

ТРЕХМЕРНАЯ ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ ОБОЛОЧКИ ГОРЯЧЕЙ ЭКЗОПЛАНЕТЫ НА ОСНОВЕ СФЕРИЧЕСКИХ КООРДИНАТ

© 2023 г. А. Г. Жилкин*

Институт астрономии Российской академии наук, Москва, Россия

**E-mail: zhilkin@inasan.ru*

Поступила в редакцию 21.12.2022 г.

После доработки 16.02.2023 г.

Принята к публикации 06.03.2023 г.

Для исследования процесса обтекания горячего юпитера звездным ветром разработан новый трехмерный параллельный численный код в сферических координатах. Особенность сферической системы координат в окрестности полюсов преодолевается с помощью использования тернарной сферической сетки, которая представляет собой композитную сетку, состоящую из трех отдельных секторов. Численная модель многокомпонентной магнитной гидродинамики, разработанная ранее для декартовых координат, перенесена в новую модель. Представлены результаты численного расчета структуры протяженной оболочки квазиоткрытого типа для случая сверхальфвеновского обтекания горячего юпитера. Показано, что пространственного разрешения сетки оказывается достаточно для самосогласованного расчета структуры атмосферы горячего юпитера. Это позволяет в дальнейшем использовать новую модель для трехмерных астрономических расчетов.

Ключевые слова: численное моделирование, магнитная гидродинамика (МГД), сферические координаты, горячие юпитеры

DOI: 10.31857/S0004629923040060, **EDN:** UNCEEP

1. ВВЕДЕНИЕ

Горячими экзопланетами называются планеты, орбиты которых расположены близко к родительской звезде (большая полуось орбиты не превосходит 0.1 а.е.) [1]. Одним из ключевых факторов, определяющих состояние атмосферы таких планет, является нагрев излучением звезды, который происходит за счет поглощения излучения в диапазонах мягкого рентгена (1–10 нм) и жесткого ультрафиолета (10–100 нм). Кроме того, важный вклад в нагрев верхней атмосферы могут давать частицы плазмы звездного ветра и магнитосферы. В частности, необходимо учитывать процесс высыпания электронов магнитосферного происхождения [2]. В формировании экзосфер горячих экзопланет определяющую роль играют процессы взаимодействия со звездой. Высокая температура верхней атмосферы сопровождается ее ионизацией и расширением и может приводить к значительному притоку плазмы в магнитосферу. В результате возникают интенсивные газодинамические потоки. Вещество плазмосферы в этом случае уже не является бесстолкновительным, а форма плазмосферы может значительно отличаться от сферической.

Примерами горячих экзопланет являются горячие юпитеры и теплые нептун. Первый горячий юпитер был открыт еще в 1995 г. [3]. Вследствие близкого расположения к родительской звезде и относительно больших размеров газовые оболочки горячих экзопланет-гигантов могут переполнять свои полости Роша. Это приводит к формированию интенсивных истечений газа не только на ночной, но и на дневной стороне (окрестность внутренней точки Лагранжа L_1) планеты [4, 5]. Такую расширяющуюся верхнюю атмосферу можно назвать протяженной оболочкой горячей экзопланеты-гиганта. Она расположена за пределами полости Роша, имеет достаточно большие размеры, относительно высокую плотность и характеризуется значительными отклонениями от сферической формы. На наличие таких протяженных оболочек косвенно указывает избыточное поглощение излучения в ближнем ультрафиолетовом диапазоне, наблюдаемое у некоторых горячих юпитеров и непутонов во время их прохождения на фоне диска родительской звезды [6–12]. Эти выводы подтверждаются непосредственными численными расчетами в рамках астрономических моделей [13–17].

Трехмерная газодинамическая структура протяженных оболочек горячих юпитеров исследовалась в работах [18–23], где было показано, что в зависимости от параметров в процессе взаимодействия звездного ветра с расширяющейся оболочкой планеты могут формироваться структуры трех основных типов: замкнутые, квазизамкнутые и открытые. При этом тип протяженной оболочки определяет значение темпа потери массы горячего юпитера [18]. В двумерных моделях [24, 25], а также в трехмерной модели [26] эффектами звездного ветра пренебрегалось. В последующих работах этих авторов [27, 28] влияние звездного ветра было учтено. Однако при этом в аэрономической модели задавалось достаточно высокое значение концентрации на фотометрическом радиусе, что приводило, как правило, к формированию оболочки открытого типа с примерно одинаковым значением темпа потери массы.

Оценки величины магнитного поля горячих юпитеров (см., напр., [29]) показывают, что оно является относительно слабым, но вполне достаточным, чтобы оказывать влияние на динамику оболочек. Неоднократно предпринимались попытки учета магнитного поля в одномерных [30–33], двумерных [34] и трехмерных [32, 35–37] численных аэрономических моделях атмосфер горячих юпитеров. В работах с участием автора также исследовалось влияние собственного магнитного поля планеты [38, 38] и поля ветра [40–45] на динамику оболочек горячих юпитеров (см. обзор [1] и монографию [2]).

В недавней работе [46] была развита численная модель протяженной оболочки горячего юпитера в рамках приближения многокомпонентной магнитной гидродинамики с включением полноценной МГД модели звездного ветра. Приближение многокомпонентной МГД, в частности, в перспективе позволит учитывать изменения химического состава водородно-гелиевых оболочек горячих юпитеров. Однако эта модель основана на декартовой системе координат. Существенным недостатком этого подхода является недостаточное пространственное разрешение во внутренних частях атмосферы для численной реализации гидростатического равновесия, поскольку естественной геометрией для этого является не декартова, а сферическая геометрия. Это не позволяет в рамках одной численной модели самосогласованным образом рассчитывать структуру протяженной оболочки и верхней атмосферы. В данной работе представлена аналогичная трехмерная численная модель, основанная на сферических координатах. Как показали результаты численных расчетов, в рамках новой модели величина пространственного разрешения во внутренних частях верхней атмосферы оказывается вполне достаточной для численной реализации состояния гидростатического равновесия. Это позволя-

ет в дальнейшем использовать ее для трехмерных аэрономических расчетов оболочек и атмосфер горячих экзопланет.

Статья организована следующим образом. В разделе 2 описана структура сферической расчетной сетки. В разделе 3 приведено описание численной модели. В разделе 4 представлены результаты численных расчетов. В Заключение сформулированы основные выводы по работе. Наконец, некоторые детали численного метода описаны в Приложении.

2. ТЕРНАРНАЯ СФЕРИЧЕСКАЯ СЕТКА

Координаты x , y , z глобальной декартовой системы координат связаны с координатами r , θ , φ соотношениями:

$$\begin{aligned} x &= r \sin \theta \cos \varphi, & y &= r \sin \theta \sin \varphi, \\ z &= r \cos \theta. \end{aligned} \quad (1)$$

Однако глобальная сферическая система координат содержит особенность на полярной оси ($\theta = 0$, $\theta = \pi$), где азимутальный угол φ становится неопределенным. Эта особенность будет неминуемо проявляться в соответствующих численных моделях, приводя к искажению решения в окрестности полюсов. Одним из распространенных способов преодоления этой проблемы является разбиение глобальной сферы на конечное число областей. В каждой такой области можно ввести локальную систему координат, которая оказывается уже невырожденной. Для получения полного решения во всей пространственной области останется только сшить локальные решения на границах областей с помощью преобразований координат.

Наиболее строгим с математической точки зрения подходом такого типа является использование кубизированной сферы [47]. Сетка строится с помощью проекции шести граней куба на поверхность описанной вокруг него сферы. В результате можно получить точное разбиение сферы на шесть непересекающихся одинаковых областей. Локальные угловые координаты в каждой области получаются с помощью проекции декартовых координат на соответствующей грани куба. При этом, однако, получающаяся криволинейная система координат не является сферической и к тому же оказывается неортогональной. Поэтому использование такого подхода не всегда является удобным. Тем не менее его часто используют в астрофизических вычислениях (см., напр., [48, 49]).

