
УПРАВЛЕНИЕ В СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ
И В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

УДК 519.71

**ОПТИМАЛЬНОЕ КОМПЛЕКСИРОВАНИЕ ИЗМЕРИТЕЛЕЙ
ПРИ СОПРОВОЖДЕНИИ МАНЕВРИРУЮЩЕГО ОБЪЕКТА
В СТАТИСТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ СИТУАЦИЯХ**

© 2023 г. А. Н. Детков

ФАУ “ГосНИИАС”, Москва, Россия

e-mail: detkov@gosniias.ru

Поступила в редакцию 14.02.2022 г.

После доработки 29.06.2022 г.

Принята к публикации 01.08.2022 г.

Методами марковской теории оценивания случайных процессов решена задача синтеза оптимальных и квазиоптимальных алгоритмов комплексной обработки информации при сопровождении маневрирующего объекта и двухканальном векторном наблюдении с нарушениями в статистически неопределенных ситуациях. Задача решена применительно к дискретно-непрерывному марковскому процессу для случая, когда его непрерывная часть представляет собой векторную марковскую последовательность, а дискретная часть характеризуется трехкомпонентным дискретным марковским процессом, каждая компонента которого описывается цепью Маркова на несколько положений. Приводится структурная схема квазиоптимальной комплексной обработки информации. На простом примере методом имитационного моделирования показана работоспособность квазиоптимального алгоритма в статистически неопределенных ситуациях.

DOI: 10.31857/S0002338822060075, EDN: BHHBHH

Введение. На практике часто возникает задача сопровождения подвижных объектов, например воздушных судов по локационным измерениям параметров их траекторий. Для решения задачи оценивания при определении параметров движения и организации сопровождения объектов широкое распространение получил линейный фильтр Калмана (ФК) [1, 2]. Однако в статистически неопределенных ситуациях в условиях маневра подвижного объекта, вызванных резким изменением траектории, например при смене эшелонов полета воздушного судна, и/или неопределенных измерений, обусловленных помехами (искусственного или естественного происхождения) и влиянием других объектов, уточнение траектории движения объекта может происходить по измерениям, не содержащим полезной информации об этом маневрирующем объекте [3–5]. В результате вычисляемая в алгоритме ковариационная матрица ошибок оказывается излишне оптимистической и значительно ухудшаются характеристики точности оценивания и условия сопровождения (вплоть до срыва сопровождения). Поэтому широко используются различные модификации ФК, пригодные для оценивания в условиях неопределенных измерений траектории маневрирующего объекта [6, 7]. В этих алгоритмах оценки параметров движения объекта формируются на выходах двух или более параллельно работающих ФК по поступающим результатам измерений. Каждый из ФК соответствует своему виду маневра и основан на представлении маневра объекта в виде стохастического процесса. Итоговая оценка находится путем объединения соответствующих оценок по каждому виду маневра с учетом их весов, что эквивалентно гауссовской аппроксимации апостериорной плотности вероятности параметров движения объекта на каждом такте. Эффективным средством синтеза модифицированных ФК является марковская теория оценивания [8, 9].

Кроме того, для повышения потенциальной точности и достоверности результатов сопровождения маневрирующих объектов широко используется комплексирование разнотипных измерителей с совпадающими зонами наблюдения и имеющими разную физическую природу, например активными радиолокационными и пассивными оптико-электронными [10–13].

Развитие средств вычислительной техники позволяет реализовать комплексную обработку информации (КОИ) в цифровой форме при достаточно большом числе уровней квантования

аналого-цифровых преобразователей и разрядов для представления чисел [14]. Максимального выигрыша от комплексирования можно достичь, решив задачу синтеза, что позволяет определить оптимальную структуру и характеристики системы комплексной обработки информации [8].

Для решения задачи КОИ при сопровождении маневрирующего объекта в условиях противодействия среды может быть использован математический аппарат дискретно-непрерывных марковских процессов (ДНМП) в дискретном времени [14], адекватный решаемой задаче при реализации синтезированных алгоритмов на ЭВМ.

1. Постановка задачи оценивания дискретно-непрерывного марковского процесса в дискретном времени. Пусть вектор состояния сопровождаемого динамического маневрирующего объекта описывается линейным векторно-матричным стохастическим дифференциальным уравнением (СДУ) с постоянными во времени коэффициентами, зависящим от изменяющегося во времени случайного дискретного параметра A_k , который характеризует виды маневров объекта [15]:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{F}(A_k)\mathbf{X}(t) + \mathbf{G}(A_k)\mathbf{N}_\xi(t), \quad \mathbf{X}(0) = \mathbf{X}_0, \quad (1.1)$$

