

УПРАВЛЕНИЕ В ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИСТЕМАХ

УДК 629.78

МЕТОД СБЛИЖЕНИЯ ТРОСОВОЙ СИСТЕМЫ С НЕУПРАВЛЯЕМЫМ КОСМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ¹

© 2025 г. Ю. М. Заболотнов^{a, b, *}, Чанцин Ван^{b, **}, Чжэн Минь^{a, ***}

^aСамарский национальный исследовательский ун-т, Самара, Россия

^bСеверо-западный политехнический ун-т, КНР

*e-mail: yumz@yandex.ru

**e-mail: wangcq@nwpu.edu.cn

***e-mail: 1136032887@qq.com

Поступила в редакцию 12.09.2023 г.

После доработки 23.06.2024 г.

Принята к публикации 16.10.2024 г.

Рассматривается задача сближения тросовой системы с неуправляемым космическим объектом (космическим мусором, грузом и т.д.) на почти круговой околоземной орбите. Предлагается метод сближения, который заключается в предварительном переводе активного космического аппарата на орбиту, параметры которой подбираются так, чтобы в своем относительном движении он перемещался по траектории, близкой к эллипсу, относительно пассивного космического объекта. Далее происходит развертывание тросовой системы с устройством захвата в радиальном направлении, причем длина троса примерно соответствует малой полуоси эллипса относительного движения. После окончания выпуска троса вся система продолжает вращаться вокруг пассивного космического объекта. В этом случае имеется возможность дополнительной коррекции длины троса с целью уменьшения минимального расстояния между устройством захвата и грузом. Для управления движением активного космического аппарата используются реактивные двигатели, составляющие непрерывной тяги которых направлены по трансверсали и бинормали орбиты. Приводятся результаты сквозного моделирования в геоцентрической неподвижной системе координат рассматриваемых этапов наведения устройства захвата на пассивный космический объект в пространственном случае, включая оценку влияния процесса захвата на последующее движение всей системы с грузом при его транспортировке.

Ключевые слова: неуправляемый космический объект, тросовая система, эллипс относительного движения, устройство захвата, динамика, управление

DOI: 10.31857/S0002338825010016 EDN: AGENGR

METHOD OF RAPPROCHEMENT OF A TETHER SYSTEM WITH AN UNCONTROLLED SPACE OBJECT

Yu. M. Zabolotnov^{a, b, *}, Changqing Wang^{b, **}, Zheng Min^{a, ***}

^aSamara National Research University, Samara, Russia

^bNorthwestern Polytechnic University, China

*e-mail: yumz@yandex.ru

**e-mail: wangcq@nwpu.edu.cn

***e-mail: 1136032887@qq.com

The problem of rapprochement of a tether system with an uncontrolled space object (space debris, cargo, etc.) in an almost circular near-Earth orbit is considered. The approach method is proposed, which consists in preliminary transfer of an active spacecraft to an orbit, the parameters of which are selected so that in its relative motion it moves along a trajectory close to an ellipse relative to a passive space object. Next, the tether system is deployed with a gripper device in the radial direction, and the length of the tether approximately corresponds to half of the small semi-axis of the ellipse of relative motion. After the end of the tether deployment, the entire system continues to rotate around the passive space object. In this case, there

¹ Исследование поддержано грантами КНР: 1) Supported by the Fundamental Research Funds for the Central Universities (D5000220031); 2) Supported by Key Research and Development Program of Shaanxi (2023-GHZD-32).

is a possibility of additional correction of the length of the tether in order to reduce the minimum distance between the gripper device and the load. To control the movement of an active spacecraft, jet engines are used, the components of the continuous thrust of which are directed along the transversal and binormal orbits. The results of end-to-end modeling in a geocentric fixed coordinate system of the considered stages of pointing the gripper device at a passive space object in the spatial case are presented, including an assessment of the impact of the gripper process on the subsequent movement of the entire system with cargo during its transportation.

Keywords: unguided space object, tether system, relative motion ellipse, capture device, dynamics, control

Введение. Одним из перспективных способов удаления из космоса неуправляемых космических объектов (НКО) является использование космических тросовых систем (КТС). В этом случае, как правило, применяется космический аппарат (КА) с механизмом выпуска троса, на конце которого имеется устройство захвата (УЗ) НКО [1–8]. Передача функцийстыковки отдельному устройству в общем случае позволяет повысить безопасность данной операции, так как снижается вероятность столкновения активного КА с НКО. Стыковка с НКО с помощью УЗ может производиться различными способами: гарпуном, штырем, роботом на тросе, сетью и т.д. Подробный обзор способовстыковки и последующей транспортировки НКО представлен в [9]. Естественно,стыковке предшествует процесс сближения тросовой системы с НКО. Задачи, которые возникают при сближении УЗ с НКО, в основном связаны с разработкой методов управления КТС таким образом, чтобы УЗ оказалось в достаточно малой окрестности НКО (обычно несколько метров). Традиционный метод сближения КА с любым космическим объектом включает в себя несколько характерных участков: дальнее наведение, ближнее наведение истыковка [10, 11]. Особенности сближения КТС с НКО возникают при ближнем наведении, так как этот этап неизбежно включает в себя процесс выпуска троса с УЗ, который должен предшествоватьстыковке. После выпуска троса УЗ должно быть доставлено в достаточно малую окрестность НКО. При этом могут быть использованы различные способы управления, например управление с помощью реактивных двигателей активного КА, автономное управление с помощью двигателей малой тяги, расположенных на УЗ, и др.

В настоящей работе рассматривается управление при сближении КТС с НКО на этапе ближнего наведения, позволяющее обеспечить доставку УЗ в достаточно малую окрестность НКО. Особенностью предлагаемого метода является предварительный перевод активного КА (до выпуска троса) на промежуточную орбиту, обеспечивающую его относительное движение вокруг НКО по эллипсу с заданными геометрическими характеристиками. Здесь можно отметить, что перемещение активного КА по эллипсу в относительном движении может быть использовано для более детального изучения особенностей движения НКО, в частности для уточнения его массово-геометрических характеристик и параметров движения относительно центра масс, что повысит вероятность успешного его захвата и является положительным моментом. Далее происходит развертывания КТС в радиальном направлении, причем длина троса выбирается исходя из размера малой полуоси эллипса движения активного КА относительно НКО. После выпуска троса с УЗ вся КТС продолжает вращаться относительно НКО. На этом этапе возможна коррекция движения КТС или УЗ для обеспечения приведения УЗ в окрестность НКО различными способами, отмеченными выше. В статье показано, что коррекция может быть осуществлена с помощью изменения длины троса.

1. Постановка задачи. Предлагаемая схема сближения КТС с НКО представлена на рис. 1, где P_0, P_{n0}, P_{f0} – начальные положения активного КА, НКО и фиктивной точки, с которой совмещается КА при его переходе на эллипс относительного движения; P, P_n, P_f – соответственно их конечные положения после окончания перехода; 1 – траектория перехода КА; 2 – эллипс относительного движения КА; $\Delta\mu_0$ – угол, который определяет положение КА относительно НКО в момент начала его перехода на эллипс относительного движения. Угол $\Delta\mu_0$ выбирается в процессе решения задачи, причем, как будет показано ниже, от его значения при прочих равных условиях (параметров орбиты КА) зависят затраты на управление при переходе КА на эллипс относительно движения. На рис. 1 показана одна из возможных схем сближения КТС с НКО, использующая принцип перемещения активного КА по эллипсу относительного движения. Как следует из рис. 1, активный КА имеет более низкую орбиту по сравнению с орбитой НКО. Очевидно, что аналогичная схема сближения КА с НКО может быть построена в случае, когда КА имеет более высокую орбиту по сравнению с орбитой НКО. Кроме того, в рамках каждой из этих схем возможны два варианта, которые отличаются направлением выпуска троса с УЗ: вниз или вверх относительно местной вертикали, построенной относительно КА. Причем эти варианты отличаются направлением сближения