Альтернативным подходом является формирование композитной сетки [50] на основе локальных сферических координат. В работе [51] для моделирования трехмерной структуры солнечного ветра использованы три области: одна

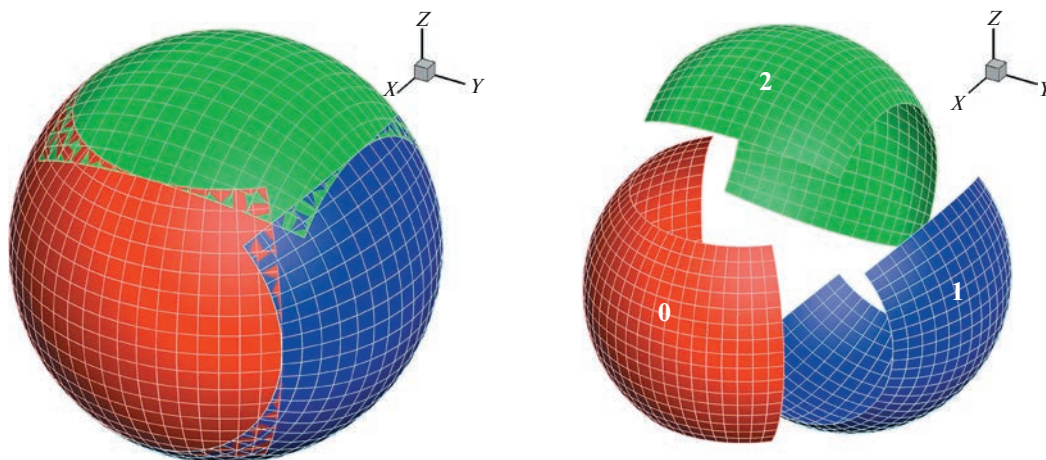


Рис. 1. Общий вид тернарной сферической сетки (слева) и соответствующее разбиение сферы на три одинаковых сектора (справа) с частичным перекрытием.

экваториальная и две полярные. В этом случае достигается минимальное отклонение от глобальной сферической системы координат, поскольку размеры полярных областей можно варьировать. С другой стороны, конфигурации областей отличаются между собой. В композитной сетке Инь-Янь [52] используется разбиение сферы на две одинаковые области, повернутые друг относительно друга на 90° . В этом подходе получается минимальное количество областей с одинаковой конфигурацией. В качестве одного из недостатков иногда указывают на слишком длинную границу между областями, что может замедлять параллельную программу. В работах [53, 54] предложено использовать композитную сферическую сетку, состоящую из шести одинаковых областей, соответствующих шести граням куба. В этом случае сетка строится на основе регулярной конфигурации, а области имеют короткие границы. Однако количество областей относительно велико.

В данной работе рассматривается численная модель, основанная на композитной сферической сетке, состоящей из трех одинаковых областей. Для удобства будем называть такую конструкцию *тернарной сферической сеткой*. Общая структура такой сетки изображена на левой панели рис. 1. Соответствующее разбиение на три сектора представлено на правой панели этого рисунка. Каждый сектор 0, 1, 2 ориентирован определенным образом относительно одной из осей глобальной декартовой системы координат. В результате преобразования между локальными координатами в секторах сводятся к циклической перестановке глобальных декартовых координат. Достоинствами данного подхода являются одинаковая конфигурация областей, небольшое их количество, достаточно короткие границы и про-

стые законы преобразования координат. К недостатку можно отнести наличие пересечений между областями (перехлесты). Однако этот недостаток присущ всем сеткам композитного типа.

Будем нумеровать сектора индексом l , пробегающим значения 0, 1, 2. В каждом секторе используются локальные сферические координаты r, θ, φ . При этом угловые переменные изменяются в пределах:

$$\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{3\pi}{4}, \quad -\frac{3\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}. \quad (2)$$

Внутри каждого сектора удобно ввести локальную декартову систему координат $x^{(l)}, y^{(l)}, z^{(l)}$:

$$\begin{aligned} x^{(l)} &= r \sin \theta \cos \varphi, & y^{(l)} &= r \sin \theta \sin \varphi, \\ z^{(l)} &= r \cos \theta. \end{aligned} \quad (3)$$

Тогда связь между локальными и глобальными декартовыми координатами определяется следующими простыми формулами:

$$x^{(0)} = x, \quad y^{(0)} = y, \quad z^{(0)} = z, \quad (4)$$

$$x^{(1)} = y, \quad y^{(1)} = z, \quad z^{(1)} = x, \quad (5)$$

$$x^{(2)} = z, \quad y^{(2)} = x, \quad z^{(2)} = y. \quad (6)$$

Иными словами, сектору 0 соответствует тождественная перестановка глобальных координат $[xyz]$, сектору 1 соответствует перестановка $[yzx]$, а сектору 2 — перестановка $[xzy]$. Преобразования для декартовых компонентов векторов получаются аналогичным образом. Заметим, что в секторе 0 локальные координаты совпадают с глобальными.

На сфере имеются две точки, в которых пересекаются границы всех трех секторов. Они распо-

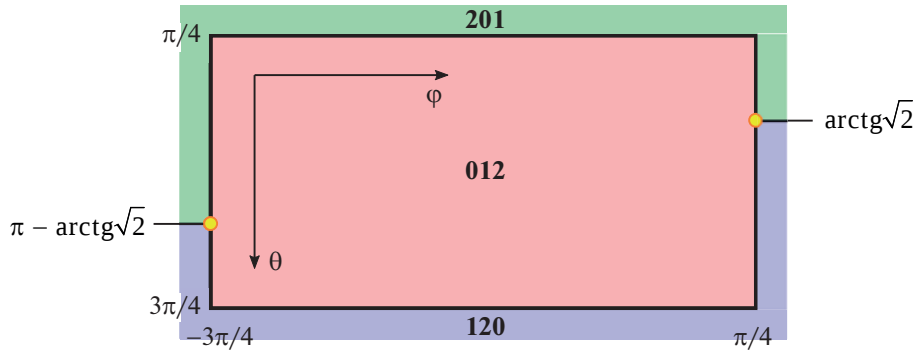


Рис. 2. Структура границ по угловым переменным для данного сектора тернарной сферической сетки. Цифры 0, 1, 2 соответствуют индексам секторов.

лагаются на главной диагонали глобальной декартовой системы координат x, y, z . Первой точке соответствуют значения глобальных координат

$$\begin{aligned} x = y = z = \frac{r}{\sqrt{3}}, \quad \varphi = \frac{\pi}{4}, \\ \theta = \arctg \sqrt{2} \approx 54.74^\circ, \end{aligned} \quad (7)$$

а для второй точки получаем

$$\begin{aligned} x = y = z = -\frac{r}{\sqrt{3}}, \quad \varphi = -\frac{3\pi}{4}, \\ \theta = \pi - \arctg \sqrt{2} \approx 125.26^\circ. \end{aligned} \quad (8)$$

Назовем эти две точки *точками перехлеста*.

Наличие этих точек приводит к тому, что граница данного сектора по угловым переменным имеет структуру, изображенную на рис. 2. Граница по координате θ (соответствует минимальному или максимальному значению θ при произвольном значении φ) везде примыкает к одному и тому же сектору (вверху и внизу на рисунке). Граница по координате φ (соответствует минимальному или максимальному значению φ при произвольном значении θ) примыкает сразу к двум секторам (слева и справа на рисунке). Эти участки границы разделяются точками перехлеста. Нумерация секторов на рисунке осуществляется с помощью циклической перестановки индексов 0, 1, 2. Например, если рассматриваются границы для сектора 1, то сверху окажется сектор 0, а снизу — сектор 2. Точки перехлеста необходимо учитывать в процедуре сшивки секторов для получения полного решения.

Для ускорения трехмерных расчетов вычислительную программу адаптируют для выполнения на нескольких параллельных процессах. В данном подходе параллельная программа организуется следующим образом. Вначале разбиваем сетку в радиальном направлении на несколько слоев. Обозначим через N_r исходное число ячеек в радиальном направлении, а через M — соответ-

ствующее число слоев. Тогда $N_r = Mn_r$, где n_r — число ячеек в одном радиальном слое. Один процесс обрабатывает один радиальный слой в одном секторе. Иначе говоря, непараллельная программа решает задачу только в одном секторе. Если обозначить через n_θ и n_φ количество ячеек в координатных направлениях θ и φ , то полное число ячеек окажется равным

$$N = N_r \cdot 3n_\theta n_\varphi = 3Mn_r n_\theta n_\varphi. \quad (9)$$

Полное число процессов при этом равно $P = 3M$.

Таким образом, данный процесс ранга p ($0 \leq p \leq P - 1$) будет решать задачу в некотором радиальном слое с номером m ($0 \leq m \leq M - 1$) внутри текущего сектора l . Нетрудно видеть, что эти числа связаны простым соотношением

$$p = lM + m. \quad (10)$$

Отсюда, зная ранг процесса p , можно найти индекс сектора l и номер радиального слоя m :

$$l = \text{int}\left(\frac{p}{M}\right), \quad m = p - lM, \quad (11)$$

где функция $\text{int}(x)$ возвращает целую часть вещественного числа x .

Поскольку в композитных сетках области могут перекрываться, то в таких случаях для сшивки значений на границах областей необходимо использовать интерполяцию величин [50]. В данном подходе задача сводится к двумерной интерполяции по угловым переменным θ и φ в ячейках, попадающих в области перекрытия двух секторов. При этом скалярные величины (плотность, давление и т.п.) просто интерполируются, а векторные величины (скорость, магнитное поле) нужно еще преобразовать в новую локальную систему координат. В численном коде, описанном ниже, реализовано несколько видов интерполяционных процедур (ближайший сосед, билинейная, биквадратичная и бикубическая). Однако, как показали численные эксперименты, резуль-

таты расчетов с использованием билинейной, биквадратичной и бикубической интерполяций различаются слабо. В тестовых расчетах (см. Приложение 8) использовалась бикубическая интерполяция, а в расчетах структуры протяженной оболочки горячего юпитера (см. ниже) использовалась билинейная интерполяция.

3. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Физическая и математическая постановка задачи полностью соответствует численной модели, описанной в работе [46]. Не будем здесь приводить подробное описание этой численной модели, ограничившись лишь упоминанием основных деталей. Для описания структуры течения в окрестности горячей экзопланеты используется приближение многокомпонентной магнитной гидродинамики. Это, в частности, позволяет учесть сложный химический состав верхней атмосферы и истекающей оболочки. Уравнения записываются в неинерциальной системе отсчета, вращающейся вместе с двойной системой, состоящей из планеты и звезды, вокруг их общего центра масс. Удобно ввести глобальную декартову систему координат (x, y, z) , начало которой совпадает с центром планеты. Ось x направим вдоль линии, соединяющей центры звезды и планеты, а ось y направим вдоль орбитального движения планеты. Тогда с учетом выбранных ориентаций осей x и y третья ось z будет совпадать по направлению с вектором орбитальной угловой скорости.

Полное магнитное поле $\mathbf{B}$ удобно представлять в виде суперпозиции фонового поля $\mathbf{H}$ и возмущения $\mathbf{b}$, которое определяет магнитное поле, индуцируемое токами в самой плазме [1, 38, 40, 55, 56]. Такой подход обеспечивает большую устойчивость численного алгоритма и повышает качество вычислений в разреженных областях с сильным магнитным полем, например, в магнитосфере планеты. В рамках исследуемой задачи фоновое поле $\mathbf{H}$ создается токами, распределенными за пределами расчетной области (корона звезды и недра планеты). Поэтому фоновое поле удовлетворяет условию потенциальности, $\nabla \times \mathbf{H} = 0$. Это позволяет его частично исключить из уравнений многокомпонентной магнитной гидродинамики [57, 58]. Кроме того, при расчетах структуры течения в окрестности горячего юпитера в нашей модели предполагается, что фоновое магнитное поле является стационарным, $\partial \mathbf{H} / \partial t = 0$. Это, в частности, обусловлено тем, что собственное вращение горячего юпитера, для которого мы проводим расчеты, из-за сильных приливных взаимодействий со стороны близко расположенной родительской звезды оказывается синхронизованным с орбитальным вращением. Следовательно, во вращающейся системе отсче-

та, связанной с орбитальным движением планеты, ориентация ее собственного магнитного поля не будет изменяться со временем.

Вид уравнений многокомпонентной магнитной гидродинамики в сферических координатах приведен в Приложении А. Разностная схема строится на основе метода конечного объема, некоторые детали которого приведены в Приложении В. Алгоритм численного решения уравнений многокомпонентной магнитной гидродинамики состоит из нескольких последовательных этапов, возникающих в результате применения метода расщепления по физическим процессам. На первом этапе численно решаются уравнения многокомпонентной магнитной гидродинамики без учета фонового поля. При этом используется разностная схема Роу-Эйнфельда-Ошера повышенного порядка аппроксимации, описанная в работе [46]. На втором этапе производится учет фонового магнитного поля [40]. На третьем этапе осуществляется очистка дивергенции магнитного поля с помощью метода обобщенного множителя Лагранжа [59]. На четвертом этапе учитываются внешние силы и эффекты нагрева-охлаждения.

Учет звездного ветра осуществлялся на основе осесимметричной модели [60], опирающейся на хорошо изученные свойства солнечного ветра [61]. В рамках этой модели ветра можно рассчитать профили плотности, скорости и других величин. Это позволяет получать параметры ветра в любой точке $\mathbf{r} = (x, y, z)$ расчетной области. При переходе в неинерциальную систему отсчета магнитное поле ветра не меняется, а скорость ветра пересчитывается с учетом орбитальной скорости планеты. Полученные распределения используются для задания начальных условий в области, занимаемой звездным ветром, а также для реализации граничных условий. В модели ветра предполагается политропное уравнение состояния. Это означает, что с точки зрения адиабатической модели в звездном ветре присутствуют эффективные процессы нагрева. Для согласования этих двух моделей в уравнение энергии добавлена соответствующая функция нагрева, которая обеспечивает механизм ускорения ветра.

В начальный момент времени вокруг планеты задавалась сферически симметричная изотермическая атмосфера, распределение плотности в которой определялось из условия гидростатического равновесия. Начальная толщина атмосферы определялась из условия равновесия по полному давлению с веществом звездного ветра в точке лобового столкновения. При моделировании структуры протяженных оболочек горячих юпитеров предполагается водородно-гелиевый состав верхней атмосферы. В начальный момент времени задавался однородный химический состав, когда параметр $\chi = [\text{He}/\text{H}]$, равный отношению числа

ядер гелия к числу ядер водорода, остается постоянным в любом выделенном объеме атмосферы. Учитывались следующие значимые компоненты атмосферы [1, 2]: H , H^+ , H_2 , He , He^+ , а также протоны звездного ветра. Концентрация электронов определяется из условия квазинейтральности плазмы, а уравнение движения электронной жидкости в приближении МГД играет роль закона Ома и учитывается в уравнении индукции при определении самосогласованного электрического поля.

Граничные условия на фотометрическом радиусе задавались на основе результатов расчетов, проведенных в рамках одномерных аэрономических моделей с учетом надтепловых частиц [1, 2]. Из аэрономических расчетов следует, что в верхней атмосфере горячего юпитера под воздействием жесткого излучения звезды формируется планетный ветер, который определяет темп потери массы $\dot{M}_a \approx 10^9$ г/с. Отсюда можно найти скорость истечения атмосферы на фотометрическом радиусе. Отметим, что эта скорость оказывается достаточно малой (порядка 50 см/с) и поэтому в рамках рассматриваемой модели не приводит к заметному отклонению от условия гидростатического равновесия. Внутри атмосферы в начальный момент времени задавалась радиальная скорость (планетный ветер) с помощью соотношения $r^2 \rho v_r = \text{const}$, выражающего закон сохранения массы, где константа определяется граничными условиями на фотометрическом радиусе.

Для повышения пространственного разрешения в области атмосферы планеты использовалась сетка, экспоненциально сгущающаяся по радиальной координате к центру планеты. Для угловых переменных θ и ϕ использовалась однородная сетка. Характерная толщина ячейки на фотометрическом радиусе R_{pl} планеты составляла величину $0.005 R_{\text{pl}}$. Этого оказывалось вполне достаточно для численной реализации условия гидростатического равновесия. Поэтому в приводимых ниже расчетах не использовались никакие процедуры релаксации в атмосфере, чтобы загасить возникающие в ней возмущения. Такие процедуры (см., напр., [18]) применялись нами во всех расчетах, проводимых ранее с использованием декартовых координат. В рамках новой численной модели, основанной на использовании сферических координат, структура атмосферы моделировалась самосогласованно.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

В качестве примера приведем результаты расчета структуры течения в окрестности горячего юпитера HD 209458b. Планета имеет массу $M_{\text{pl}} = 0.71 M_J$ и

фотометрический радиус $R_{\text{pl}} = 1.38 R_J$, где M_J и R_J — масса и радиус Юпитера. Родительская звезда относится к спектральному классу G0 и характеризуется следующими параметрами: масса $M_{\text{st}} = 1.1 M_{\odot}$, радиус $R_{\text{st}} = 1.2 R_{\odot}$, период собственного вращения $P_{\text{rot}} = 14.4^d$. Большая полуось орбиты планеты $A = 10.2 R_{\odot}$, что соответствует периоду обращения вокруг звезды $P_{\text{orb}} = 84.6$ ч.

Температура атмосферы задавалась равной 7500 К, а полная концентрация частиц на фотометрическом радиусе 10^{11} см $^{-3}$. Химический состав атмосферы определялся значением $\chi = 0.05$, что соответствует массовому содержанию водорода 0.83 и гелия 0.17. Степени диссоциации молекулярного водорода, ионизации атомарного водорода и ионизации атомарного гелия задавались равными 0.25, 0.75 и 0.25 соответственно. Химические реакции, а также реакции ионизации, рекомбинации и диссоциации не учитывались. Следовательно, как и в работе [46], все компоненты плазмы рассматривались в качестве пассивных примесей, переносимых вместе с веществом.

Предполагалось, что величина магнитного момента μ_{pl} планеты составляет 0.1 от магнитного момента Юпитера. При этом ось магнитного диполя была наклонена на угол 30° к оси вращения, а угол с направлением на центр звезды составлял 130° . Среднее магнитное поле на поверхности звезды задавалось равным 0.01 Гс. Такое значение соответствует сверххальфеновскому режиму обтекания планеты звездным ветром, при котором формируется протяженная оболочка квазиоткрытого типа (модель “3” из статьи [46]).

