли в приполярных и экваториальных областях приводит к зависимости точности ежемесячных моделей от географической широты, т.е. ошибки определения высот геоида имеют четко выраженную северо-южную ориентацию, что на картах представления пространственного разрешения ежемесячных моделей GRACE выглядит в виде характерных цветных полос, обозначающих разный уровень ошибок.

Другой существенный недостаток космических гравитационных группировок, состоящих из пары спутников, находящихся на одинаковых орбитах, связан с тем, что невозможно одновременно улучшить пространственное и временное разрешения моделей гравитационного поля Земли [3, 4].

Решением проблемы может быть мультипарная группировка, которая позволяет одновременно покрывать треками существенно разные участки поверхности Земли. Например, использование двух пар спутников, находящихся на разных орbitах, может существенно улучшить пространственное и временное разрешения. Основная задача таких конфигураций – обеспечить более равномерное распределение плотности треков на различных широтах и большую изотропность измерений, что в конечном итоге обеспечит более высокую точность моделей ГПЗ. Такие измерения могут быть реализованы различными конфигурациями мультипарной группировки. Как правило, одной из пар является близполярная пара типа GRACE. В последние годы было опубликовано достаточно большое количество исследований, касающихся концепций гравитационных миссий следующего поколения [5–22]. Наиболее перспективной конфигурацией, которая рассматривается в качестве кандидата для реализации гравитационной миссии следующего поколения в ближайшем будущем, является конфигурация BENDER [5]. Эта конфигурация, в которой реализуются измерения по разным направлениям, образована двумя парами спутников, находящихся на орбитах с разными наклонениями (одна полярная пара и одна наклонная). Для того, чтобы повысить чувствительность к вариациям гравитационного поля, орбиты спутников ГМСП должны быть ниже орбит GRACE (400 км и ниже) и, следовательно, требуется применение системы компенсации сноса для компенсации негравитационных ускорений.

Целью данной работы является исследование потенциальных возможностей гравитационных миссий следующего поколения для повышения пространственного и временного разрешения измерений и повышения точности восстановления гравитационного поля Земли.

## 2. МУЛЬТИПАРНАЯ КОСМИЧЕСКАЯ ГРУППИРОВКА ТИПА BENDER

Конфигурация BENDER состоит из двух коллинеарных пар спутников, расположенных по типу GRACE: одна пара спутников,  $S_1$  и  $S_2$ , находится на близполярной орбите, а другая,  $S_3$  и  $S_4$ , на наклонной (рис. 1). Относительно наклонения второй орбиты имеются различные рекомендации, от  $63^\circ$  до  $75^\circ$  [5]. Обе пары спутников изме-

ряют межспутниковое расстояние вдоль траектории полета (вдоль треков). Результаты моделирования показывают, что использование мультипарной конфигурации эффективно подавляет широтную зависимость ошибок моделей ГПЗ и приводит к однородному их распределению по поверхности Земли.

Близполярная пара КА в мультипарной группировке является опорной и обеспечивает полное глобальное покрытие подспутниковые трассами поверхности Земли, включая полярные области. Наклонная пара является дополнительной и обеспечивает более плотное покрытие близэкваториальных и средних широт.

Каждая из пар спутников измеряет компонент ГПЗ вдоль направления движения. Использование одной близполярной пары обеспечивает хорошую долготную заполненность, что важно при измерении зональных гармоник ( $n \neq 0, m = 0, n$  и  $m$  – степень и порядок сферической гармоники), однако для получения полного спектра разложения ГПЗ необходимо также измерять секториальные ( $n = m$ ) и тессеральные гармоники ( $n \neq m \neq 0$ ). Наклонная пара, за счет наклона орбиты, позволяет измерять секториальные и тессеральные гармоники, таким образом обеспечивая широтный компонент при заполненности поверхности Земли подспутниковыми трассами.

На рис. 2 показаны подспутниковые трассы близполярной и наклонной пар для мультипарной конфигурации типа BENDER с высотами орбиты 370 км и наклонениями  $90.5^\circ$  и  $75.0^\circ$  соответственно на временному интервале 10 сут.

## 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ОРБИТАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ МУЛЬТИПАРНОЙ ГРУППИРОВКИ

Модели ГПЗ, как правило, задаются разложением по сферическим функциям

$$R = (U - U_0) \approx \frac{GM}{r} \left[ \sum_{n=2}^{N_{\max}} \sum_{m=0}^n \left( \frac{a_E}{r} \right)^n \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \times \right. \\ \left. \times (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \right], \quad (1)$$

где  $GM$  – геоцентрическая гравитационная постоянная;  $r, \phi, \lambda$  – сферические координаты точки (или КА) в системе координат, жестко связанный с Землей;  $a_E$  – средний экваториальный радиус Земли;  $\bar{P}_{nm}(\sin \phi)$  – нормированные присоединенные функции Лежандра степени  $n$  и порядка  $m$ ;  $\bar{C}_{nm}, \bar{S}_{nm}$  – нормированные коэффициенты Стокса;  $N_{\max}$  – максимальная степень разложения.

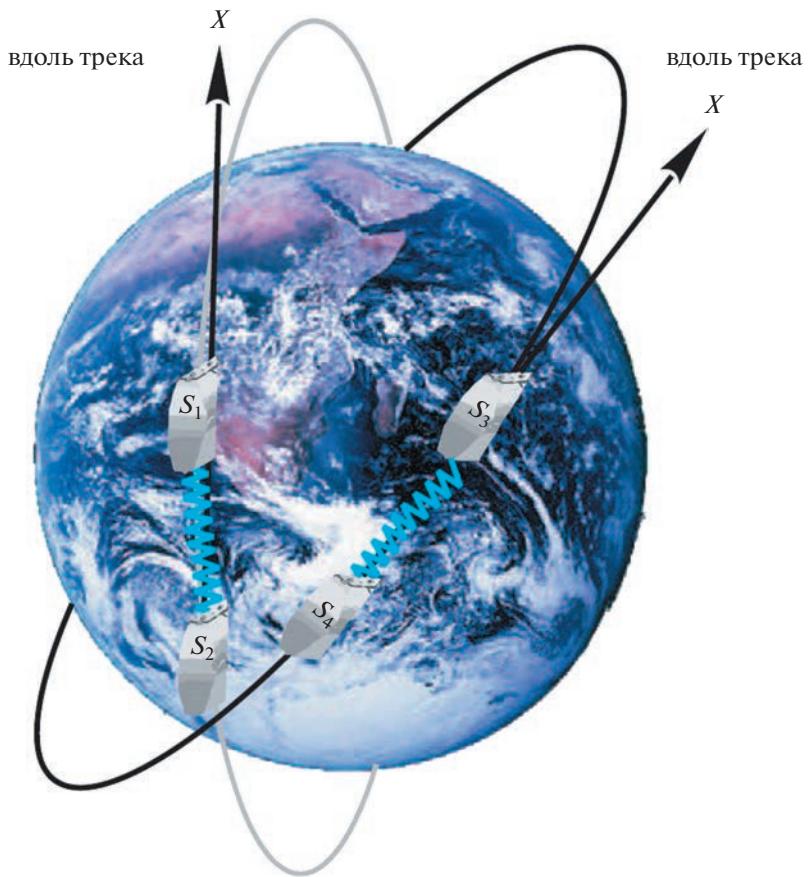


Рис. 1. Четырехспутниковая конфигурация ГМСП BENDER.