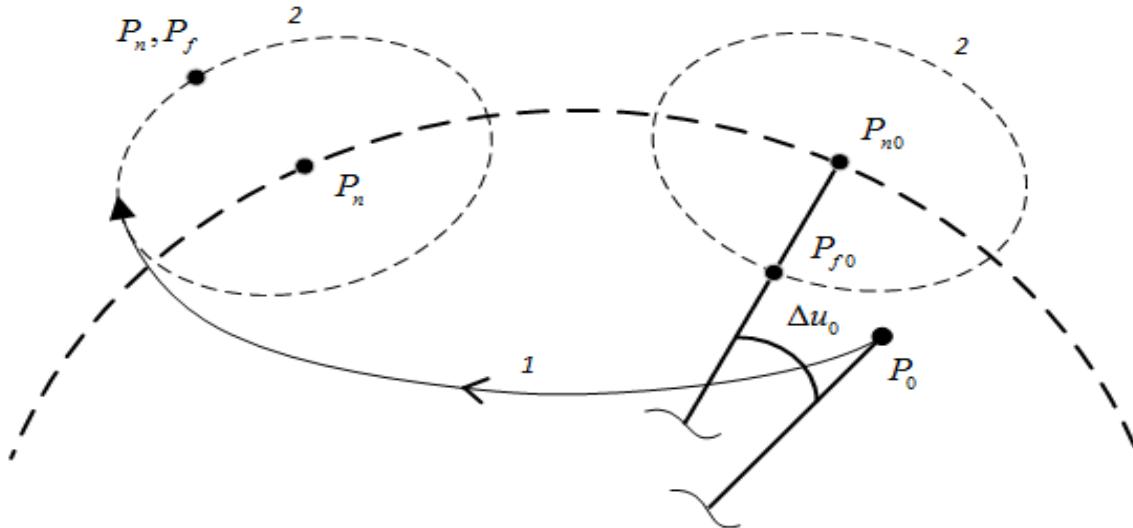


Рис. 1. Схема перехода КА на эллипс его относительного движения вблизи НКО.

УЗ с НКО. Ниже будет подробно рассмотрена схема, изображенная на рис. 1, и оба варианта сближения УЗ и НКО (выпуск троса вниз и вверх).

Предполагается, что активный КА после этапа дальнего наведения (здесь этот этап не рассматривается) совершает движение по орбите, параметры которой близки к параметрам орбиты НКО. Необходимо построить управление на всех перечисленных выше участках движения КА и КТС, приводящее УЗ в достаточно малую окрестность НКО. Рассматривается пространственный случай движения КА (или КТС) и НКО, т.е. плоскости их орбит могут не совпадать. При перемещении КА по траектории 1 (рис. 1) на эллипс относительного движения предполагается использовать декартовое непрерывное управление [12], при котором два реактивных двигателя располагаются вдоль продольной оси КА (они обеспечивают управляемую тягу по трансверсалам), а два других двигателя имеют тягу, направленную перпендикулярно продольной оси (по бинормали). Вопросы стабилизации движения КА относительно орбитальной подвижной системы координат здесь не рассматриваются, при этом все представленные космические объекты принимаются за материальные точки. Цель управления движением КА при его перемещении на эллипс относительного движения – обеспечить совмещение плоскостей орбитального движения, линий апсид и больших полуосей эллипсов их геоцентрического движения. Выполнение этих условий приводит к неподвижности эллипса относительного движения КА в плоскости орбиты при его вращении вокруг НКО. При этом размеры эллипса определяются заданием эксцентриситета геоцентрической орбиты некоторой фиктивной перемещающейся по нему точкой, с которой совмещается КА при движении по траектории 1 (рис. 1). Чем больше этот эксцентриситет, тем больше размеры эллипса относительного движения КА. Начальное положение фиктивной точки в момент включения двигателей активного КА показано на рис. 1 (точка P_{f0} находится на малой полуоси эллипса). Параметры эллипса относительного движения КА выбираются заранее при планировании операции захвата НКО, исходя их априорной информации об орбитальных параметрах НКО и наличия на борту КА троса определенной длины. Программа управления при переходе КА на эллипс 2 (рис. 1) строится исходя из минимизации затрат на управление с помощью линеаризованных уравнений, записанных относительно характеристик движения фиктивной точки. Для сквозного моделирования процесса сближения КТС (или УЗ) с НКО на всех его этапах, включая процесс развертывания КТС, применяются нелинейные уравнения движения для всех рассматриваемых космических объектов, записанные в неподвижной геоцентрической системе координат, которая принимается за инерциальную систему. При развертывании КТС в вертикальное положение используется программа управления, предложенная и обоснованная в [13].

2. Уравнения движения и их линеаризация. Уравнения движения для всех космических объектов записываются в геоцентрической системе координат $OXYZ$, ее основная плоскость OXY совпадает с орбитальной плоскостью НКО, которая считается неподвижной, ось OX на-

правлена по линии узлов, а ось OZ дополняет систему координат до правой. Например, уравнения движения активного КА в центральном гравитационном поле Земли имеют вид:

$$\ddot{\mathbf{R}} = -\mu \mathbf{R} / R^3 + \mathbf{F} / m, \quad (2.1)$$

где \mathbf{R} – радиус-вектор центра масс КА, $R = |\mathbf{R}|$, μ – гравитационная постоянная, \mathbf{F} – вектор равнодействующей реактивных сил, m – масса активного КА до развертывания КТС, $\dot{\mathbf{R}} = d^2\mathbf{R} / dt^2$, t – время. Уравнения движения для других космических объектов, включая уравнения движения фиктивной точки, записываются аналогично (отсутствуют только реактивные силы).

Как было отмечено выше, орбитальные параметры фиктивной точки выбираются из условий: $A_f = A_n$, $\omega_{\pi f} = \omega_{\pi n}$, $i_f = i_n$, $\Omega_f = \Omega_n$, $e_f = e_n + \Delta e$, где A_n , $\omega_{\pi n}$, i_n , Ω_n , e_n – параметры орбиты НКО (большая полуось, аргумент перигея, наклонение, долгота восходящего узла, эксцентриситет орбиты), $\Delta e > 0$ – приращение эксцентриситета, которое определяет размеры эллипса относительного движения КА. Связь между параметрами орбиты материальной точки с ее координатами и скоростями x_f , $V_{x f}$, y_f , $V_{y f}$, z_f , $V_{z f}$ в системе координат $OXYZ$ определяется известными формулами из [10]. Тогда, проводя стандартную линеаризацию уравнений движения КА относительно переменных состояния (координат и скоростей) фиктивной точки, получим:

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{Bs} + \mathbf{F}_s, \quad (2.2)$$

где $\mathbf{s} = (\Delta x, \Delta V_x, \Delta y, \Delta V_y, \Delta z, \Delta V_z)$, $\Delta x = x - x_f$, $\Delta V_x = V_x - V_{x f}$, $\Delta y = y - y_f$, $\Delta V_y = V_y - V_{y f}$, $\Delta z = z - z_f$, $\Delta V_z = V_z - V_{z f}$.

Матрица \mathbf{B} и вектор \mathbf{F}_s имеют вид:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{21} & 0 & B_{23} & 0 & B_{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ B_{41} & 0 & B_{43} & 0 & B_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ B_{61} & 0 & B_{63} & 0 & B_{65} & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

$$\mathbf{F}_s = m^{-1} (0 \ F_x \ 0 \ F_y \ 0 \ F_z)^T, \quad (2.4)$$

где $B_{21} = -\mu (1 - 3\bar{x}_f) / R_f^3$, $B_{43} = -\mu (1 - 3\bar{y}_f) / R_f^3$, $B_{65} = -\mu (1 - 3\bar{z}_f) / R_f^3$, $B_{21} = B_{41} = 3\mu \bar{x}_f \bar{y}_f / R_f^3$, $B_{25} = B_{61} = 3\mu \bar{x}_f \bar{z}_f / R_f^3$, $B_{45} = B_{63} = 3\mu \bar{y}_f \bar{z}_f / R_f^3$, $\bar{x}_f = x_f / R_f$, $\bar{y}_f = y_f / R_f$, $\bar{z}_f = z_f / R_f$, $R_f = (x_f^2 + y_f^2 + z_f^2)^{0.5}$, $F_{x,y,z}$ – проекции равнодействующей реактивных сил на оси неподвижной системы координат $OXYZ$.