Сферическая система координат выбиралась таким образом, чтобы ее центр совпадал с центром планеты. Расчеты проводились для следующих параметров тернарной сферической сетки: $N_r = 256$, $n_\theta = 32$, $n_\phi = 64$. По радиальной координате шаг сетки задавался неравномерно. Минимальный шаг $\Delta r_{\text{min}} = 0.005 R_{\text{pl}}$ достигался на внутренней границе, совпадающей с фотометрическим радиусом горячего юпитера. В параллельной программе использовалось 32 радиальных слоя. Расчет проводился с использованием 96 процессоров. Отметим, что использование сферической сетки в данном расчете позволило достичь пространственного разрешения вблизи планеты в 10 раз лучше, чем, например, в расчетах из работы [38], где было задействовано порядка 1000 процессоров.

Результаты моделирования демонстрируют рис. 3 и 4. На этих рисунках представлены распределения плотности (цвет, изолинии), скорости (стрелки) и магнитного поля (сплошные линии) в

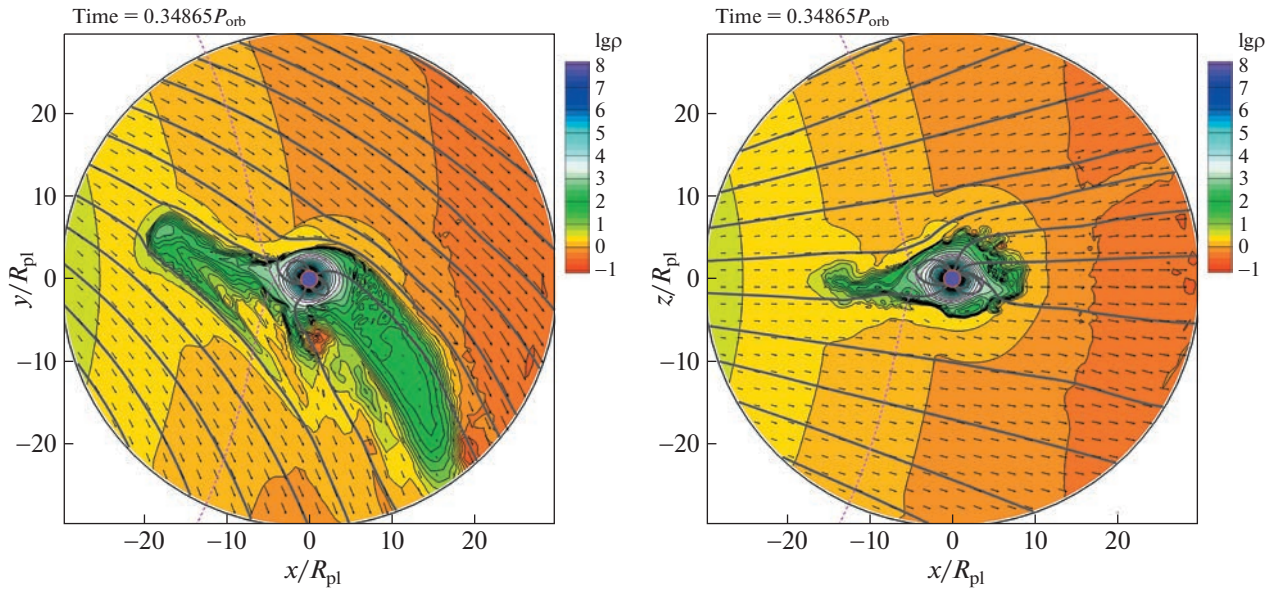


Рис. 3. Распределения плотности (цвет, изолинии), скорости (стрелки) и магнитного поля (линии) в орбитальной xy (слева) и вертикальной xz (справа) плоскостях на момент времени, примерно равный трети орбитального периода. Плотность выражена в единицах ρ_w . Пунктирная линия показывает границу полости Роша. Красный кружок соответствует фотометрическому радиусу планеты.

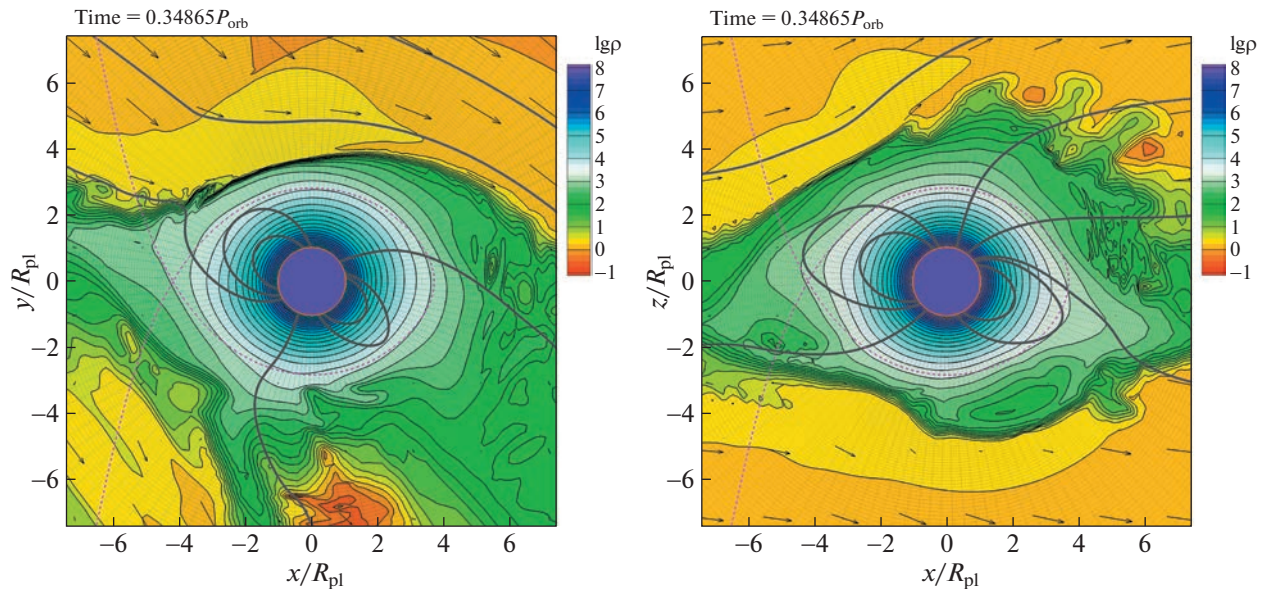


Рис. 4. То же, что и на рис. 3, но в увеличенном масштабе вблизи планеты. Показана структура расчетной сетки.

орбитальной xy (левые панели) и вертикальной xz (правые панели) плоскостях. Плотность выражена в единицах плотности ветра в окрестности планеты, $\rho_w = 2.3 \times 10^{-21}$ г/см³. Граница полости Роша показана пунктирной линией. Планета расположена в центре расчетной области. Полученное решение соответствует моменту времени порядка трети орбитального периода от начала сче-

та. В течение этого промежутка времени происходит формирование устойчивой квазистационарной структуры. На рис. 3 представлена общая картина течения, а на рис. 4 более подробно показана область вблизи планеты.

В результате обтекания звездным ветром на ночной стороне планеты формируется широкий (порядка нескольких радиусов планеты) водород-

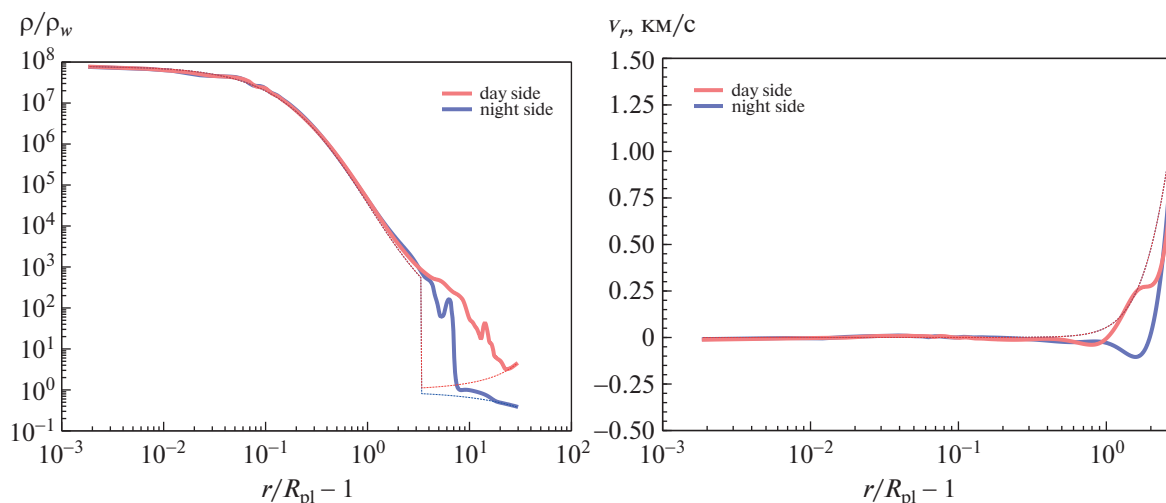


Рис. 5. Радиальные профили плотности (слева) и скорости (справа) вдоль оси x (красный цвет — в направлении на звезду, синий цвет — в направлении от звезды). Жирные линии показывают профили через половину орбитального периода от начала счета. Пунктирные линии показывают начальные профили.