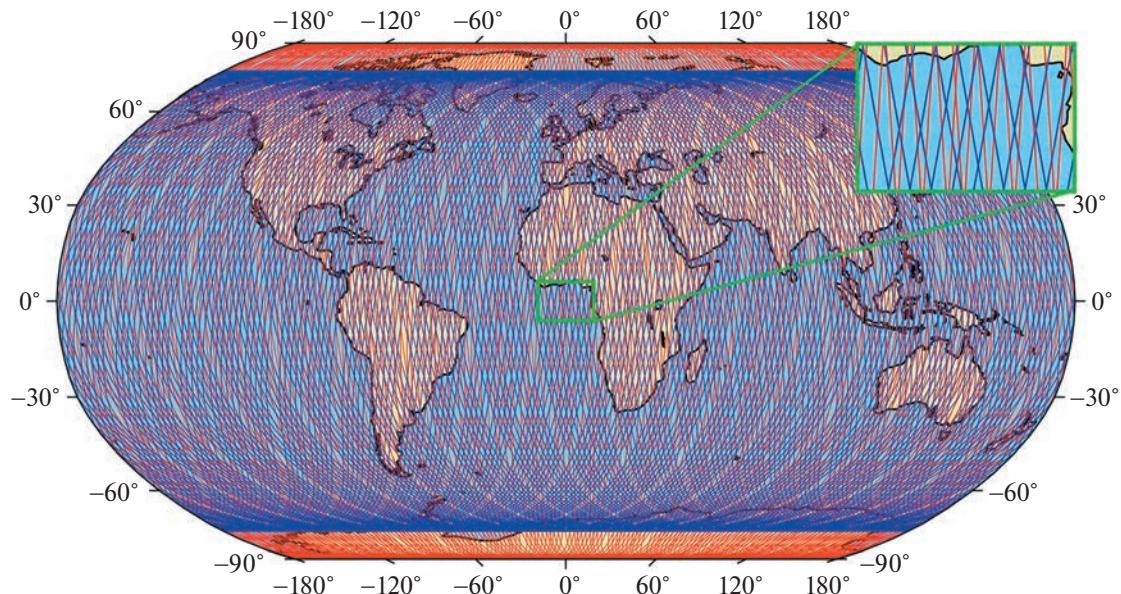
Максимальная степень разложения в выражении (1) определяет пространственное разрешение моделей ГПЗ, а временной интервал, на котором строится данная модель, определяет ее временное разрешение. Важно не только количество коэффициентов Стокса (сферических гармоник), которые определяют пространственное разрешение, но и точность их определения. Формально разложение имеет смысл, пока величина ошибки сферической гармоники не станет равной значению самой сферической гармоники.

Моделирование орбитального движения мультипарной группировки выполнялось с учетом моделей сил, действующих на КА, которые перечислены в табл. 1. Параметры моделирования, общие для всех рассмотренных сценариев, указаны в табл. 2.

Отметим, что моделирование орбитального движения проводилось с учетом возмущений гармонических коэффициентов ГПЗ только до 10 степени и порядка включительно, так как ана-

Таблица 1. Список учитываемых параметров при полномасштабном моделировании

№	Название	Флаг включения
1	Глобальное гравитационное поле Земли до 10 степени и порядка	Да (EGM96)
2	Воздействие от третьих тел (планет Солнечной системы)	Да (DE421)
3	Океанические приливы	Да (FES 2004)
4	Влияние океанических приливов на положение полюса	Да (FES 2004)
5	Твердые приливы	Да (IERS 2010)
6	Влияние твердых приливов на положение полюса	Да (IERS 2010)
7	Атмосферное сопротивление	Нет
8	Давление солнечного излучения	Да



**Рис. 2.** Покрытие подспутниковыми трассами (красные линии – близполярная, синие линии – наклонная) поверхности Земли спутниками с параметрами  $h = 370$  км,  $i = 90.5^\circ$  и  $h = 370$  км,  $i = 75.0^\circ$  на временному интервале 10 сут.

лиз покрытия треками не требует высокой точности модели движения КА, вклад от гармоник более высоких степеней незначительный. Отметим также, что не учитывалось влияние атмосферы, т.е. концепция будущей мультипарной конфигурации предполагает оснащение КА системой компенсации сноса и контроля высоты орбиты. В противном случае деградация высоты орбиты со временем будет влиять на картину покрытия поверхности Земли измерениями и не обеспечивать возможности построения серии высокоточных моделей ГПЗ на заявленном пространственном разрешении за установленный интервал времени в процессе функционирования миссии.

Задачей будущих мультипарных миссий является увеличение как пространственного, так и

временного разрешения восстановленных моделей ГПЗ. С этой целью было исследовано влияние орбитальных параметров КА на повышение пространственного разрешения ГПЗ по измерениям мультипарной группировкой для временного разрешения 10 сут.

Методика моделирования покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами КА с целью нахождения оптимальных значений орбитальных параметров для повышения пространственного разрешения при заданном временном заключалась в следующем. Вся поверхность Земли ( $360^\circ$  по долготе и  $180^\circ$  по широте) разбивается на целое количество сегментов размером  $x^\circ \times x^\circ$ , которые в свою очередь задают угловое (пространственное) разрешение моделей ГПЗ. Для за-

**Таблица 2.** Общие параметры моделирования для всех конфигураций

Параметр	Значение
Начальная эпоха	2021-01-01 00:00:00
Интервал интегрирования	10, 15 и 30 сут
Шаг интегрирования	5 с
Межспутниковое расстояние	220 км
Высота орбиты опорной и дополнительной пар	370 км
Эксцентриситет	0.001
Аргументperiцентра первого спутника в каждой паре	$0.0^\circ$
Аргументperiцентра второго спутника в каждой паре	$93.0^\circ$
Долгота восходящего узла КА в каждой паре	$0.0^\circ$
Средняя аномалия КА в каждой паре	$0.0^\circ$

**Таблица 3.** Оценка равномерности и плотности покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами однопарными конфигурациями на интервале 10, 15 и 30 сут

№	Конфигурация	Пространственное разрешение	Процент глобального покрытия	Макс. пропуск по долготе	Макс. пропуск по широте
30 сут					
1	$h_l = 370 \text{ км}, i_l = 89.5^\circ$	$2^\circ \times 2^\circ$	100%	$2.04^\circ$	$23.78^\circ$
2	$h_l = 370 \text{ км}, i_l = 90.5^\circ$	$1^\circ \times 1^\circ$	100%	$0.83^\circ$	$5.84^\circ$
15 сут					
1	$h_l = 370 \text{ км}, i_l = 89.5^\circ$	$2.5^\circ \times 2.5^\circ$	100%	$2.75^\circ$	$38.43^\circ$
2	$h_l = 370 \text{ км}, i_l = 90.5^\circ$	$2.4^\circ \times 2.4^\circ$	100%	$2.32^\circ$	$20.20^\circ$
10 сут					
1	$h_l = 370 \text{ км}, i_l = 89.5^\circ$	$3^\circ \times 3^\circ$	100%	$2.75^\circ$	$42.56^\circ$
2	$h_l = 370 \text{ км}, i_l = 90.5^\circ$	$3.6^\circ \times 3.6^\circ$	100%	$3.79^\circ$	$25.93^\circ$

данного разрешения ( $x^\circ \times x^\circ$ ) оценивается процент глобального покрытия, как отношение количества сегментов  $k$ , в которые попала хотя бы одна точка трассы (измерение), к общему числу сегментов  $K$  по всей поверхности Земли, т.е.  $k/K$  [23, 24].