Линеаризованная система (2.2) рассматривается совместно с уравнениями движения фиктивной точки, поэтому компоненты матрицы \mathbf{B} , отличные от нуля и единицы, зависят от времени.

3. Управление движением активного КА при переходе на эллипс относительного движения. Для перехода КА на эллипс относительного движения необходимо обеспечить полное совпадение координат и скоростей КА с координатами и скоростями фиктивной точки, т.е. $\mathbf{s} = 0$, что соответствует построению траектории перехода системы (2.2) в начало координат. Рассматриваемая задача аналогична задаче стабилизации линейной динамической системы с переменными параметрами (в данном случае это относится к компонентам матрицы \mathbf{B}). В этом случае можно использовать традиционную процедуру перевода линейной системы в начало координат, основанную на принципе Беллмана [14, 15].

Применяется квадратичный критерий оптимальности:

$$J = \int_0^{t_f} (h_1 u_1^2 + h_2 u_2^2 + \mathbf{s}^T \mathbf{D} \mathbf{s}) dt, \quad (3.1)$$

где $h_1, h_2 > 0$ – весовые коэффициенты, определяющие затраты на управление; \mathbf{D} – диагональная положительно-определенная матрица весовых коэффициентов, соответствующая ошиб-

кам управления; u_1, u_2 – составляющие трансверсальной и бинормальной реактивной тяги. С теоретической точки зрения $t_f = \infty$, и после построения управления имеет место асимптотическая устойчивость $\mathbf{s} \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$. В прикладных задачах ограничиваются случаем $t_f < \infty$, где момент времени t_f зависит от заданной погрешности выполнения конечных условий движения системы.

Линеаризованную систему (2.2) можно переписать в стандартном виде для применения принципа Беллмана для линейной системы:

$$\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{B}\mathbf{s} + \mathbf{M}\mathbf{u}, \quad (3.2)$$

где

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} N_{11} & 0 & N_{21} & 0 & N_{31} & 0 \end{pmatrix}^T,$$

$N_{ij}, i, j = \overline{1, 3}$ – компоненты матрицы

$$N = m^{-1}\mathbf{K} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T,$$

\mathbf{K} – матрица перехода от орбитальной подвижной системы координат (оси – радиус-вектор, трансверсаль, бинормаль) к системе координат $OXYZ$, $\mathbf{u} = (u_1, u_2)^T$.

Оптимальный регулятор, соответствующий минимуму критерию (3.1), имеет вид [15, 16]:

$$\mathbf{u} = \mathbf{q}^T \mathbf{s}, \quad (3.3)$$

где $\mathbf{q} = -\mathbf{A}\mathbf{M}\mathbf{h}^{-1}$, $\mathbf{h} = \begin{pmatrix} h_1 & 0 \\ 0 & h_2 \end{pmatrix}$. Матрица \mathbf{A} определяется с помощью решения дифференциального уравнения Риккати:

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} = -\mathbf{D} - \mathbf{A}\mathbf{B} - \mathbf{B}^T\mathbf{A} + \mathbf{A}\mathbf{M}\mathbf{h}^{-1}\mathbf{M}^T\mathbf{A}. \quad (3.4)$$

При решении уравнения Риккати (3.4) используется метод, основанный на обратном интегрировании [15]. В этом случае полагается $\mathbf{A}(t_f) = 0$ и производится интегрирование с отрицательным шагом до момента времени $t = 0$. Момент времени t_f выбирается в процессе решения прикладной задачи и должен быть согласован с весовыми коэффициентами h_1, h_2 , так как они определяют время окончания переходных процессов в системе и затраты на управление. Здесь следует отметить, что матрица \mathbf{A} будет в каждый момент времени положительно-определенной и обращаться в ноль только в момент времени t_f . Это следует из вида правой части уравнения (3.4) [17], так как \mathbf{D} – положительно-определенная матрица. Матрица \mathbf{A} определяет функцию Беллмана $W = \mathbf{s}^T \mathbf{A} \mathbf{s}$, которая в этом случае будет положительно-определенной, и функцией Ляпунова для рассматриваемой задачи [15, 16], что обеспечивает совпадение всех переменных состояния КА с переменными состояния фиктивной точки. Таким образом, результатом решения описанной задачи будет вектор коэффициентов $\mathbf{q}(t)$, который можно задать, например, в виде таблицы с некоторой дискретностью по времени и использовать при управлении. Вопросы стабилизации движения КА относительно орбитальной подвижной системы координат, необходимой для рассматриваемой задачи, и решение навигационной задачи определения отклонений \mathbf{s} здесь не приводятся.

4. Пример перехода активного КА на эллипс относительного движения. Как было отмечено выше, после этапа дальнего наведения КА имеет параметры орбиты, близкие к значениям орбитальных параметров НКО. В качестве примера рассматривается пространственный случай, когда плоскости орбит космических объектов не совпадают и имеются отклонения по всем орбитальным параметрам КА и НКО. Были представлены следующие параметры орбиты НКО и соответствующие отклонения от них для КА: $A_n = 7445.5$ км ($\Delta A = 5$ км), $e_n = 0.01$ ($\Delta e = 0.0005$), $\omega_{\pi n} = 0$ ($\Delta \omega_\pi = 5^\circ$), $i_n = 0$ ($\Delta i = 0.1^\circ$), $\Omega_n = 0$ ($\Delta \Omega = -0.1^\circ$). Массы КА (без УЗ) и УЗ 1000 и 200 кг соответственно. При решении задачи оптимизации в соответствии с критерием (3.1) был выбран случай минимизации затрат на управление, поэтому $h_1, h_2 \gg D_k, k = \overline{1, 6}$. Весовые коэффициенты, от которых зависит совмещение плоскостей орбит КА и НКО, были выбраны больше, чем коэффициенты, определяющие ошибки в плоскости орбиты. Последнее обстоятельство связано с тем, чтобы обеспечить развертывание КТС в плоскости орбиты НКО. В этом случае компенсация других ошибок наведения в плоскости орбиты может быть осуществлена за счет изменения длины троса, т.е. с минимальными затратами энергии. С другой стороны, наряду с приведенным примером возможны и другие подходы к выбору коэффициентов в кри-

терии (3.1), в частности когда используется автономный активный стыковочный модуль, который может изменять свои положения и скорости [18]. Окончательно для представляемого примера были выбраны следующие весовые коэффициенты: $h_1 = h_2 = 10^4$, $D_k = 0.05$, $k = 1,4$, $D_5 = D_6 = 0.4$. Относительное угловое расстояния между КА и НКО Δi_0 (рис. 1) является дополнительным параметром, который определяется с помощью решения нескольких задачи оптимального управления в соответствии с критерием (3.1). В рассматриваемом случае было установлено, что минимум критерия (3.1) достигается вблизи значения $\Delta i_0 \approx 0$, т.е. КА и НКО располагаются на одной вертикали. Причем зависимость критерия (3.1) от Δi_0 существенная. Например, отклонение Δi_0 от нуля на 0.1° приводит к увеличению J на 30–40%. Здесь следует отметить, что во всех случаях решения задачи оптимизации максимальные значения управлений u_1, u_2 имеют место в начальный момент времени, причем зависимость этих значений от Δi_0 другая. Минимум модуля реактивных сил $F = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$ в начальный момент времени имеет место при $\Delta i_0 = -0.2^\circ$ (КА находится позади фиктивной точки), при этом максимум F уменьшается примерно в 2 раза. Некоторые численные результаты, иллюстрирующие переход