но-гелиевый турбулентный шлейф. Взаимодействие звездного ветра с оболочкой горячего юпитера приводит к возникновению отошедшей ударной волны. На дневной стороне формируется мощный поток вещества из окрестности внутренней точки Лагранжа L_1 . Этот поток направлен в сторону звезды и движется против ветра под действием ее гравитации. Вдоль поверхности струи развивается неустойчивость Кельвина-Гельмгольца. Величина потока имеет не слишком большую интенсивность и поэтому струя в значительной степени отклоняется и запирается звездным ветром. В результате происходит формирование протяженной оболочки квазизоткрытого типа. Полученное решение хорошо согласуется с аналогичным решением [46] для случая декартовой сетки. Следует обратить внимание на то, что решение на тернарной сферической сетке (см. рис. 4) является гладким и не содержит численных артефактов ни вдоль полярной оси, ни на границах секторов.

На рис. 5 показаны радиальные профили плотности (левая панель) и радиального компонента скорости v_r (правая панель). Красный цвет соответствует дневной стороне (направление на звезду), а синий цвет — ночной стороне (направление от звезды). Пунктирными линиями показаны начальные профили, а жирными линиями — профили, полученные на момент времени, равный половине орбитального периода от начала счета. Следует обратить внимание, что абсцисса определяет высоту над поверхностью планеты ($r = R_{pl}$), выраженную в фотометрических радиусах. Нулевое значение абсциссы соответствует расстоянию в один фотометрический радиус от

центра планеты, а высоте, равной R_{pl} , соответствует расстояние от центра в два фотометрических радиуса. Взаимодействие со звездным ветром приводит к возникновению возмущений во внутренних частях атмосферы. Однако они незначительны и не разрушают гидростатическое равновесие. Скорость вещества внутри атмосферы всюду остается близкой к нулю за исключением самых поверхностных слоев. Отсюда можно сделать вывод, что пространственного разрешения сетки оказывается вполне достаточно для самосогласованного расчета структуры атмосферы горячего юпитера, чего невозможно было реализовать ранее в расчетах на декартовых сетках. Это позволяет в дальнейшем использовать новую модель, основанную на тернарной сферической сетке, в том числе и для трехмерных астрономических расчетов.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для исследования процесса обтекания горячей экзопланеты звездным ветром разработан новый трехмерный численный код в сферических координатах. Известно, что глобальная сферическая система координат содержит особенность на полярной оси, где азимутальный угол становится неопределенным. Эта особенность неминуемо проявляется во всех численных моделях, использующих глобальные сферические координаты, приводя к искажению решения в окрестности полюсов. В данном подходе рассматривается численная модель, основанная на композитной сферической сетке, состоящей из трех одинаковых секторов (тернарная сферическая сетка). Достоинствами этой сетки являются одинаковая кон-

фигурация областей, небольшое их количество, достаточно короткие границы и простые законы преобразования координат между областями.

Численная модель многокомпонентной магнитной гидродинамики, разработанная ранее для декартовых координат [46], полностью перенесена в новую модель. Новый трехмерный численный код распараллелен, протестирован и показывает высокую вычислительную эффективность. В работе представлены результаты расчета структуры протяженной оболочки квазиоткрытого типа для случая сверхальфвеновского обтекания горячего юпитера. Полученное решение хорошо согласуется с аналогичным решением для случая декартовой сетки. При этом распределение величин на тернарной сферической сетке не содержит никаких численных особенностей как вдоль полярной оси, так и на границах секторов.

Анализ результатов расчетов позволяет сделать вывод, что пространственного разрешения сферической сетки оказывается вполне достаточно для численной реализации условия гидростатического равновесия во внутренних частях верхней атмосферы. Заметим, что это условие невозможно было реализовать ранее в расчетах на декартовых сетках. Это позволяет в дальнейшем использовать новую модель, основанную на тернарной сферической сетке, в том числе и для трехмерных аэрономических расчетов.

Приложение А

УРАВНЕНИЯ В СФЕРИЧЕСКИХ КООРДИНАТАХ

Запишем в консервативной форме уравнения многокомпонентной магнитной гидродинамики в сферических координатах. Физические источники в уравнениях при этом будем опускать, поскольку нас интересует построение годуновской разностной схемы. Уравнения для плотности, энергии и массовых долей компонентов имеют следующий вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \rho v_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\sin \theta \rho v_\varphi) = 0, \quad (\text{A1})$$

$$\frac{\partial E_T}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 q_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta q_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\sin \theta q_\varphi) = 0, \quad (\text{A2})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \xi_s) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho \xi_s v_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \rho \xi_s v_\theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} (\sin \theta \rho \xi_s v_\varphi) = 0. \quad (\text{A3})$$

Здесь ρ — плотность вещества, $\mathbf{v} = (v_r, v_\theta, v_\varphi)$ — вектор скорости, ξ_s — массовая доля компонента с номером s . Плотность полной энергии

$$E_T = \rho \left(\varepsilon + \frac{\mathbf{v}^2}{2} \right) + \frac{\mathbf{b}^2}{2}, \quad (\text{A4})$$

где ε — удельная внутренняя энергия, $\mathbf{b}$ — возмущение магнитного поля. Полное магнитное поле определяется выражением $\mathbf{B} = \mathbf{H} + \mathbf{b}$, где $\mathbf{H}$ — фоновое магнитное поле, задаваемое в численной модели отдельно. Вектор $\mathbf{q} = (q_r, q_\theta, q_\varphi)$ представляет собой плотность потока энергии

$$\mathbf{q} = \mathbf{v} (E_T + P_T) - \mathbf{b} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{b}), \quad (\text{A5})$$

где полное давление,

$$P_T = P + \frac{\mathbf{b}^2}{2}, \quad (\text{A6})$$

определяется суммой газового давления P и магнитного давления.

Уравнения движения можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_r) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \Pi_{rr}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \Pi_{\theta r}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Pi_{\varphi r}}{\partial \varphi} = \frac{1}{r} (\Pi_{\theta\theta} + \Pi_{\varphi\varphi}), \quad (\text{A7})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_\theta) + \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} (r^3 \Pi_{r\theta}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \Pi_{\theta\theta}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Pi_{\varphi\theta}}{\partial \varphi} = \frac{\cot \theta}{r} \Pi_{\varphi\varphi}, \quad (\text{A8})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho v_\varphi) + \frac{1}{r^3} \frac{\partial}{\partial r} (r^3 \Pi_{r\varphi}) + \frac{1}{r \sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin^2 \theta \Pi_{\theta\varphi}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \Pi_{\varphi\varphi}}{\partial \varphi} = 0, \quad (\text{A9})$$

где компоненты тензора плотности потока импульса определяются выражением

$$\Pi_{ik} = \rho v_i v_k + P_T \delta_{ik} - b_i b_k, \quad (\text{A10})$$

а через δ_{ik} обозначен символ Кронекера. В этих уравнениях некоторые геометрические источники внесены в пространственные производные. В результате, например, в уравнении (A9) для азимутальной скорости v_φ геометрические источники исчезли. Поэтому в соответствующей разностной схеме закон сохранения углового момента будет выполняться автоматически.

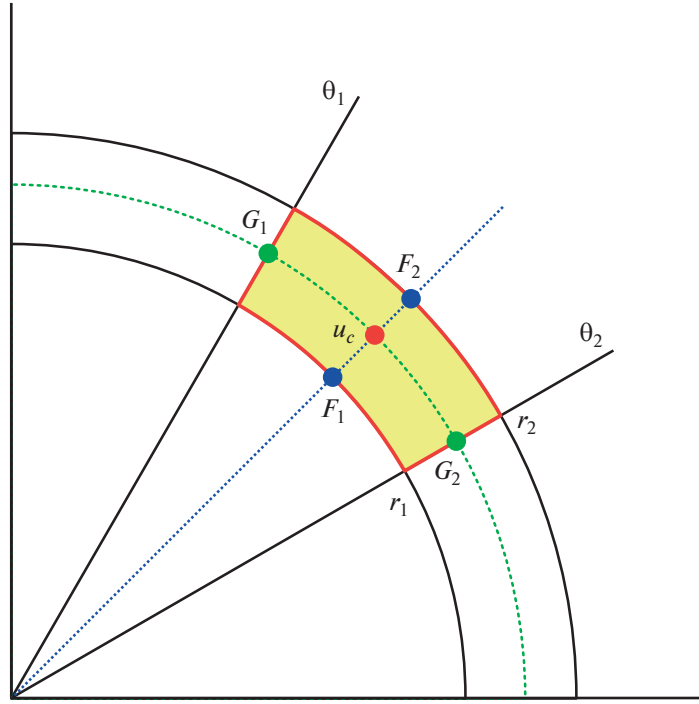


Рис. 6. Проекция конечного (контрольного) объема в меридиональной плоскости $\varphi = \text{const}$.