Исходя из рекомендаций, что орбиты будущих мультипарных конфигураций должны быть  $\sim 400$  км и ниже, мы выбрали высоту орбит КА космической группировки, равной 370 км. Выбор наклонения орбиты опорной близполярной пары типа GRACE был сделан на основании плотности и равномерности покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами КА в долготном и широтном направлениях, мерой которого является расстояние между соседними подспутниковыми трассами, или иными словами “пропуск по широте” и “пропуск по долготе”. Одна из задач оптимизации орбит заключается в том, чтобы минимизировать максимальные значения этих параметров. Мы рассмотрели традиционное наклонение  $89.5^\circ$ , рекомендованное в большинстве работ по мультипарным конфигурациям, и симметричное ему относительно полюса наклонение  $90.5^\circ$ . Результаты сравнения приведены в табл. 3.

Близполярная пара № 2 для всех временных интервалов при 100% покрытии имеет меньшие значения максимальных пропусков по широте по сравнению с традиционной близполярной парой № 1, поэтому в нашем исследовании для опорной пары были выбраны орбитальные параметры  $h = 370 \text{ км}, i_l = 90.5^\circ$ . Дополнительная наклонная пара рассматривалась на той же высоте орбиты с варьированием по наклонению от  $50^\circ$  до  $75^\circ$  с шагом  $5^\circ$ .

Полномасштабное численное интегрирование выполнялось с помощью программного комплекса, разработанного в ГАИШ МГУ. Программный комплекс позволяет моделировать движение КА на низкой околоземной орбите в соответствии с рекомендациями IERS2010 (International Earth Rotation Service) [25]. Модель ГПЗ рассчитывалась на основе алгоритма Беликова и Тайбаторова [26], воздействие негравитационных эффектов (давление солнечного излучения) с учетом геометрии КА учитывалось в соответствии с выводами [27]. Моделирование проводилось для КА с параметрами КА GRACE: масса 700 кг, размеры: 3 м (вдоль орбиты)  $\times$  1.5 м  $\times$  1.5 м.

Результаты расчетов представлены в табл. 4. Все мультипарные конфигурации достигают 100% глобального покрытия на пространственном разрешении  $2.5^\circ \times 2.5^\circ$  и  $3^\circ \times 3^\circ$  на интервале 10 сут. Основные различия выражаются в равномерности покрытия в долготном и широтном направлениях. Максимальный пропуск по долготе для всех конфигураций приблизительно одинаков. С точки зрения максимального пропуска по широте наиболее предпочтительными мультипарными конфигурациями, которые обеспечивают 100% глобальное покрытие с наибольшим равномерным заполнением (т.е. с минимальным пропуском по широте между соседними подспутниковыми трассами), являются конфигурации № 5 и № 6 (табл. 4).

Для конфигурации № 6 на рис. 2 показаны подспутниковые трассы на интервале 10 сут, а на рис. 3 показана гистограмма покрытия поверхности Земли измерениями на том же интервале времени.

Расчеты, выполненные для конфигурации № 6 на временных интервалах 15 и 30 сут, показывают, что 100% глобальное покрытие измерениями

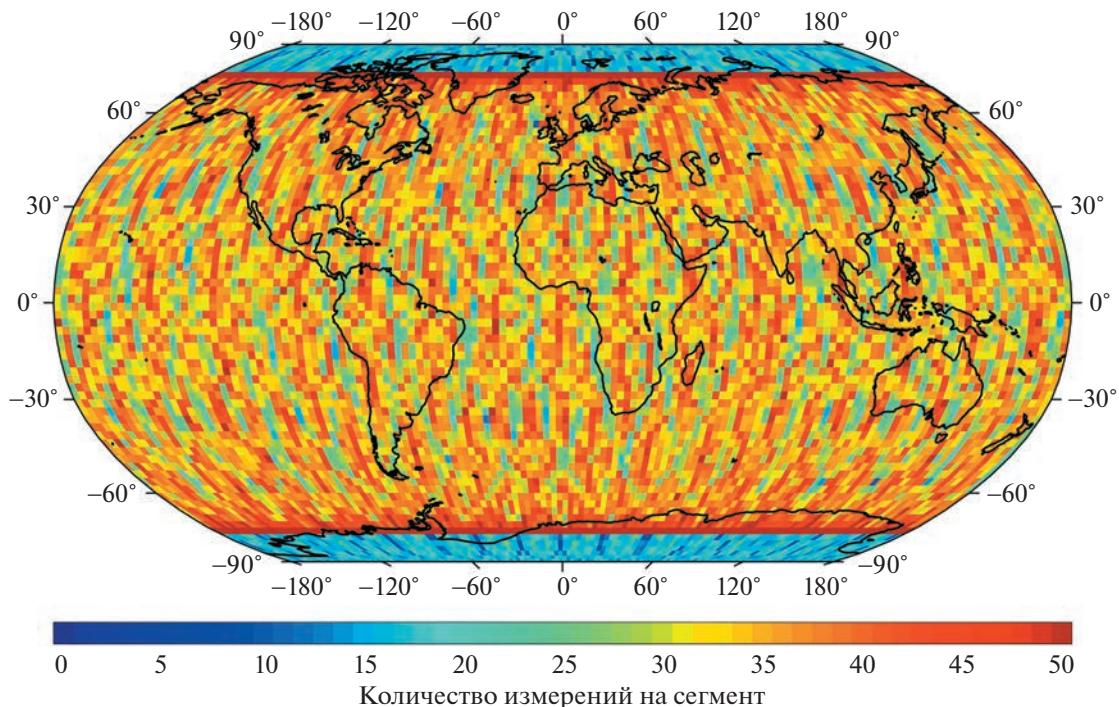
**Таблица 4.** Оценка равномерности и плотности покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами мультипарными конфигурациями типа BENDER на интервале 10 сут