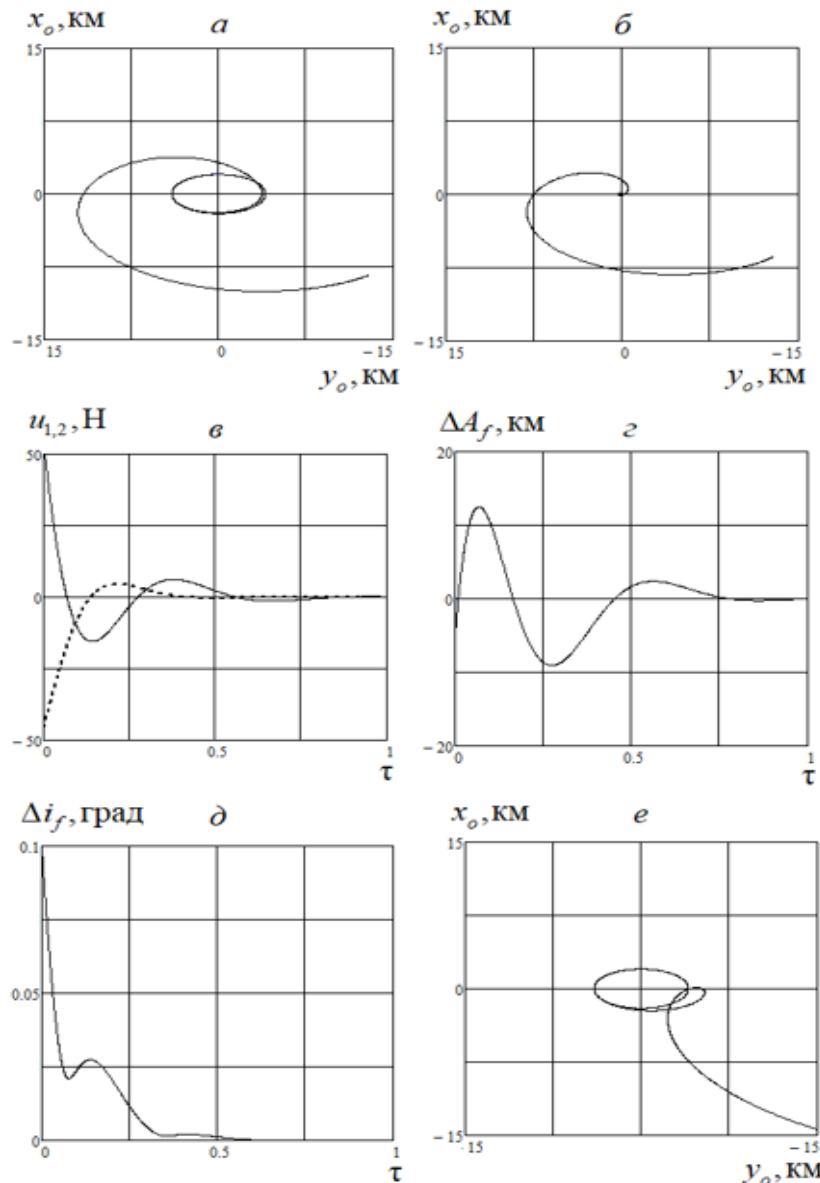


Рис. 2. Результаты моделирования перехода КА на эллипс относительного движения вблизи НКО.

КА на эллипс относительного движения вокруг НКО, представлены на рис. 2. Все приведенные ниже результаты получены с использованием нелинейных уравнений движения рассматриваемых космических объектов вида (2.1). На рис. 2а показана траектория перехода КА на эллипс относительного движения в проекции на орбитальную плоскость НКО, где x_0, y_0 – координаты КА в орбитальной подвижной системе координат, связанной с НКО (0, 0) (радиус-вектор, трансверсаль, бинормаль). На рис. 2б рассмотрена аналогичная траектория, однако она построена относительно фиктивной точки (0, 0), которая перемещается по эллипсу относительного движения. Трансверсальная и бинормальная составляющие тяги $u_{1,2}$ (штриховая линия – бинормальная составляющая u_2 приводятся на рис. 2в, где $\tau = t / T$ – безразмерное время, T – орбитальный период НКО. На рис. 2г, д в качестве примера показано, как изменяются со временем отклонения $\Delta A_f, \Delta i_f$ параметров орбиты КА от соответствующих параметров фиктивной точки. Задание увеличенных весовых коэффициентов $D_{5,6}$ в критерии оптимальности (3.1), соответствующих отклонениям $\Delta z, \Delta V_z$, позволяет совместить орбитальные плоскости КА и НКО с высокой точностью. В приведенном примере погрешности по этим переменным после окончания перехода КА на эллипс относительного движения составляют $|\Delta z| < 0.02$ м и $|\Delta V_z| < 10^{-5}$ м/с. Начальное расстояние между КА и фиктивной точкой в данном случае при рациональном выборе угла $\Delta u_0 \approx 0$ равно 14.3 км. Как показал анализ, линеаризованная система позволяет проводить построение оптимальной траектории перехода на эллипс относительного движения в приведенном примере при начальных расстояниях до 140 км, если $\Delta u_0 < 0$, т.е. КА располагается позади выбранной фиктивной точки и, согласно законам орбитального движения, “догоняет” ее. Однако при сравнительно больших начальных расстояниях между КА и фиктивной точкой в этом случае получаются более сложные петлеобразные траектории перехода на эллипс относительного движения. В качестве примера на рис. 1е показана одна из таких траекторий, построенная при начальном расстоянии 65 км. Следует отметить, что если $\Delta u_0 > 0$, т.е. КА находится в начальный момент впереди НКО, то допустимое расстояние между КА и фиктивной точкой существенно меньше. Так, например, в приведенном численном примере уже при начальном расстоянии 15 км используемый способ определения управления не позволяет решить поставленную задачу о переходе КА на эллипс относительного движения.

В рамках рассматриваемой постановки задачи можно оценить влияние дискретности управления на процесс перехода КА на эллипс относительного движения. В этом случае управления $u_{1,2}$ не изменяются в течение некоторого промежутка времени Δt (интервал дискретности), т.е. значения u_1, u_2 в соответствии с (3.3) определяются в начале этого интервала. Введение дискретности управления является необходимым условием реализации перехода КА на эллипс относительного движения, так как за время Δt должна быть решена навигационная задача определения координат и скоростей КА, а значит вектора отклонений s в уравнении регулятора (3.3). На рис. 3 показаны результаты моделирования процесса перехода КА на эллипс относительного движения при $\Delta t = 5$ мин. Исходные данные в этом случае полностью отвечают рис. 2, соответствующему непрерывному управлению. Как следует из приведенных результатов моделирования (рис. 3), устойчивость процесса управления сохраняется, причем время переходных процессов по сравнению с рис. 2 практически не изменяется. Имеет место небольшое изменение траекторий относительного движения рис. 3а, б по сравнению с рис. 2а, б. На рис. 3, в приводятся зависимости для дискретных управлений u_1, u_2 (жирная линия – u_1 , тонкая – u_2). На этом же рисунке для уменьшения значений $u_{1,2}$ на начальном участке управления при моделировании введено ограничение $|u_1|, |u_2| \leq \bar{u}$, $\bar{u} = 20$ Н (ограничение показано штриховыми линиями на рис. 3в), что примерно в 2.5 раза меньше максимальных значений u_1, u_2 , которые имеют место, если ограничения не накладываются. Ограничения на управление можно учесть и другим способом, изменяя соотношения между весовыми коэффициентами в критерии оптимальности, т.е. между h_1, h_2 и диагональными элементами матрицы D . При увеличении h_1, h_2 максимальные значения управлений уменьшаются. Однако при этом времена переходных процессов увеличиваются и, может быть, потребуется увеличение конечного времени (t_f) при синтезе управления. Возможно также совместное применение этих подходов при учете ограничений на управление.