Уравнения индукции в сферических координатах могут быть записаны в виде:

$$\frac{\partial b_r}{\partial t} + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta F_{\theta r}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial F_{\varphi r}}{\partial \varphi} = 0, \quad (\text{A11})$$

$$\frac{\partial b_\theta}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r F_{r\theta}) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial F_{\varphi \theta}}{\partial \varphi} = 0, \quad (\text{A12})$$

$$\frac{\partial b_\varphi}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r F_{r\varphi}) + \frac{1}{r} \frac{\partial F_{\theta \varphi}}{\partial \theta} = 0, \quad (\text{A13})$$

где тензор

$$F_{ik} = v_i b_k - v_k b_i. \quad (\text{A14})$$

Заметим, что при записи уравнений использована удобная для численного моделирования система единиц, в которой множитель 4π в выражении для электромагнитной силы не возникает.

стве переменных величин. Базовая схема строится на основе метода конечного (контрольного) объема (см., напр., [62]). Проекция контрольного объема на произвольную меридиональную плоскость $\varphi = \text{const}$ изображена на рис. 6. Сам объем представляет собой трехмерную фигуру в пространстве.

Объем ячейки с номером c определяется выражением

$$\Delta V = \int_{r_1}^{r_2} dr \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi r^2 \sin \theta = r_c \bar{r} \sin \theta_c \Delta r \Delta \theta \Delta \varphi. \quad (\text{B1})$$

Здесь индексами 1 и 2 условно обозначены левая и правая границы ячейки по координатам r , θ и φ . Для обозначений арифметических средних используется черта сверху. Например,

$$\bar{r} = \frac{r_1 + r_2}{2}. \quad (\text{B2})$$

Дополнительные средние величины определяются выражениями

$$r_c = \frac{2r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2}{3r_1 + r_2}, \quad (\text{B3})$$

$$\sin \theta_c = -\frac{\cos \theta_2 - \cos \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{2}{\Delta \theta} \sin \left(\frac{\Delta \theta}{2} \right) \sin \bar{\theta}. \quad (\text{B4})$$

Приложение В МЕТОД КОНЕЧНОГО ОБЪЕМА

Введем в расчетной области разностную сетку, структура которой определяется массивом узлов $(r_i, \theta_j, \varphi_k)$. Расчетные сеточные величины будем относить к ячейкам $c = (i + 1/2, j + 1/2, k + 1/2)$, которые нумеруются полуцелыми индексами.

Значения величин в момент времени t^n внутри ячеек считаются постоянными. Геометрические факторы при этом будем рассматривать в каче-

Рассмотрим применение метода конечного объема к уравнению следующего вида:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 F) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta G) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial H}{\partial \varphi} = R, \quad (\text{B5})$$

где $u(r, \theta, \varphi, t)$ — неизвестная функция, F , G , H — потоки в координатных направлениях r , θ , φ , а R — функция источников. По своему виду оно соответствует уравнению непрерывности (A1), но учитывает в правой части наличие локальных источников. Поскольку внутри объема физические величины считаются постоянными, то потоки F , G и H на соответствующих границах также следует считать постоянными. Чтобы избавиться от коэффициентов при пространственных производных, умножим обе части уравнения (B5) на $r^2 \sin \theta$. Приходим к следующему уравнению:

$$r^2 \sin \theta \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sin \theta F) + \frac{\partial}{\partial \theta} (r \sin \theta G) + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r H) = r^2 \sin \theta R. \quad (\text{B6})$$

Проинтегрируем это уравнение по времени t на интервале от t^n до t^{n+1} , а также по координатам $r_1 \leq r \leq r_2$, $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$ и $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$. Имеем:

$$\int_{t^n}^{t^{n+1}} dt \int_{r_1}^{r_2} dr \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi r^2 \sin \theta \frac{\partial u}{\partial t} = r_c \bar{r} \sin \theta_c \Delta r \Delta \theta \Delta \varphi (u_c^{n+1} - u_c^n), \quad (\text{B7})$$

$$\int_{t^n}^{t^{n+1}} dt \int_{r_1}^{r_2} dr \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sin \theta F) = \Delta t \sin \theta_c \Delta \theta \Delta \varphi \Delta_r [r^2 F], \quad (\text{B8})$$

$$\int_{t^n}^{t^{n+1}} dt \int_{r_1}^{r_2} dr \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \frac{\partial}{\partial \theta} (r \sin \theta G) = \Delta t \bar{r} \Delta r \Delta \varphi \Delta_\theta [\sin \theta G], \quad (\text{B9})$$

$$\int_{t^n}^{t^{n+1}} dt \int_{r_1}^{r_2} dr \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} (r H) = \Delta t \bar{r} \Delta r \Delta \theta \Delta_\varphi [H], \quad (\text{B10})$$

$$\int_{t^n}^{t^{n+1}} dt \int_{r_1}^{r_2} dr \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi r^2 \sin \theta R = \Delta t r_c \bar{r} \sin \theta_c \Delta r \Delta \theta \Delta \varphi R_c^n. \quad (\text{B11})$$

Потоки через границы ячеек в (B8)–(B10) определены с помощью правила усреднения по времени. Операторы Δ_r , Δ_θ и Δ_φ определяют разности величин на границах ячеек в соответствующих

координатных направлениях. Например, $\Delta_r[F] = F_2 - F_1$, $\Delta_\theta[G] = G_2 - G_1$ и т.д. При получении выражения (B11) считалось, что функция источника R определяется только физическими величинами и, следовательно, является постоянной внутри контрольного объема. Если же эта функция содержит геометрические факторы, то этот интеграл необходимо вычислять более корректным образом.

Собирая результаты интегрирования, приходим к соотношению баланса (интегральный закон сохранения):

$$r_c \bar{r} \sin \theta_c \Delta r \Delta \theta \Delta \varphi (u_c^{n+1} - u_c^n) + \Delta t \sin \theta_c \Delta \theta \Delta \varphi \Delta_r [r^2 F] + \Delta t \bar{r} \Delta r \Delta \varphi \Delta_\theta [\sin \theta G] + \Delta t \bar{r} \Delta r \Delta \theta \Delta_\varphi [H] = \Delta t r_c \bar{r} \sin \theta_c \Delta r \Delta \theta \Delta \varphi R_c^n. \quad (\text{B12})$$

Делим обе части на $\Delta V \Delta t$ и приходим к следующей разностной схеме:

$$\frac{u_c^{n+1} - u_c^n}{\Delta t} + \frac{\Delta_r [r^2 F]}{r_c \bar{r} \Delta r} + \frac{\Delta_\theta [\sin \theta G]}{r_c \sin \theta_c \Delta \theta} + \frac{\Delta_\varphi [H]}{r_c \sin \theta_c \Delta \varphi} = R_c. \quad (\text{B13})$$

Полученная схема обладает свойством консервативности. В разностной схеме годуновского типа потоки вычисляются на основе решения задачи Римана о распаде произвольного разрыва. В данном случае разностная схема Роу-Эйнфельда-Ошера имеет первый порядок аппроксимации по времени [63]. Поэтому без потери точности функции источников можно вычислять в момент времени t^n . К виду (B13) приводятся разностные схемы для уравнения непрерывности (A1), энергии (A2), массовых долей компонентов (A3), уравнение (A7) для радиальной скорости v_r , а также уравнение индукции (A11) для радиального компонента поля b_r .

При выводе разностной схемы (B13) считалось, что функции внутри ячейки являются постоянными. Однако функция источника R может содержать геометрические факторы. В этом случае соответствующий интеграл необходимо вычислять более корректным образом. Рассмотрим в качестве примера функцию вида $R = 2P/r$. Такая функция в сферическом случае возникает в уравнении движения (A7) для радиального ком-

понента скорости v_r . В этом случае можно получить

$$\int_{t^n}^{t^{n+1}} dt \int_{r_1}^{r_2} dr \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi r^2 \sin \theta \frac{2P}{r} = 2\Delta t \bar{r} \sin \theta_c \Delta r \Delta \theta \Delta \varphi P_c. \quad (B14)$$

После деления на $\Delta V \Delta t$ находим:

$$R_c = \frac{2P_c}{r_c}. \quad (B15)$$

Это выражение, в частности, позволяет в точности скомпенсировать силы давления в случае однородной среды. В самом деле, оставляя в схеме (B13) для радиального компонента уравнения движения (A7) только члены с давлением, имеем

$$\frac{r_2^2 P_2 - r_1^2 P_1}{r_c \bar{r} \Delta r} = \frac{2P_c}{r_c}. \quad (B16)$$

В однородной среде должно быть $P_1 = P_2 = P_c$ и это соотношение удовлетворяется тождественно.