№	Конфигурация	Пространственное разрешение	Процент глобального покрытия	Макс. пропуск по долготе	Макс. пропуск по широте
1	$h_1 = 370 \text{ км}, i_1 = 90.5^\circ$ $h_2 = 370 \text{ км}, i_2 = 50.0^\circ$	$3^\circ \times 3^\circ$	100%	$3.74^\circ$	$18.45^\circ$
2	$h_1 = 370 \text{ км}, i_1 = 90.5^\circ$ $h_2 = 370 \text{ км}, i_2 = 55.0^\circ$	$2.5^\circ \times 2.5^\circ$	100%	$3.74^\circ$	$14.28^\circ$
3	$h_1 = 370 \text{ км}, i_1 = 90.5^\circ$ $h_2 = 370 \text{ км}, i_2 = 60.0^\circ$	$2.5^\circ \times 2.5^\circ$	100%	$3.74^\circ$	$14.20^\circ$
4	$h_1 = 370 \text{ км}, i_1 = 90.5^\circ$ $h_2 = 370 \text{ км}, i_2 = 65.0^\circ$	$3.6^\circ \times 3.6^\circ$	100%	$3.79^\circ$	$10.52^\circ$
5	$h_1 = 370 \text{ км}, i_1 = 90.5^\circ$ $h_2 = 370 \text{ км}, i_2 = 70.0^\circ$	$3^\circ \times 3^\circ$	100%	$3.79^\circ$	$9.46^\circ$
6	$h_1 = 370 \text{ км}, i_1 = 90.5^\circ$ $h_2 = 370 \text{ км}, i_2 = 75.0^\circ$	$2.5^\circ \times 2.5^\circ$	100%	$3.74^\circ$	$7.10^\circ$

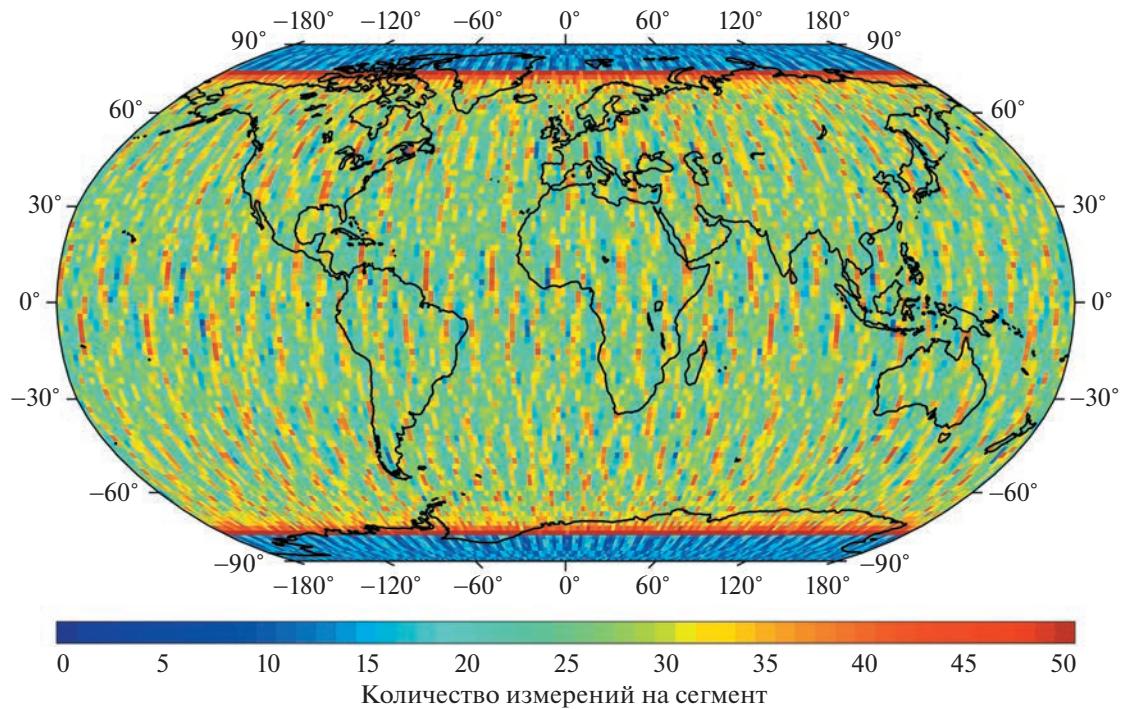
достигается на пространственном разрешении  $1.8^\circ \times 1.8^\circ$  и  $1^\circ \times 1^\circ$  соответственно. Для мультипарной конфигурации № 5 100% покрытие на тех же временных интервалах достигается на пространственном разрешении  $2^\circ \times 2^\circ$  и  $1^\circ \times 1^\circ$  соответственно. На рис. 4 и 5 показаны гистограммы

покрытия поверхности Земли измерениями для мультипарной конфигурации № 6 на временных интервалах 15 и 30 сут.

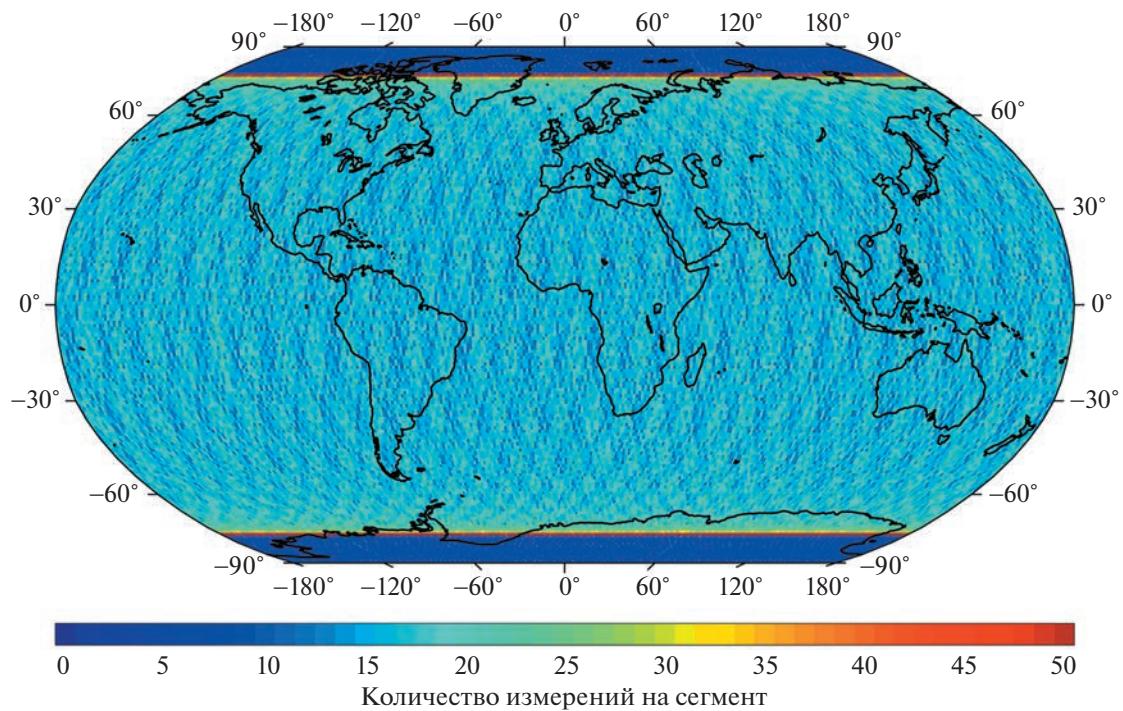
Близполярная и наклонная пары имеют одинаковое количество измерений, однако плотность заполнения зависит от наклонения и пло-



**Рис. 3.** Гистограмма покрытия поверхности Земли измерениями спутниками с параметрами  $h = 370 \text{ км}$ ,  $i = 90.5^\circ$  и  $h = 370 \text{ км}$ ,  $i = 75.0^\circ$  в сегментах  $2.5^\circ \times 2.5^\circ$  на временному интервале 10 сут (величина глобального покрытия 100%). Цветовая шкала показывает количество измерений от 0 до 50, приходящихся на соответствующий сегмент земной поверхности.