Следует отметить, что управление здесь осуществляется в соответствии с принципом обратной связи по конечному состоянию (совмещение координат и скоростей КА с координатами и скоростями фиктивной точки). В процессе решения задачи находится положительно-определенная функция $W = s^T As$, которая является функцией Ляпунова для рассматриваемой задачи. В этом случае любые малые возмущения, которые возникают в текущий момент времени, должны компенсироваться в следующий момент времени, так как имеет место сходимость процесса управления. С этой точки зрения следует вернуться к рис. 2е, где показано, что даже значительные отклонения начального положения КА от расчетного не приводят к неустойчивости процесса управления. Естественно, что затраты на управления при этом увеличиваются.

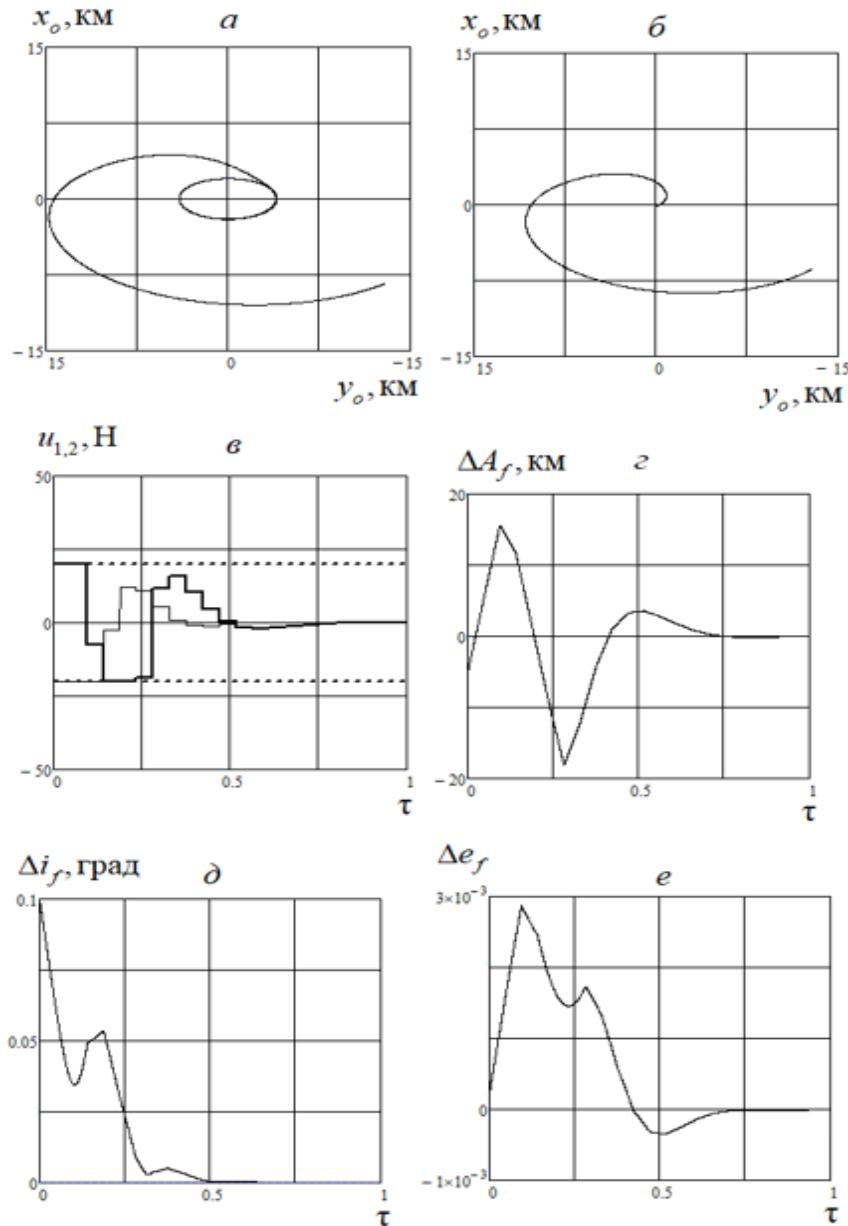


Рис. 3. Результаты моделирования перехода КА на эллипс относительного движения вблизи НКО при дискретном управлении.

5. Разворачивание КТС и сближение устройства захвата с НКО. После перехода КА на эллипс относительного движения вокруг НКО в некоторый момент выпускается трос и развертывается КТС с УЗ. Здесь предполагается, что развертывание КТС происходит в вертикальное положение в соответствии с программой управления, предложенной в [13]. Эта программа управления близка к программе, примененной в реальном тросовом эксперименте на орбите YES2 на первом этапе выпуска троса [19], который прошел успешно. В отличие от программы [19], конечное вертикальное состояние КТС при использовании закона управления [13] обладает свойством асимптотической устойчивости. При моделировании процесса развертывания КТС также применяется геоцентрическая система координат $OXYZ$ и трос рассматривается как односторонняя растяжимая невесомая механическая связь [13]. При растяжении троса используется закон Гука. Характеристики троса: модуль Юнга 75 ГПа, диаметр 0.6 мм. Как было отмечено выше, здесь рассматривается два варианта развертывания КТС, когда УЗ после выпуска троса в своем конечном положении находится сверху и снизу от КА.

Рисунок 4 иллюстрирует развертывание и сближение УЗ с НКО в обоих случаях. Траектории концевых тел относительно центра масс КТС (0, 0) показаны на рис. 4а, г соответственно. На рис. 3б, д представлены траектории КА и УЗ относительно НКО (0, 0) при развертывании КТС и четыре ее положения в разные моменты времени. Дальнейшие движения КТС после ее развертывания и сближение УЗ с НКО приводятся на рис. 4в, е. На рис. 4 цифра 1 обозначает КА, 2 – УЗ, причем ими отмечены конечные положения концевых тел на каждом характерном участке сближения УЗ с НКО. Все графики построены в осях орбитальной системы координат x_o, y_o , связанной или с центром масс КТС (рис. 4а, г), или с НКО (рис. 4б, в, д, е). Конечное расстояние между УЗ и НКО для приведенных примеров составило менее 1 м. Для обеспечения необходимой точности сближения УЗ с НКО были решены однопараметрические краевые задачи выбора конечной длины троса L_{end} на основе численного моделирования процесса развертывания КТС. Как показал анализ, конечные положения троса, соответствующие полученным решениям для L_{end} , практически совпадают с вертикалью для НКО (см.