Оставшиеся уравнения могут быть аппроксимированы аналогичным способом. Выпишем окончательные схемы без вывода:

$$\begin{aligned} \frac{(\rho v_\theta)_c^{n+1} - (\rho v_\theta)_c^n}{\Delta t} + \frac{\Delta_r [r^3 \Pi_{r\theta}]}{r^2 \bar{r} \Delta r} + \frac{r_c \Delta_\theta [\sin \theta \Pi_{\theta\theta}]}{r^2 \sin \theta_c \Delta \theta} + \\ + \frac{r_c \Delta_\varphi [\Pi_{\varphi\theta}]}{r^2 \sin \theta_c \Delta \varphi} = \frac{r_c \operatorname{ctg} \bar{\theta}}{r^2} \Pi_{\varphi\varphi,c}, \end{aligned} \quad (B17)$$

$$\begin{aligned} \frac{(\rho v_\varphi)_c^{n+1} - (\rho v_\varphi)_c^n}{\Delta t} + \frac{\Delta_r [r^3 \Pi_{r\varphi}]}{r^2 \bar{r} \Delta r} + \\ + \frac{r_c \Delta_\theta [\sin^2 \theta \Pi_{\theta\varphi}]}{r^2 \langle \sin^2 \theta \rangle \Delta \theta} + \frac{r_c \sin \theta_c \Delta_\varphi [\Pi_{\varphi\varphi}]}{r^2 \langle \sin^2 \theta \rangle \Delta \varphi} = 0, \end{aligned} \quad (B18)$$

$$\frac{b_{\theta,c}^{n+1} - b_{\theta,c}^n}{\Delta t} + \frac{\Delta_r [r F_{r\theta}]}{\bar{r} \Delta r} + \frac{\Delta_\varphi [F_{\varphi\theta}]}{\bar{r} \sin \theta_c \Delta \varphi} = 0, \quad (B19)$$

$$\frac{b_{\varphi,c}^{n+1} - b_{\varphi,c}^n}{\Delta t} + \frac{\Delta_r [r F_{r\varphi}]}{\bar{r} \Delta r} + \frac{\Delta_\theta [F_{\theta\varphi}]}{\bar{r} \Delta \theta} = 0. \quad (B20)$$

Здесь обозначено

$$\begin{aligned} \langle \sin^2 \theta \rangle &= \frac{1}{\Delta \theta} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta = \frac{1}{2} (1 - \chi) + \chi \sin^2 \bar{\theta}, \\ \chi &= \frac{\sin \Delta \theta}{\Delta \theta}. \end{aligned} \quad (B21)$$

ТЕСТОВЫЕ РАСЧЕТЫ

В тестовом расчете проводилось численное моделирование задачи об объемно распределенном взрыве в однородном магнитном поле. Начальные условия соответствуют ситуации, когда в объеме сферического облака радиусом $R = 2$ давление мгновенно возрастает в 10 раз по сравнению с давлением во внешней среде. В результате такого взрыва вещество облака начинает разлетаться во внешнюю среду. В начальный момент времени рассматривалось покоящееся (скорость $\mathbf{v} = 0$) вещество в однородном магнитном поле $B_x = 1/4$, $B_y = \sqrt{3}/4$, $B_z = 0$. Плотность и давление внутри облака задавались равными $\rho = 1$ и $P = 1$, а во внешней области $\rho = 0.125$, $P = 0.1$. Показатель адиабаты $\gamma = 5/3$. Рассматривалась двухкомпонентная смесь, состоящая из ионов водорода H^+ и гелия He^+ . При этом считалось, что в начальный момент времени вещество облака состоит только из ионов гелия, а внешнее вещество — только из ионов водорода.

Расчет проводился в области $1 \leq r \leq 5$ на тернарной сферической сетке с числом ячеек $N_r = 128$, $n_\theta = 32$, $n_\varphi = 64$. На внутренней границе $r = 1$ задавались свободные граничные условия. В параллельной программе использовалось 2 радиальных слоя, что соответствует числу процессов $P = 6$. При вычислении граничных значений для сшивки секторов тернарной сетки применялась бикубическая интерполяция МГД величин. Использовалась разностная схема Роу-Эйнфельдта-Ошера, имеющая третий порядок аппроксимации по пространству. Поэтому в случае бикубической интерполяции порядок малости численных ошибок, обусловленных сшивкой секторов композитной сферической сетки, оказывается не меньше порядка аппроксимации основной схемы.

Результаты расчета тестовой задачи на момент времени $t = 0.5$ представлены на рис. 7, на котором показаны распределения плотности (цвет, изолинии), скорости (стрелки) и магнитного поля (линии). Как видно из рисунка, структура течения определяется сложной системой распространяющихся наружу сильных МГД разрывов (быстрая и медленная ударные волны, контактный разрыв), а также распространяющимися к центру быстрой и медленной МГД волнами разрежения. Наличие магнитного поля приводит к тому, что формируется анизотропная картина течения. В частности, контактная граница вдоль магнитного поля распространяется быстрее по сравнению с направлением поперек поля. В результате первоначально симметричное гелиевое

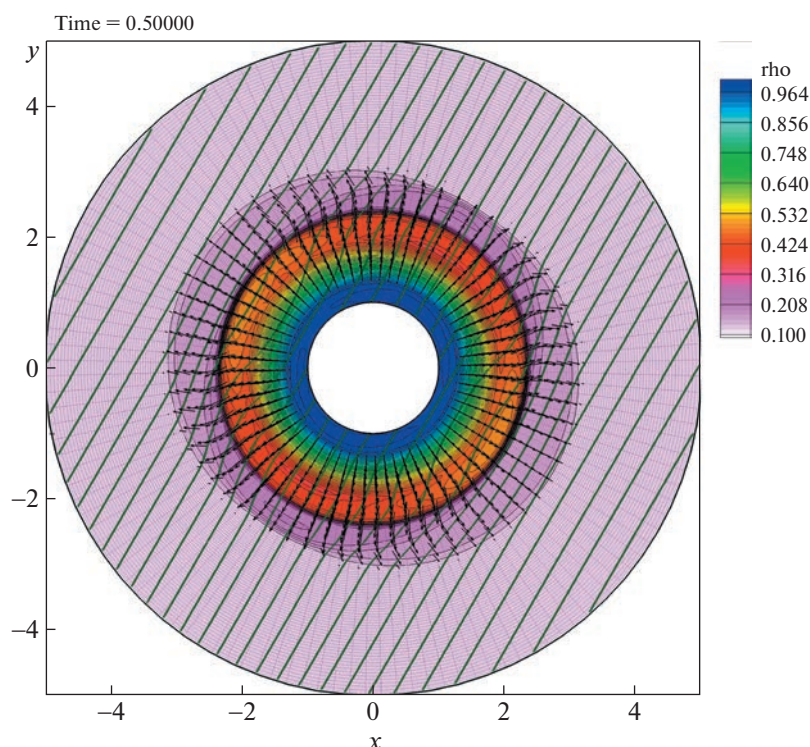


Рис. 7. Результаты тестового расчета задачи об объемно распределенном взрыве в однородном магнитного поле. На момент времени $t = 0.5$ показаны распределения в плоскости xu плотности (цвет, изолинии), скорости (стрелки) и магнитного поля (линии).

облако становится вытянутым вдоль магнитных силовых линий.

Анализ рисунка позволяет заключить, что использованная нами разностная схема довольно хорошо аппроксимирует все типы бегущих волн. Кроме того, можно отметить, что наличие границ между секторами в тернарной сферической сетке в полученном распределении величин практически никак не проявляются.

ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 22-12-00364).