**Рис. 4.** Гистограмма покрытия поверхности Земли измерениями спутниками с параметрами  $h = 370$  км,  $i = 90.5^\circ$  и  $h = 370$  км,  $i = 75.0^\circ$  в сегментах  $1.8^\circ \times 1.8^\circ$  на временному интервале 15 сут (величина глобального покрытия 100%). Цветовая шкала показывает количество измерений от 0 до 50, приходящихся на соответствующий сегмент земной поверхности.



**Рис. 5.** Гистограмма покрытия поверхности Земли измерениями спутниками с параметрами  $h = 370$  км,  $i = 90.5^\circ$  и  $h = 370$  км,  $i = 75.0^\circ$  в сегментах  $1^\circ \times 1^\circ$  на временному интервале 30 сут (величина глобального покрытия 100%). Цветовая шкала показывает количество измерений от 0 до 50, приходящихся на соответствующий сегмент земной поверхности.

щади поверхности Земли, покрываемой измерениями (чем меньше наклонение, тем меньше покрываемая площадь, следовательно, тем больше плотность при одинаковом количестве измерений за заданный интервал времени). Например, на рис. 3 резкий контраст по цветовой шкале на широте  $75.0^{\circ}$  наглядно демонстрирует эту особенность, количество измерений на сегмент скачкообразно возрастает с 10–20 в приполярных областях до 30–50 на широтах, меньших  $75.0^{\circ}$ .

#### 4. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ГПЗ ДЛЯ МУЛЬТИПАРНЫХ КОНФИГУРАЦИЙ

Входными данными, на основании которых строится решение обратной задачи по восстановлению ГПЗ, являются синтетические (модельные) данные измерений в мультипарных группировках под воздействием сил, указанных в табл. 1, без добавления шумов. Исходным (модельным) гравитационным полем, в котором рассчитываются орбиты спутников и генерируются модельные измерения (координаты и скорости КА, вариации межспутниковых расстояний), является глобальная модель EGM96. В данном случае для решения задачи восстановления ГПЗ модель EGM96 использовалась в разложении по сферическим гармоникам до 100 степени и порядка включительно. В качестве истинного гравитационного поля была выбрана модель ГПЗ EGM2008. После восстановления ГПЗ с использованием модельных измерений решение (результат восстановления) должно приближаться к истинному ГПЗ, т.е. EGM2008.

Таким образом, в данном разделе мы будем иметь дело с тремя представлениями ГПЗ: исходным (MOD), представленным моделью EGM96, истинным (REAL), представленным моделью EGM2008, и полем, являющимся результатом восстановления ГПЗ по синтетическим (модельным) измерениям (RES). Сравнивая эти три модели друг с другом, мы можем оценить результат восстановления ГПЗ, т.е. насколько наше решение улучшилось или приблизилось к истинному: чем меньше величина расхождения, тем лучше результат восстановления.

Задача восстановления ГПЗ решалась для мультипарных конфигураций № 5 и № 6 (табл. 3). Оценки и сравнения полученных решений были выполнены на различных интервалах времени (временных разрешениях моделей ГПЗ).

Для представления результатов и сравнения различных решений ГПЗ принято использовать несколько величин, которые характеризуют ошибки и неопределенности оценок коэффициентов в спектре сферических гармоник разложения гравитационного поля Земли.

Выражение (2) называется степенной дисперсией и используется для сравнения различных степеней в рамках одной модели ГПЗ [28]

$$\sigma_n^2 = R_E^2 \sum_{m=0}^n \sigma_{nm}^2 = R_E^2 \sum_{m=0}^n (C_{nm}^2 + S_{nm}^2), \quad (2)$$

где  $R_E$  – средний экваториальный радиус Земли,  $n$  и  $m$  – степень и порядок сферической гармоники соответственно. Отметим, что в данном представлении степенные дисперсии имеют размерность длины (например, метры) и характеризуют высоты геоида.

Выражение (3), полученное из (2), называется разностью степенных дисперсий и используется для представления расхождений или сравнения двух различных моделей ГПЗ по степеням

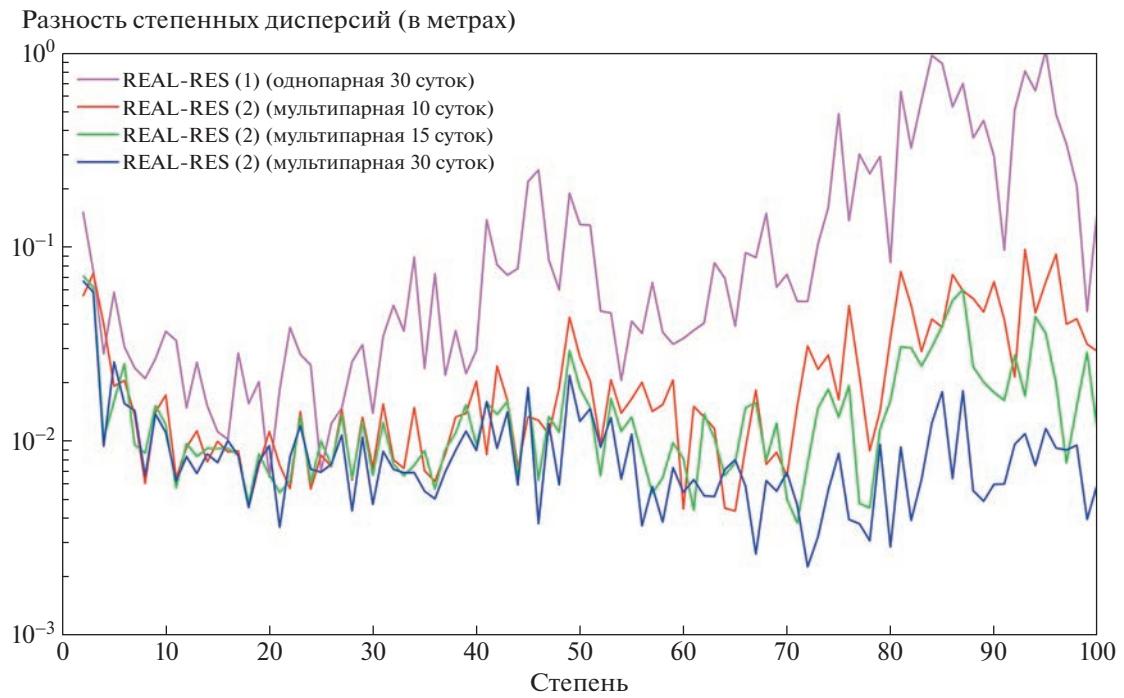
$$\Delta\sigma_n^2 = R_E^2 \sum_{m=0}^n (\Delta C_{nm}^2 + \Delta S_{nm}^2). \quad (3)$$

В рамках данного исследования  $\Delta C_{nm}$  и  $\Delta S_{nm}$  представляют разность коэффициентов истинной (REAL) и восстановленной (RES) моделей ГПЗ:  $\Delta C_{nm} = (C_{nm})_{\text{real}} - (C_{nm})_{\text{res}}$  и  $\Delta S_{nm} = (S_{nm})_{\text{real}} - (S_{nm})_{\text{res}}$ .