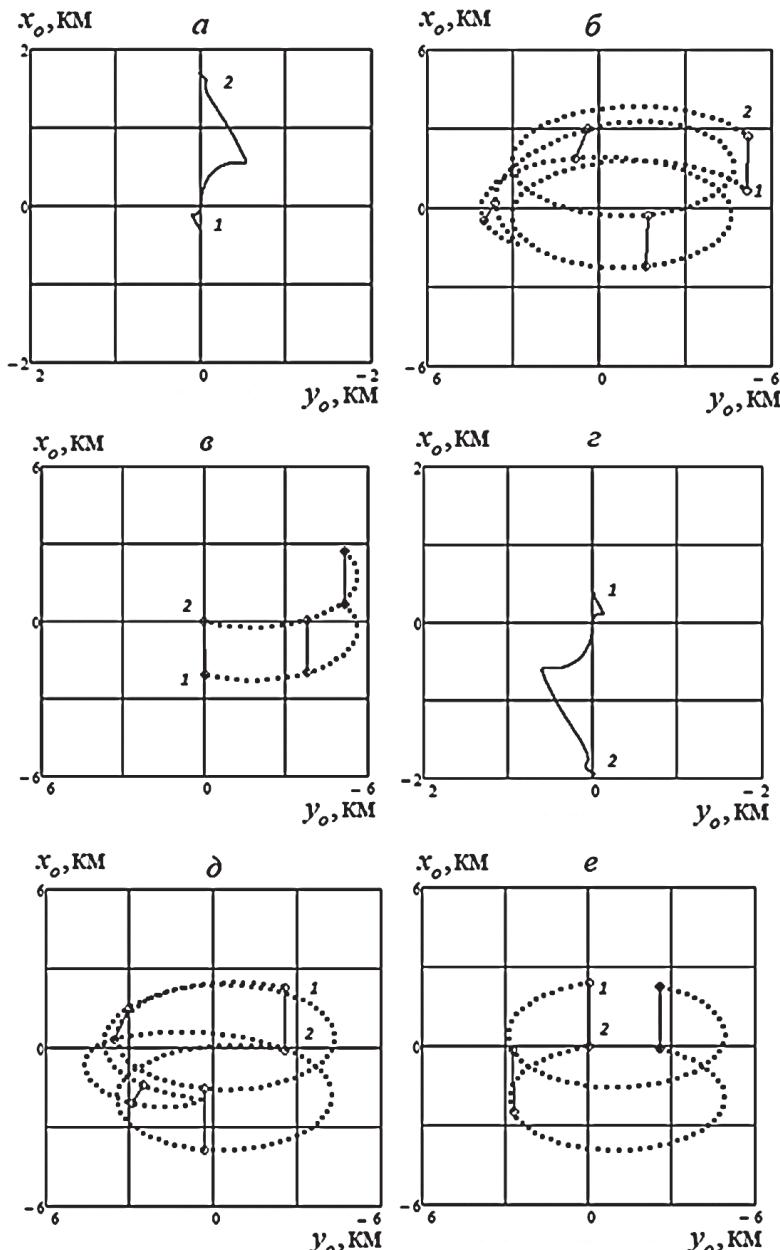


Рис. 4. Результаты моделирования развертывания КТС и сближения УЗ с НКО (1 – КА, 2 – УЗ).

рис. 4в и е). Причем при перемещении УЗ вверх при его сближении с НКО тросовая система располагается снизу (рис. 4в), а во втором случае – сверху от НКО (рис. 4е).

Можно предложить следующий способ предварительной оценки необходимой конечной длины троса L_{end} . Пусть b_f – малая полуось эллипса относительного движения КА, которая соответствует выбранным его размерам. Тогда из условия $b_f \approx m_1 L_{\text{end}} / (m_1 + m_y)$, где m_1, m_y – массы КА и УЗ, получаем $L_{\text{end}} \approx b_f (m_1 + m_y) / m_1$. При данной оценке предполагается, что трос нерастяжим и центр масс КТС в процессе ее развертывания перемещается по эллипсу относительного движения КА, когда трос не был развернут. Как показали результаты численного моделирования, приведенная оценка для L_{end} является завышенной, причем это связано в основном со вторым предположением о том, что орбита центра масс КТС в процессе ее развертывания не изменяется. Однако анализ численных результатов показывает, что в обоих случаях (выпуск троса с УЗ вверх и вниз) траектория относительного движения начинает смещаться противоположно направлению орбитального движения НКО, т.е. орбитальный период центра масс КТС уменьшается при ее развертывании. Это приводит к уменьшению необходимой конечной длины троса, так как в своем конечном положении трос не совпадает с малой полуосью эллипса. Поэтому конечная длина троса $L_{\text{end}} < b_f (m_1 + m_y) / m_1$. В рассмотренных примерах необходимая длина троса уменьшается в среднем на 10%. Длины тросов для обоих вариантов сближения УЗ с НКО равны соответственно 2390 м (УЗ – вверху) и 2067 м (УЗ – внизу). Рассмотренные численные примеры иллюстрируют возможность уменьшения погрешности приведения УЗ к НКО с помощью изменения длины троса. Однако в общем случае для компенсации неизбежно возникающих ошибок наведения УЗ на НКО возможны и другие подходы. Так, например, можно использовать автономный стыковочный модуль на тросе [18], имеющий собственную систему управления. Предлагаемая схема сближения КТС с НКО, которая применяет эллипс относительного движения для КА, при этом не изменится.

6. Движение КТС после захвата НКО. Размер эллипса, по которому перемещается КА (и соответствующая конечная длина троса), влияет на относительную скорость УЗ и НКО в момент захвата. А от разности относительных скоростей зависят возмущения в движении КТС, которые возникают при захвате НКО, если, конечно, не используются специальные методы управления движением, уменьшающие относительную скорость стыковки УЗ и НКО. Не рассматривая процесс стыковки детально, оценим возмущения, которые возникают в представленном численном примере при захвате тросовой системой НКО. Для этого усложним математическую модель троса, описывая его как совокупность материальных точек, связанных между собой упругими односторонними механическими связями [13, 20]. Предположим, что при стыковке КТС и НКО обмен импульсами происходит только между УЗ и НКО, а потом возмущения распространяются по тросу в соответствии с имеющимися механическими связями между материальными точками. Тогда из условия сохранения импульса найдем скорость концевого тела, состоящего из УЗ и НКО:

$$\mathbf{V}_N = (m_y \mathbf{V}_y + m_n \mathbf{V}_n) / m_N, \quad (6.1)$$

где $\mathbf{V}_y, \mathbf{V}_n$ – скорости УЗ и НКО в системе координат $OXYZ$ до захвата, m_n – масса НКО, $m_N = m_y + m_n$.

Для моделирования движения КТС после захвата НКО используется система дифференциальных уравнений вида [13]:

$$d\mathbf{r}_k / dt = \mathbf{V}_k, \quad m_k d\mathbf{V}_k / dt = \mathbf{G}_k + \mathbf{T}_k - \mathbf{T}_{k-1} + \mathbf{F}_k, \quad (6.2)$$

где $\mathbf{r}_k, \mathbf{V}_k$ и m_k – радиус-вектор, скорость и масса k -й материальной точки; $\mathbf{G}_k, k = \overline{1, N}$ – гравитационная сила, \mathbf{T}_k – сила натяжения троса, действующая между k -й и $k + 1$ -й точками и приложенная к k -й точке ($\mathbf{T}_0 = 0, \mathbf{T}_N = 0$), \mathbf{F}_1 – реактивная сила активного КА, обеспечивающая транспортировку НКО ($\mathbf{F}_k = 0, k = \overline{2, N}$). Аэродинамические и диссипативные силы внутри троса не учитываются.

Сила натяжения вычисляется по закону Гука с учетом односторонности механической связи (трос не работает на сжатие):

$$\mathbf{T}_k = c \lambda_k (\gamma_k - 1) \Delta \mathbf{L}_k / \Delta L_k, \quad (6.3)$$

где $\gamma_k = \Delta L_k / \Delta L_{0k}$, ΔL_{0k} – недеформированная длина участка троса, $\Delta \mathbf{L}_k = \mathbf{r}_{k+1} - \mathbf{r}_k$, $c = EA$ – коэффициент жесткости троса, E, A – модуль Юнга и площадь поперечного сечения троса,

λ_k – коэффициент, равный нулю или единице. Коэффициент $\lambda_k = 0$ при выполнении условия $\Delta L_k < \Delta L_{0k}$, иначе $\lambda_k = 1$.