БЛАГОДАРНОСТИ

Автор благодарит Д.В. Бисикало за полезные обсуждения. Работа была выполнена с использованием вычислительных средств МСЦ РАН.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. D. V. Bisikalo, V. I. Shematovich, P. V. Kaygorodov, and A. G. Zhilkin, *Physics Uspekhi* **64**(8), 747 (2021).
2. D. V. Bisikalo, V. I. Shematovich, P. V. Kaigorodov, and A. G. Zhilkin, *Gaseous Envelopes of Exoplanets – Hot Jupiters* (Moscow: Nauka, 2020) [in Russian].
3. M. Mayor and D. Queloz, *Nature* **378**, 355 (1995).
4. D. Lai, C. Helling, and E. P. J. van den Heuvel, *Astrophys. J.* **721**, 923 (2010).
5. S.-L. Li, N. Miller, D. N. C. Lin, and J. J. Fortney, *Nature* **463**, 1054 (2010).
6. A. Vidal-Madjar, A. Lecavelier des Etangs, J.-M. Desert, G. E. Ballester, et al., *Nature* **422**, 143 (2003).
7. Vidal-Madjar, J.-M. Desert, A. Lecavelier des Etangs, G. Hebrard, et al., *Astrophys. J.* **604**, L69 (2004).
8. L. Ben-Jaffel, *Astrophys. J.* **671**, L61 (2007).
9. A. Vidal-Madjar, A. Lecavelier des Etangs, J.-M. Desert, G. E. Ballester, et al., *Astrophys. J.* **676**, L57 (2008).
10. L. Ben-Jaffel and S. Sona Hosseini, *Astrophys. J.* **709**, 1284 (2010).
11. J. L. Linsky, H. Yang, K. France, C. S. Froning, et al., *Astrophys. J.* **717**, 1291 (2010).
12. A. Lecavelier des Etangs, V. Bourrier, P. J. Wheatley, H. Dupuy, et al., *Astron. and Astrophys.* **543**, id. L4 (2012).
13. R. V. Yelle, *Icarus* **170**, 167 (2004).
14. A. Garcia Munoz, *Planet. Space Sci.* **55**, 1426 (2007).
15. R. A. Murray-Clay, E. I. Chiang, and N. Murray, *Astrophys. J.* **693**, 23 (2009).
16. T. T. Koskinen, M. J. Harris, R. V. Yelle, and P. Lavvas, *Icarus* **226**, 1678 (2013).
17. D. E. Ionov, V. I. Shematovich, and Ya. N. Pavlyuchenkov, *Astron. Rep.* **61**, 387 (2017).

18. *D. V. Bisikalo, P. V. Kaigorodov, D. E. Ionov, and V. I. Shematovich*, *Astron. Rep.* **57**, 715 (2013).
19. *A. A. Cherenkov, D. V. Bisikalo, and P. V. Kaigorodov*, *Astron. Rep.* **58**, 679 (2014).
20. *D. V. Bisikalo and A. A. Cherenkov*, *Astron. Rep.* **60**, 183 (2016).
21. *A. Cherenkov, D. Bisikalo, L. Fossati, and C. Möstl*, *Astrophys. J.* **846**, 31 (2017).
22. *A. A. Cherenkov, D. V. Bisikalo, and A. G. Kosovichev*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **475**, 605 (2018).
23. *D. V. Bisikalo, A. A. Cherenkov, V. I. Shematovich, L. Fossati, and C. Möstl*, *Astron. Rep.* **62**, 648 (2018).
24. *I. F. Shaikhislamov, M. L. Khodachenko, H. Lammer, K. G. Kislyakova, et al.*, *Astrophys. J.* **832**, 173 (2016).
25. *M. L. Khodachenko, I. F. Shaikhislamov, H. Lammer, K. G. Kislyakova, et al.*, *Astrophys. J.* **847**, 126 (2017).
26. *I. F. Shaikhislamov, M. L. Khodachenko, H. Lammer, A. G. Berezutsky, I. B. Miroshnichenko, and M. S. Rumenskikh*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **481**, 5315 (2018).
27. *M. L. Khodachenko, I. F. Shaikhislamov, H. Lammer, A. G. Berezutsky, I. B. Miroshnichenko, M. S. Rumenskikh, K. G. Kislyakova, and N. K. Dwivedi*, *Astrophys. J.* **885**, 67 (2019).
28. *I. F. Shaikhislamov, M. L. Khodachenko, H. Lammer, A. G. Berezutsky, I. B. Miroshnichenko, and M. S. Rumenskikh*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **491**, 3435 (2020).
29. *K. G. Kislyakova, M. Holmström, H. Lammer, P. Odert, and M. L. Khodachenko*, *Science* **346**, 981 (2014).
30. *T. T. Koskinen, J. Y.-K. Cho, N. Achilleos, and A. D. Aylward*, *Astrophys. J.* **722**, 178 (2010).
31. *T. T. Koskinen, R. V. Yelle, P. Lavvas, and N. K. Lewis*, *Astrophys. J.* **723**, 116 (2010).
32. *G. B. Trammell, P. Arras, and Z.-Y. Li*, *Astrophys. J.* **728**, id. 152 (2011).
33. *I. F. Shaikhislamov, M. L. Khodachenko, Y. L. Sasunov, H. Lammer, et al.*, *Astrophys. J.* **795**, 132 (2014).
34. *M. L. Khodachenko, I. F. Shaikhislamov, H. Lammer, and P. A. Prokhopov*, *Astrophys. J.* **813**, 50 (2015).
35. *G. B. Trammell, Z.-Y. Li, and P. Arras*, *Astrophys. J.* **788**, id. 161 (2014).
36. *T. Matsakos, A. Uribe, and A. Königl*, *Astron. and Astrophys.* **578**, id. A6 (2015).
37. *M. L. Khodachenko, I. F. Shaikhislamov, H. Lammer, I. B. Miroshnichenko, M. S. Rumenskikh, A. G. Berezutsky, and L. Fossati*, *Monthly Not. Roy. Astron. Soc.* **507**, 3626 (2021).
38. *A. S. Arakcheev, A. G. Zhilkin, P. V. Kaigorodov, D. V. Bisikalo, and A. G. Kosovichev*, *Astron. Rep.* **61**, 932 (2017).
39. *D. V. Bisikalo, A. S. Arakcheev, and P. V. Kaigorodov*, *Astron. Rep.* **61**, 925 (2017).
40. *A. G. Zhilkin and D. V. Bisikalo*, *Astron. Rep.* **63**, 550 (2019).
41. *A. G. Zhilkin, D. V. Bisikalo, and P. V. Kaigorodov*, *Astron. Rep.* **64**, 159 (2020).
42. *A. G. Zhilkin, D. V. Bisikalo, and P. V. Kaigorodov*, *Astron. Rep.* **64**, 259 (2020).
43. *A. G. Zhilkin and D. V. Bisikalo*, *Astron. Rep.* **64**, 563 (2020).
44. *A. G. Zhilkin, D. V. Bisikalo, and E. A. Kolymagina*, *Astron. Rep.* **65**, 676 (2021).
45. *А. Г. Жилкин, Д. В. Бисикало*, *Астрон. журн.* **99**, 970 (2022).
46. *A. G. Zhilkin and D. V. Bisikalo*, *Universe* **7**, 422 (2021).
47. *C. Ronchi, R. Iacono, and P. S. Paolucci*, *J. Comput. Phys.* **124**, 93 (1996).
48. *V. Koldoba, M. M. Romanova, G. V. Ustyugova, and R. V. E. Lovelace*, *Astrophys. J.* **576**, L53 (2002).
49. *L. Ivan, H. De Sterck, S. A. Northrup, and C. P. T. Groth*, *J. Comput. Phys.* **255**, 205 (2013).
50. *G. Chesshire and W. D. Henshaw*, *J. Comput. Phys.* **90**, 1 (1990).
51. *A. V. Usmanov, M. L. Goldstein, and W. H. Matthaeus*, *Astrophys. J.* **754**, id. 40 (2012).
52. *A. Kageyama and T. Sato*, *Geochemistry, Geophysics, Geosystems* **5**, 9005 (2004).
53. *X. S. Feng, L. P. Yang, C. Q. Xiang, S. T. Wu, Y. Zhou, and D. Zhong*, *Astrophys. J.* **723**, 300 (2010).
54. *X. Feng, M. Zhang, and Y. Zhou*, *Astrophys. J. Suppl.* **214**, id. 6 (2014).
55. *D. V. Bisikalo, A. G. Zhilkin, and A. A. Boyarchuk*, *Gas Dynamics of Close Binary Stars* (Moscow: Fizmatlit, 2013) [in Russian].
56. *A. G. Zhilkin, D. V. Bisikalo, and A. A. Boyarchuk*, *Physics Uspekhi* **55**, 115 (2012).
57. *T. Tanaka*, *J. Comput. Phys.* **111**, 381 (1994).
58. *K. G. Powell, P. L. Roe, T. J. Linde, T. I. Gombosi, and D. L. de Zeeuw*, *J. Comput. Phys.* **154**, 284 (1999).
59. *A. Dedner, F. Kemm, D. Kroner, C.-D. Munz, T. Schnitzer, and M. Wesenberg*, *J. Comput. Phys.* **175**, 645 (2002).
60. *E. J. Weber and L. Davis, Jr.*, *Astrophys. J.* **148**, 217 (1967).
61. *M. J. Owens and R. J. Forsyth*, *Liv. Rev. Solar Physics* **10**, 5 (2013).
62. *U. Ziegler*, *J. Comput. Phys.* **230**, 1035 (2011).
63. *А. Г. Жилкин, А. В. Соболев, Д. В. Бисикало, М. М. Габдеев*, *Астрон. журн.* **96**(9), 748 (2019).