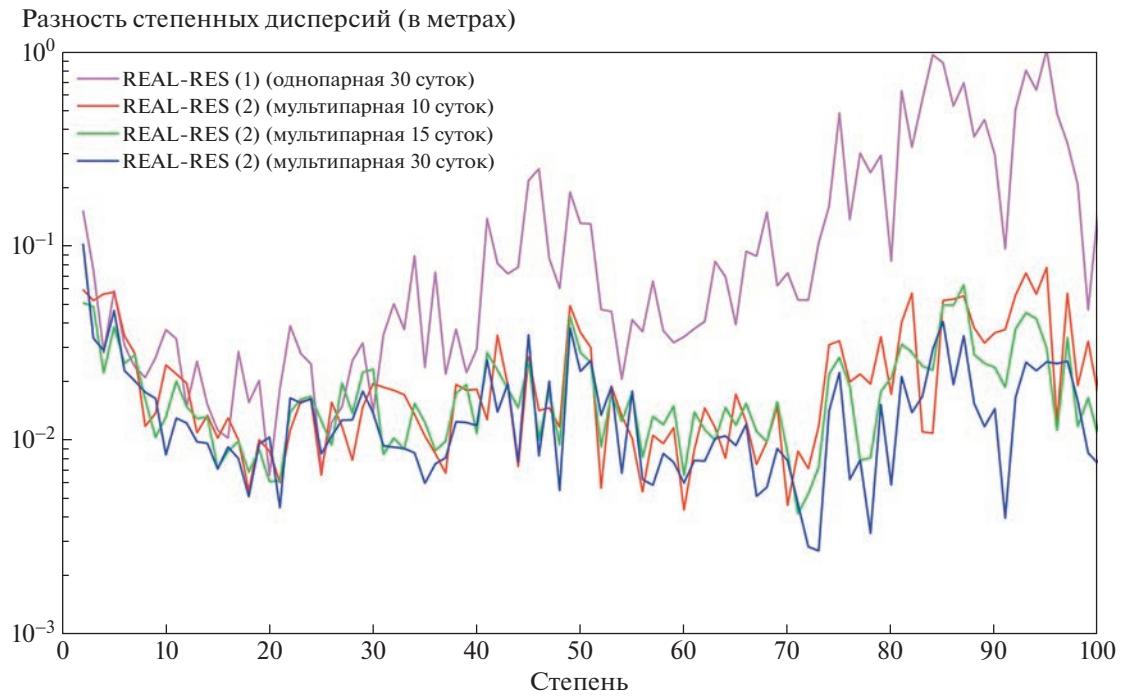
Выражение (3) используется во всех сценариях моделирования для оценки эффективности процедуры восстановления, т.е. насколько восстановленное поле близко к истинному для каждой из степеней разложения (т.е. суммируются все коэффициенты с разными порядками  $m$  в рамках одной степени  $n$ ).

На рис. 6 и 7 представлены разности степенных дисперсий истинного и восстановленного полей для конфигураций № 5 и № 6 для разных временных интервалов измерений (10, 15 и 30 сут) в сравнении с однопарной конфигурацией на временном интервале 30 сут. Можно отметить, что разности степенных дисперсий для однопарной группировки существенно больше соответствующих разностей для обоих мультипарных группировок, причем на интервале степеней 70–100 больше практически на 2 порядка. Для мультипарных конфигураций с увеличением времени измерений происходит уменьшение разности степенных дисперсий в среднечастотной области спектра гармоник (от 70 до 100). Можно также отметить более точное восстановление ГПЗ для мультипарной конфигурации № 5 по сравнению с конфигурацией № 6 в низкочастотной части спектра (10–40) для всех временных интервалов, а также в среднечастотной части для временного интервала 30 сут.

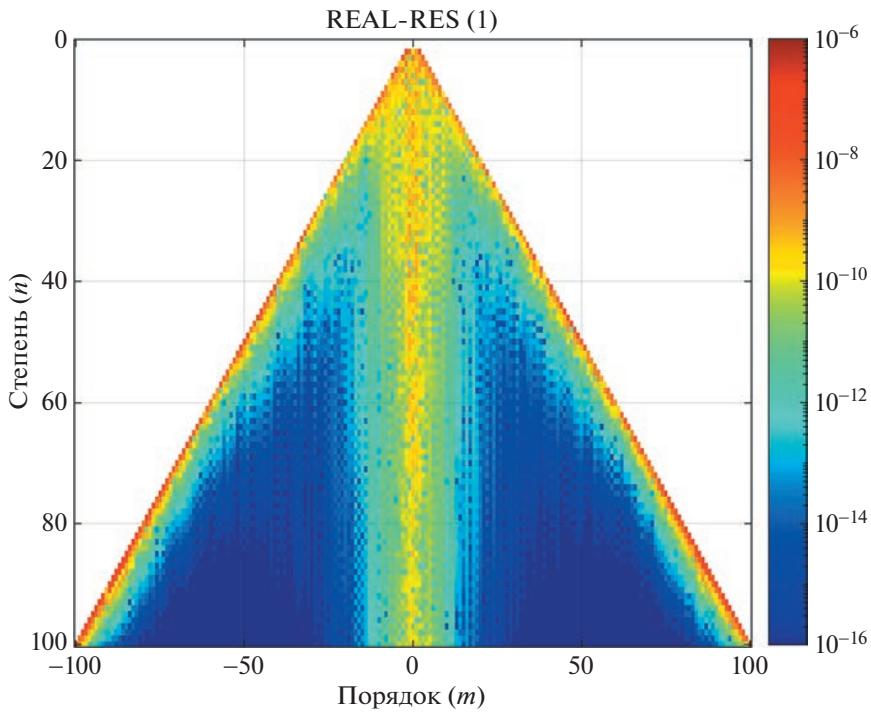
Эффективность полученных решений по восстановлению ГПЗ по отношению к истинному гравитационному полю EGM2008 можно оценить по распределению разностей коэффициентов  $\Delta C_{nm}$  и  $\Delta S_{nm}$  (ф-ла (3)), где каждый отдельный сег-