Соотношение (6.1) можно переписать следующим образом, определив изменение скорости УЗ после захвата НКО:

$$\Delta \mathbf{V}_y = \mathbf{V}_N - \mathbf{V}_y = \Delta \mathbf{V} / (1 + k_m), \quad (6.4)$$

где $k_m = m_y / m_n$, $\Delta \mathbf{V} = \mathbf{V}_n - \mathbf{V}_y$ – вектор скорости УЗ относительно НКО в момент захвата. Здесь следует отметить, что изменение скорости (6.4) как раз и определяет возмущение, которое действует на КТС в момент захвата НКО. Величина этого возмущения (6.4), очевидно, зависит от скорости относительного сближения УЗ и НКО $\Delta \mathbf{V}$ и от отношения масс k_m , причем всегда $|\Delta \mathbf{V}_y| < |\Delta \mathbf{V}|$. Здесь в качестве примера рассмотрим случай, когда $m_n = m_y = 200$ кг, и второй вариант развертывания КТС (рис. 4г–е, УЗ находится снизу). Первый вариант развертывания КТС приводит к аналогичным результатам, так как относительные скорости при захвате НКО для обоих вариантов примерно одинаковые ($|\Delta \mathbf{V}| = 3.82$ м/с, 3.59 м/с). Тогда после захвата НКО имеем $|\Delta \mathbf{V}_y| = 3.82$ м/с. Изменение скорости нижнего концевого тела (УЗ вместе с НКО) приводит к возмущениям в движении КТС. Рис. 5, 6 иллюстрируют поведение КТС после захвата НКО в двух случаях: 1) $\mathbf{F}_1 = 0$ – свободное движение системы (рис. 5);

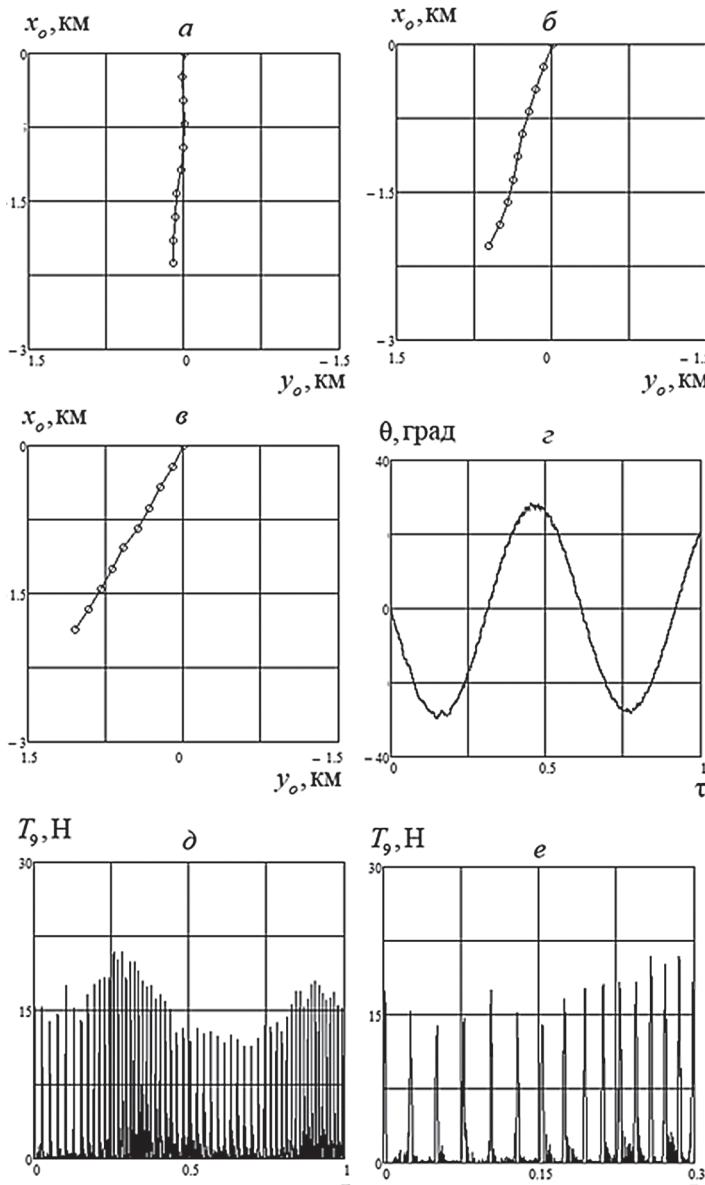


Рис. 5. Результаты моделирования неуправляемого движения КТС после захвата НКО.

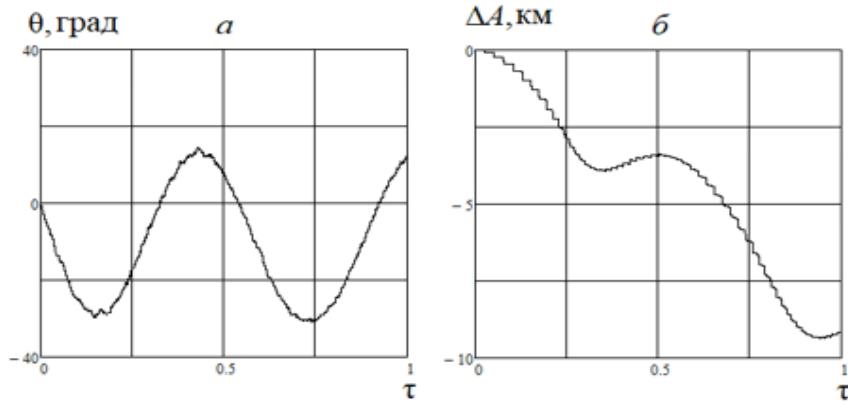


Рис. 6. Результаты моделирования движения КТС после захвата НКО при его транспортировке с помощью двигателя малой тяги, расположенного на КА.

2) $|F_1| = 1 \text{ H}$ – транспортировка НКО (рис. 6). Во втором случае малая тяга активного КА направлена по трансверсали противоположно направлению орбитального движения. Из анализа численных результатов следует, что направления векторов ΔV_y в обоих случаях сближения КТС и НКО практически совпадают с трансверсалю орбитальной системой координат, построенной для орбиты НКО. Однако если для первого варианта (УЗ находится сверху) проекция на трансверсаль $\Delta V_{y0} < 0$, т.е. при захвате верхнее концевое тело (УЗ вместе с НКО) отклоняется противоположно направлению орбитального движения всей системы, то для второго варианта $\Delta V_{y0} > 0$ и нижнее концевое тело отклоняется в противоположную сторону. На рис. 5а – в показаны три положения КТС после захвата НКО: 1) рис. 5а – сразу после захвата; 2) рис. 5в – при максимальном отклонении от вертикали; 3) рис. 5б – некоторое промежуточное положение. Рис. 5а – в построены относительно КА $(0, 0)$ в связанной с ним орбитальной системе координат. Возмущение ΔV_y приводит к колебаниям всей системы относительно местной вертикали. На рис. 5г демонстрируется, как изменяется угол отклонения линии, соединяющей крайние точки системы, от вертикали θ . Эти колебания практически симметричны относительно вертикали. При этом возникают как поперечные, так и продольные колебания троса, однако амплитуды этих колебаний ограничены. На рис. 5д, е (в увеличенном масштабе) для примера показано, как изменяется сила натяжения троса T_9 между точками 9 и 10. Точка 10 – это концевое тело (УЗ вместе с НКО). Силы натяжения между остальными точками изменяются аналогично. Продольные колебания имеют сложный характер: трос между точками то натягивается, то ослабевает, причем имеют место кратковременные провисания троса (для приведенного отрезка, когда $T_9 = 0$). Если после захвата НКО происходит его транспортировка с помощью двигателя малой тяги, расположенного на активном КА, то имеет место смещение колебаний относительно вертикали (рис. 6а) за счет действия момента силы F_1 относительно центра масс всей системы. Здесь в качестве примера рассматривается тяга F_1 , направленная по трансверсали противоположно движению всей системы по орбите. Высота эллиптической орбиты центра масс системы в среднем уменьшается, в частности, на рис. 6, б показано, как изменяется ее большая полуось (приращение $\Delta A < 0$). Причем колебания между точками системы происходят аналогично предыдущему случаю (рис. 5). В рассмотренных примерах при численном моделировании трос разбивался на девять отрезков, при этом было установлено, что дальнейшее увеличение дискретизации при используемых здесь исходных данных практически не влияло на результаты моделирования. Кроме того, следует отметить, что существенное увеличение массы НКО, например в 10 раз, когда $\Delta V_y \approx \Delta V$ (6.4), в данном случае не приводило к неустойчивости маятниковых колебаний системы относительно вертикали, так как амплитуды угла θ оставались ограниченными (не превышали 63°). Рис. 2 (или рис. 3), 4–6, если их рассматривать совместно, например для варианта развертывания, когда УЗ находится снизу, иллюстрируют результаты сквозного моделирования всех космических объектов с учетом каждого участка их движения. При этом конечные значений координат и скоростей каждого космического объекта на одном участке являются его начальными значениями на следующем участке движения и т.д. Это нетрудно осуществить, так как на всех приведенных участках уравнения движения космических объектов записываются в одной и той же системе координат $OXYZ$.