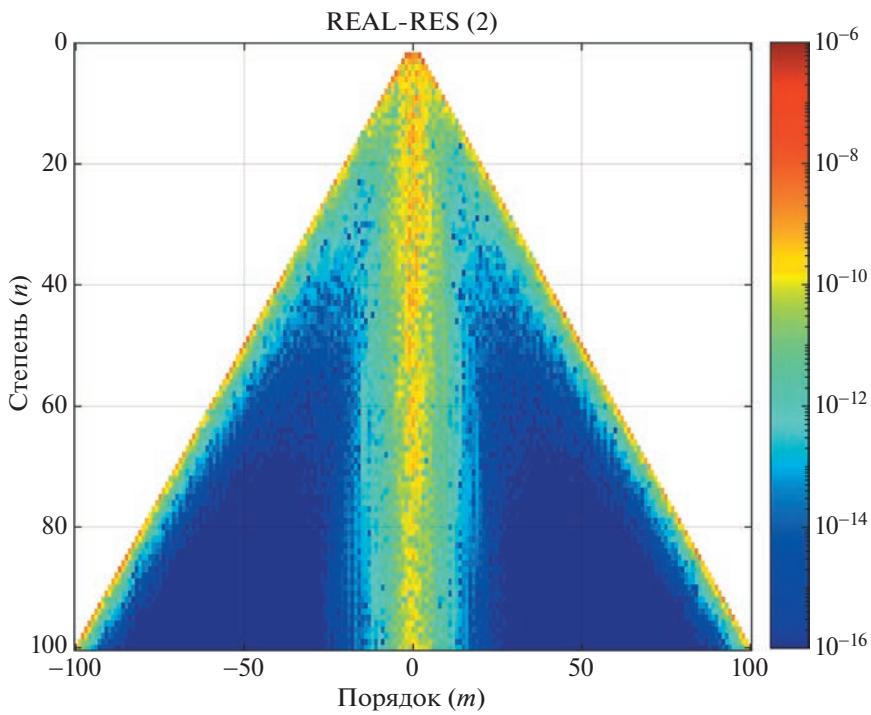
**Рис. 6.** Разности степенных дисперсий истинного и восстановленного ГПЗ для однопарной конфигурации с параметрами  $h = 370$  км,  $i = 90.5^\circ$  и мультипарной конфигурации № 5 с параметрами  $h = 370$  км,  $i = 90.5^\circ$  и  $h = 370$  км,  $i = 70.0^\circ$ .



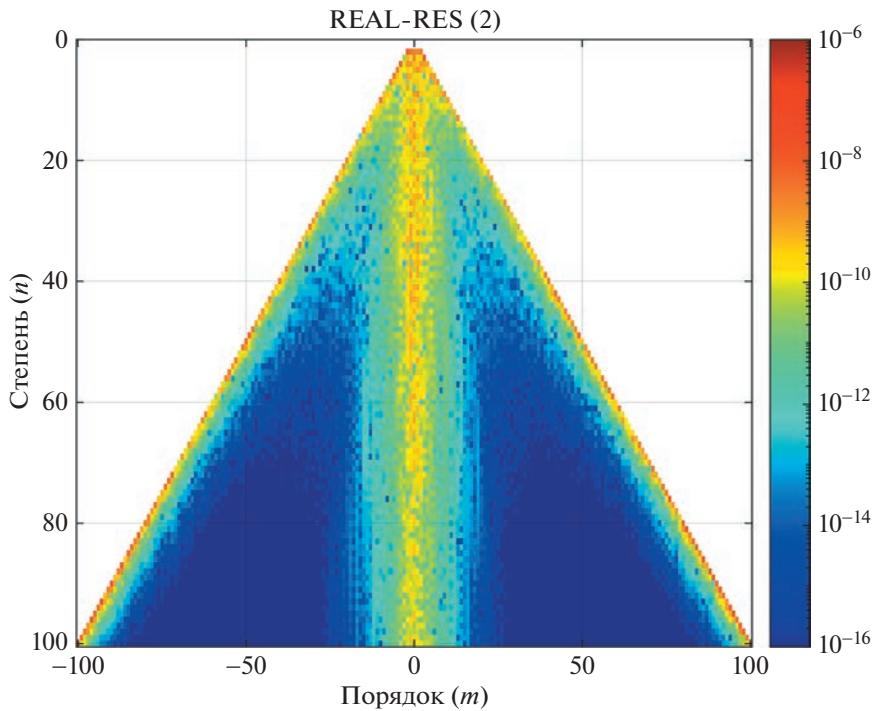
**Рис. 7.** Разности степенных дисперсий истинного и восстановленного ГПЗ для однопарной конфигурации с параметрами  $h = 370$  км,  $i = 90.5^\circ$  и мультипарной конфигурации № 6 с параметрами  $h = 370$  км,  $i = 90.5^\circ$  и  $h = 370$  км,  $i = 75.0^\circ$ .



**Рис. 8.** Распределение разности гармонических коэффициентов истинного EGM2008 (REAL) и восстановленного поля (RES) до 100 степени и порядка включительно для однопарной конфигурации  $h = 370$  км,  $i = 90.5^\circ$  на интервале времени 30 сут.



**Рис. 9.** Распределение разности гармонических коэффициентов истинного EGM2008 (REAL) и восстановленного поля (RES) до 100 степени и порядка включительно для мультипарной конфигурации № 5 на интервале времени 30 сут.



**Рис. 10.** Распределение разности гармонических коэффициентов истинного EGM2008 (REAL) и восстановленного поля (RES) до 100 степени и порядка включительно для мультипарной конфигурации № 5 на интервале времени 10 сут.

мент отвечает за разность коэффициентов степени  $n$  и порядка  $m$ , а цветовая шкала характеризует величину этой разности. Такое распределение разности гармонических коэффициентов для однопарной группировки на интервале 30 сут представлено на рис. 8. На рис. 9 и 10 приведены распределения разностей гармонических коэффициентов  $\Delta C_{nm}$  и  $\Delta S_{nm}$  для мультипарной группировки № 5 на временных интервалах 30 и 10 сут.

Анализ рис. 8 и 9 показывает, что восстановление ГПЗ по модельным измерениям для мультипарной конфигурации № 5 на временному интервале 30 сут по сравнению с однопарной конфигурацией позволяет существенно уточнить коэффициенты Стокса в области близзональных ( $m \approx 0$ ,  $n \neq 0$ ) и тессеральных гармоник ( $m \neq n \neq 0$ ), а в области секториальных гармоник ( $n = m$ ) уточнение происходит практически на 2 порядка (от  $\sim 10^{-8}$  до  $\sim 10^{-10}$ ). В свою очередь, сравнение рис. 9 и 10 показывает, что расхождение между ними несущественно. Это свидетельствует о том, что даже на интервале 10 сут мультипарная конфигурация позволяет достаточно эффективно уточнить все гармонические коэффициенты.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Эффективным решением проблемы существенного повышения пространственного и временного разрешения гравитационного поля Земли являются мультипарные спутниковые группировки. Концепции мультипарных группировок сейчас интенсивно изучаются в ряде мировых научных гравитационных центров и планируются к реализации в качестве гравитационных миссий следующего поколения.

Важным фактором, определяющим пространственное разрешение моделей ГПЗ, является плотность покрытия поверхности Земли подспутниковыми трассами. В работе выполнено полномасштабное численное моделирование взаимного орбитального движения мультипарной группировки КА с учетом возмущающих факторов гравитационных и негравитационных сил. Критерием оптимизации орбитальных параметров было 100% покрытие поверхности Земли подспутниковыми трассами с минимальными расстояниями между трассами по долготе и широте для интервалов времени 10, 15 и 30 сут. Для двух мультипарных конфигураций с оптимальными параметрами выполнено решение обратной задачи по восстановлению ГПЗ с целью уточнения коэффициентов Стокса и оценки эффективности полученных решений.

Мультипарная конфигурация с орбитальными параметрами  $h = 370$  км,  $i = 90.5^\circ$  и  $h = 370$  км,  $i = 70.0^\circ$  позволяет повысить как пространственное, так и временное разрешение существующих моделей ГПЗ при 100% покрытии со значительным уточнением зональных, секториальных и тессеральных гармоник. Найденная мультипарная конфигурация позволяет получить следующие высокоточные модели ГПЗ:

1. с пространственным разрешением  $1^\circ \times 1^\circ$  (длина полуволны  $\approx 111$  км) на интервале 30 дней;
2. с угловым разрешением  $2^\circ \times 2^\circ$  (длина полуволны  $\approx 222$  км) на интервале 15 дней;
3. с угловым разрешением  $3^\circ \times 3^\circ$  (длина полуволны  $\approx 333$  км) на интервале 10 дней.

Разность степенных дисперсий истинного и восстановленного ГПЗ для мультипарной группировки в среднечастотной части спектра достигает долей сантиметра, что практически на два порядка меньше соответствующей разности для однопарной группировки.

## ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда Грант № 23-42-00055.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *B. D. Tapley, S. Bettadpur, M. M. Watkins, and Ch. Reigber*, Geophys. Res. Letters **31**(9), id. L09607 (2004).
2. *R. P. Kornfeld, B. W. Arnold, M. A. Gross, N. T. Dahya, W. M. Klipstein, P. F. Gath, and S. Bettadpur*, J. Spacecraft and Rockets **56**(3), 931 (2019).
3. *T. Reubelt, N. Sneeuw and M. A. Sharifi*, in: *Gravity, Geoid and Earth Observation*, edited by *S. P. Mertikas* (Springer, 2010), p. 163.
4. *A. C. Жамков, В. К. Милюков*, Физика Земли № 2, 139 (2021).
5. *P. L. Bender, D. Wiese, and R. S. Nerem*, in: Proc. of the *Third Intern. Symp. on Formation Flying, Missions and Technologies*, ESA/ESTEC, Noordwijk, 23–25 April 2008, The Netherlands, 1 (2008).
6. *D. Wiese, W. Folkner, and R. Nerem*, J. Geodesy **83**, 569 (2009).
7. *D. Wiese, R. Nerem, and S.-C. Han*, J. Geophys. Res. Solid Earth **116**, 405 (2011).
8. *B. Elsaka, J. Kusche, and K.-H. Ilk*, Adv. Space Research **50**(11), 1534 (2012).
9. *I. Panet, J. Flury, R. Biancale, T. Gruber, et al.*, Surveys Geophysics **34**, 141 (2012).
10. *S. I. Pour, T. Reubelt, and N. Sneeuw*, Adv. Space Research **52**(5), 916 (2013).
11. *B. Elsaka, J.-C. Raimondo, Ph. Brieden, T. Reubelt, et al.*, J. Geodesy **88**(1), 31 (2014).
12. *B. Elsaka*, Intern. J. Geosciences **5**(3), 267 (2014).
13. *Daras and R. Pail*, J. Geophys. Res. Solid Earth **122**(9), 7343 (2017).
14. *S. Dionisio, A. Anselmi, L. Bonino, S. Cesare, L. Massotti, and P. Silvestrin*, in: *15th International Conference on Space Operations 2018* (Amer. Inst. Aeronautics and Astronautics, 2018) p. 2495.
15. *A. F. Purkhauser and R. Pail*, Geophys. J. Intern. **217**(2), 1314 (2019).
16. *R. Pail, H.-C. Yeh, W. Feng, M. Hauk, et al.*, Remote Sensing **11**(22), 2654 (2019).
17. *R. Pail, J. Bamber, R. Biancale, R. Bingham, et al.*, J. Geodetic Sci. **9**(1), 48 (2019).
18. *M. Hauk and R. Pail*, Remote Sensing **11**(5), 537 (2019).
19. *R. Haagmans, C. Siemes, L. Massotti, O. Carraz, and P. Silvestrin*, Rendiconti Lincei Sci. Fisiche Naturali **31**(1), 15 (2020).
20. *L. Massotti, C. Siemes, G. March, R. Haagmans, and P. Silvestrin*, Remote Sensing **13**(19), 3935 (2021).
21. *L. Massotti, J. Gonzalez del Amo, P. Silvestrin, D. Krejci, et al.*, CEAS Space J. **14**, 109 (2022).
22. *P. L. Bender*, Remote Sensing **14**(4), 948 (2022).
23. *В. К. Милюков, А. И. Филеткин, А. С. Жамков*, Астрон. журн. **98**(4), 342 (2021).
24. *В. К. Милюков, А. И. Филеткин, А. С. Жамков*, ЖЭТФ **161**(4), 596 (2022).
25. *G. Petit and B. Luzum*, in: *IERS Conventions*. IERS Technical Note No. 36 (Frankfurt am Main, Verlag des Bundesamts für Kartographie und Geodäsie, 2010), p. 179.
26. *М. В. Беликов, К. А. Тайбаторов*, Кинематика и физика небесн. тел **6**(2), 24 (1990).
27. *O. Montenbruck and E. Gill*, *Satellite Orbits. Models, Methods, and Applications* (NY: Springer–Verlag Berlin Heidelberg, 2000).
28. *B. Elsaka*, *Simulated Satellite Formation Flights for Detecting the Temporal Variations of the Earth's Gravity Field*, Inaugural-Dissertation zur Erlangung des akademischen Grades Doktor-Ingenieur, Bonn, 168 p. (2010).

## NEXT GENERATION GRAVITY MISSIONS: STUDYING THE POSSIBILITIES OF MULTIPLE CONSTELLATION

A. I. Filetkin<sup>a,b</sup>, A. S. Zhamkov<sup>a</sup>, S. V. Ayukov<sup>a</sup>, and V. K. Milyukov<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Sternberg Astronomical Institute, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

<sup>b</sup>Faculty of Physics, Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

We study potential possibilities of space constellation consisting of two pairs of spacecraft moving in different orbits, the so-called next generation gravity missions, aimed at increasing the spatial and temporal resolution of measurements and improving the accuracy of the recovery of the Earth's gravity field. As a result of numerical simulation of the orbital motion of the multiple spacecraft constellation and solving the inverse problem of recovering the Earth's gravitational field based on model measurements performed in this constellation, a multiple configuration with orbital parameters  $h = 370$  km,  $i = 90.5^\circ$  and  $h = 370$  km,  $i = 70.0^\circ$ , was found. Such a multiple constellation makes possible to increase both the spatial and temporal resolution of the Earth's gravity field models with a significant refinement of zonal, sectorial and tesseral harmonics compared to the one-pair near-polar configuration.

**Keywords:** Earth's gravity field, space gravimetry, multipair constellation, gravity field recovery, next generation gravity missions