Заключение. Рассматривается метод сближения КТС с НКО с целью его захвата и последующей транспортировки. Особенностью метода является предварительный перевод активного КА (тросовая система с устройством захвата не развернута) на промежуточную орбиту, такую, что в своем относительном движении КА вращается вокруг НКО по эллипсу с заданными параметрами. С помощью линеаризованной системы с использованием квадратичного критерия оптимальности и принципа динамического программирования Беллмана построена оптимальная траектория перехода КА на эллипс относительного движения. Следующим этапом является выпуск троса с УЗ, причем длина троса соответствует размерам малой полуоси сформированного эллипса относительного движения КА. При формировании КТС применяется известный закон развертывания троса, обеспечивающий вертикальное конечное состояние тросовой системы. Показано, что если после перехода КА на эллипс относительного движения и развертывания КТС движение УЗ и НКО происходит в одной плоскости, то при изменении длины троса можно добиться сближения УЗ и НКО с точностью до 1 м. В более сложном случае компенсация действующих возмущений возможна с помощью других активных методов управления, которые выходят за рамки данной работы. Не рассматривая захват НКО детально, анализируется дальнейшее движение КТС с НКО, причем в этом случае трос представляется совокупностью материальных точек, связанных между собой упругими односторонними механическими связями. Такое описание троса позволяет оценить изменение формы троса и влияние его упругих колебаний на движение КТС после захвата НКО. Представлены результаты сквозного численного моделирования движения всех космических объектов в рассматриваемой задаче с использованием нелинейных уравнений движения, записанных в геоцентрической системе координат, которая здесь принимается за инерциальную систему. Приведенные численные результаты доказывают принципиальную возможность применения предлагаемой схемы сближения КТС с НКО.

Для реализации схемы сближения КТС с НКО, естественно, надо знать координаты и компоненты скоростей КА и НКО в геоцентрической неподвижной системе координат OXYZ, которая здесь принимается за инерциальную. Для этого в реальном масштабе времени необходимо решать соответствующие задачи навигации для КА и НКО. Для маневра сближения КТС с пассивным НКО рационально, чтобы навигационная задача по определению векторов состояния НКО и активного КА решалась на борту последнего [21]. Например, для навигационного определения вектора состояний КА при действии реактивных сил на участке перехода на эллипс относительного движения могут быть использованы методы инерциальной навигации (платформенные или бесплатформенные), основанные на измерениях кажущихся ускорений и угловых скоростей [21, 22], или другие методы автономной навигации [23]. При этом навигационная задача для НКО может быть решена по данным с наземных измерительных средств в сочетании с методами прогнозирования движения НКО или по результатам измерений с КА относительного движения НКО [21]. Для рассматриваемой здесь задачи определение вектора состояния НКО необходимо только для построения эллипса относительного движения КА и для приведения УЗ в достаточно малую окрестность НКА посредством изменения длины троса. Рациональный состав навигационного обеспечения и другие задачи, связанные с вопросами технической реализации данного подхода при сближении КТС с НКО (выбора совокупности средств и погрешности измерений, влияние ошибок при реализации управляющих воздействий, учета других случайных возмущений и т.д.), выходят за рамки представленной работы и требуют дальнейшего изучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Williams P., Blanksby C., Trivailo P., Fujii H.A.* In-plane Payload Capture Using Tethers // *Acta Astronautica*. 2005. V. 57, № 10. P. 772–787.
2. *Trushlyakov V., Yudintsev V.* Dynamics of Rotating Tethered System for Active Debris Removal // *Acta Astronautica*. 2022. V. 195. P. 405–415.
3. *Zhu W., Pang Z., Si J., Gao G.* Dynamics and Configuration Control of the Tethered Space Net Robot Under a Collision with High-speed Debris // *Advances in Space Research*. 2022. V. 70, № 5. P. 1351–1361.
4. *Wang B., Meng Z., Huang P.* Attitude Control of Towed Space Debris Using Only Tether // *Acta Astronautica*. 2017. V. 138. P. 152–167.
5. *Lu H., Li Ai., Wang Ch., Zabolotnov Yu.* Impact Stabilization of Spinning Tether Systems After Nonideal Rendezvous // *Spacecraft and Rockets*. 2022. V. 60, № 3. P. 1–9.
6. *Aslanov V. S., Pikalov R. S., Gunchin E. R.* Control of the Rendezvous of Two Spacecraft Using a Tether System // *Russian Aeronautics*. 2020. V. 63, № 1. P. 171–175.
7. *Sean Cl., William J.* Control of Space Debris Using an Elastic Tether and Wave-Based Control // *J. Guidance, Control, and Dynamics*. 2016. V. 39, № 6. P. 1–15.

8. *Zhang Y., Huang P., Meng Zh., Liu Zh.* Precise Angles-Only Navigation for Noncooperative Proximity Operation with Application to Tethered Space Robot // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 2018. V. 27, № 3. P. 1139–1150.
9. *Aslanov V. S., Ledkov A. S.* Survey of Tether System Technology for Space Debris Removal Missions // *J. Spacecraft and Rockets*. 2023.
<https://doi.org/10.2514/1.A35646>
10. Основы теории полета космических аппаратов / Под. ред. Г. С. Нариманова и М. К. Тихонравова. М.: Машиностроение, 1972. 608 с.
11. *Балахонцев В. Г., Иванов В. А., Шабанов В. И.* Сближение в космосе. М.: Воениздат, 1973. 240 с.
12. *Ермилов Ю. А., Иванова Е. Е., Пантишин С. В.* Управление сближением космических аппаратов. М.: Наука, 1977. 448 с.
13. *Заболотнов Ю. М.* Управление развертыванием орбитальной тросовой системы, состоящей из двух малых космических аппаратов // *Космич. исслед.* 2017. Т. 55. Вып.3. С. 236–246.
14. *Беллман Р.* Динамическое программирование. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 400 с.
15. *Летов А. М.* Динамика полета и управление. М.: Наука, 1969. 360 с.
16. *Калман Р., Фалб П., Арабиб М.* Очерки по математической теории систем. М.: Едиториал УРСС, 2004. 400 с.
17. *Дмитриевский А. А., Иванов Н. М., Лысенко Л. Н., Богоистров С. С.* Баллистика и навигация ракет. М.: Машиностроение, 1985. 310 с.
18. *Trushlyakov V., Yudintsev V.* Systems Engineering Design and Optimization of an Active Debris Removal Mission of a Spent Rocket Body Using Piggyback Autonomous Module // *Advances in the Astronautical Sciences*. 2017. V. 161. P. 667–681.
19. *Krijff M.* Tethers in Space. Netherlands: Delta-Utec Space Research, 2011. 423 с.
20. *Белецкий В. В., Левин Е. М.* Динамика космических тросовых систем. М.: Наука, 1990. 336 с.
21. *Иванов Н. М., Лысенко Л. Н.* Баллистика и навигация космических аппаратов. М.: Дрофа, 2004. 544 с.
22. *Микрин Е. А., Михайлов М. В.* Ориентация, выведение, сближение и спуск космических аппаратов по измерениям от глобальных спутниковых навигационных систем. М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2017. 357 с.
23. *Анишаков Г. П., Голяков А. Д., Петрищев В. Ф., Фурсов В. А.* Автономная навигация космических аппаратов. Самара: Государственный научно-производственный ракетно-космический центр “ЦСКБ – Прогресс”, 2011. 486 с.