где $\mathbf{X}(t)$ — n_x -мерный вектор фазовых координат ДНМП; $\mathbf{X}_0$ — вектор начальных фазовых координат, имеющий гауссовское распределение; $\mathbf{F}$ — матрица коэффициентов усиления состояния размером $(n_x \times n_x)$; $\mathbf{G}$ — матрица интенсивностей шумов размером $(n_x \times n_\xi)$; $\mathbf{Q} = \mathbf{G}\mathbf{G}^T$ — матрица коэффициентов диффузии вектора $\mathbf{X}(t)$; $\mathbf{T}$ — операция транспонирования; $\mathbf{N}_\xi(t)$ — n_ξ -мерный вектор белого гауссовского шума (БГШ) с нулевым математическим ожиданием и единичной матрицей интенсивностей; $A_k \equiv A(t_k)$ — дискретный конечномерный марковский процесс, который может принимать значения $a_j, j = \overline{1, M_1}$, — марковская цепь с матрицей вероятностей переходов

$$\Pi_1(k-1, k) = \{\pi_{ij}^a(k-1, k)\} = \{P(A_k = a_j | A_{k-1} = a_i)\}, \quad i, j = \overline{1, M_1},$$

смена состояний которой может происходить только в фиксированные моменты времени $t_k = t_0 + k\Delta, k = 1, 2, \dots$, разделенные постоянным интервалом $\Delta = t_k - t_{k-1}$; P — оператор вероятности; M_1 — число значений дискретного параметра a_k .

Решение уравнения (1.1) имеет вид [16]

$$\mathbf{X}(t) = \Phi(t, t_0, A_k)\mathbf{X}_0 + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau, A_k)\mathbf{G}(\tau, A_k)\mathbf{N}_\xi(\tau)d\tau, \quad (1.2)$$

где фундаментальная матрица решений Φ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial}{\partial t}\Phi(t, t_0, A_k) = \mathbf{F}(A_k)\Phi(t, t_0, A_k), \quad \Phi(t_0, t_0, A_k) = \mathbf{I}.$$

Интеграл в правой части равенства (1.2) представляет собой векторный процесс с нулевым математическим ожиданием и матрицей центральных моментов второго порядка:

$$\mathbf{Q}(t, t_0, A_k) = \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau, A_k)\mathbf{G}(\tau, A_k)\mathbf{G}^T(\tau, A_k)\Phi^T(t, \tau, A_k)d\tau, \quad \mathbf{Q}(t_0, t_0, A_k) = \mathbf{0},$$

где $\mathbf{I}, \mathbf{0}$ — единичная и нулевая матрицы соответственно.

Так как для неперекрывающихся интервалов времени значения этого процесса статистически независимы, аналогично [16] уравнение состояния (1.1) может быть представлено в статистически эквивалентной форме в виде разностного уравнения с шагом дискретизации $\Delta = t_k - t_{k-1}$:

$$\mathbf{X}_k = \Phi(k, k-1, A_k)\mathbf{X}_{k-1} + \Gamma(k, k-1, A_k)\mathbf{\Xi}_{k-1}, \quad \mathbf{X}_0 = \mathbf{X}_0^*, \quad (1.3)$$

где $\mathbf{X}_k \equiv \mathbf{X}(t_k)$, $\Gamma(A_k)$ — нижняя треугольная матрица, которая определяется соотношением

$$\Gamma(A_k)\Gamma^T(A_k) = \mathbf{B}(A_k);$$

Ξ — n_x -мерный вектор независимых гауссовских случайных величин с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями; $\mathbf{X}_0^* = \mathcal{N}\{\mathbf{X} - \mathbf{m}_0; \mathbf{B}_0\}$ — вектор начальных фазовых координат, имеющий нормальное распределение с вектором математических ожиданий $\mathbf{m}_0$ и корреляционной матрицей $\mathbf{B}_0$.

Эквивалентное дискретное представление (1.3) непрерывных моделей вектора состояния маневрирующего объекта (1.1) является абсолютно точным в том смысле, что для любых $t_k - t_{k-1} > 0$ оно позволяет получить случайные процессы с теми же статистическими характеристиками, как и решение СДУ (1.1), без погрешностей аппроксимации [8].

Пусть в дискретные моменты времени $t_k = t_0 + k\Delta$, $k = 1, 2, \dots$, уравнение измерений имеет вид

$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{H}(B_k, C_k)\mathbf{X}_k + \mathbf{V}(B_k, C_k)\boldsymbol{\Psi}_k, \quad (1.4)$$

где $\mathbf{Y}_k = [\mathbf{Y}_k^{(1)\top}, \mathbf{Y}_k^{(2)\top}]^\top$, $\mathbf{Y}_k^{(1)}$ — n_{y1} -мерный вектор наблюдений активного канала измерений, использующего отраженные от объекта зондирующие сигналы; $\mathbf{Y}_k^{(2)}$ — n_{y2} -мерный вектор наблюдений пассивного канала измерений, применяющего собственное электромагнитное излучение объекта; $\boldsymbol{\Xi}_k, \boldsymbol{\Psi}_k = [\boldsymbol{\Psi}_k^{(1)\top}, \boldsymbol{\Psi}_k^{(2)\top}]^\top$ — выборки независимых векторных БГШ с нулевыми математическими ожиданиями и единичными корреляционными матрицами соответствующей размерности; $\mathbf{H}(B_k, C_k) = [\mathbf{H}_1^\top(B_k) \ \mathbf{H}_2^\top(C_k)]^\top$; $\mathbf{V}(B_k, C_k) = \text{diag}[\mathbf{V}_1(B_k) \ \mathbf{V}_2(C_k)]$ — матрица известных коэффициентов и матрица диагональных элементов, характеризующих погрешности измерений соответственно; B_k, C_k — дискретные марковские процессы нарушений в каналах измерений, описываемые цепями Маркова на M_2 - и M_3 -положений соответственно, с матрицами вероятностей переходов:

$$\Pi_2(k-1, k) = \{\pi_{nm}^b(k-1, k)\} = \{P(B_k = b_m | B_{k-1} = b_n)\}, \quad n, m = \overline{1, M_2},$$

$$\Pi_3(k-1, k) = \{\pi_{ed}^c(k-1, k)\} = \{P(C_k = c_d | C_{k-1} = c_e)\}, \quad e, d = \overline{1, M_3},$$

смена состояний которых может происходить только в фиксированные моменты времени $k = 1, 2, \dots$; M_2, M_3 — число значений дискретных параметров b_m, c_d соответственно.

Применительно к решаемой задаче синтеза вектор состояния представляет собой ДНМП $[\mathbf{X}_k^\top, A_k, B_k, C_k]^\top \equiv [\mathbf{X}_k^\top, \mathbf{S}_k^\top]^\top$, где $\mathbf{X}_k$ — непрерывная n_x -мерная компонента ДНМП, описывающий в пространстве состояний динамику фазовых координат объекта; $\mathbf{S}_k = [A_k, B_k, C_k]^\top$ — дискретная компонента ДНМП — трехкомпонентный дискретный марковский процесс, причем марковские цепи B_k и C_k не зависят от $\mathbf{X}_k$ и A_k .

По условию задачи известны матрицы $\Phi, \Gamma, \mathbf{H}, \mathbf{V}$, а также начальные распределения марковского вектора, причем компоненты марковской цепи A_k, B_k и C_k , характеризующие маневр объекта и нарушения в каналах измерений соответственно, не зависят друг от друга.

Цель работы — на основе марковской теории оценивания случайных процессов разработать оптимальные (квазиоптимальные) алгоритмы комплексной обработки ДНМП $[\mathbf{X}_k^\top, A_k, B_k, C_k]^\top$, характеризующего сопровождение маневрирующего объекта, по наблюдаемым в дискретном времени выходным сигналам измерителей $\mathbf{Y}_k = [\mathbf{Y}_k^{(1)\top}, \mathbf{Y}_k^{(2)\top}]^\top$ в статистически неопределенных ситуациях.

2. Закон распределения смешанного вектора состояния дискретно-непрерывного марковского процесса. Обозначим апостериорное распределение смешанного вектора состояния $[\mathbf{X}_k^\top, \mathbf{S}_k^\top]^\top$ по наблюдаемой последовательности измерений $\mathbf{y}_1^k = \{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_k\}$ как $w_{jmd}(\mathbf{x}_k)$. Величина $w_{jmd}(\mathbf{x}_k)d\mathbf{x}_k$ равна вероятности одновременного выполнения условий $\mathbf{X}_k \in (\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_k + d\mathbf{x}_k)$, $A_k = a_j$, $B_k = b_m$, $C_k = c_d$, где $\mathbf{x}_k$ — детерминированное значение случайной величины $\mathbf{X}_k$ при условии

$\mathbf{Y}_1^k = \mathbf{y}_1^k$. На основании свойств марковских процессов в дискретном времени запишем рекуррентное уравнение:

$$w_{jmd}^*(\mathbf{x}_k) = \frac{f_{md}(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k)}{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_1^{k-1})} \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{de}^c \int f_j(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) w_{ine}^*(\mathbf{x}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1}, \quad (2.1)$$

где $f_j(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) = f(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, A_k = a_j)$ — условная плотность вероятности (ПВ), определяемая с помощью уравнения (1.3); $w_{ine}^*(\mathbf{x}_{k-1})$ — апостериорное распределение, полученное на предыдущем $k-1$ -м шаге по последовательности измерений $\mathbf{y}_1^{k-1} = \{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_{k-1}\}$; $f_{md}(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k) = f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d)$ — одношаговая функция правдоподобия; $f(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_1^{k-1})$ — нормирующий коэффициент,

$$\sum_i = \sum_{i=1}^{M_1}, \quad \sum_n = \sum_{n=1}^{M_2}, \quad \sum_e = \sum_{e=1}^{M_3}.$$

В (2.1) и далее для простоты записи аргументы $k, k-1$ всех функций, где это возможно и не вызывает сомнений, опущены, а интегрирование по переменной $\mathbf{x}$ ведется в области $\mathfrak{R}^{n_x}$.

Выражение (2.1) по своей сути — интегрально-рекуррентная формула Стратоновича—Бухалева [17, 18] апостериорного распределения смешанного вектора состояния $[\mathbf{X}_k^T, \mathbf{S}_k^T]^T$ в дискретном времени и представляет собой решение задачи оценивания этого вектора состояния. Оптимальный алгоритм является рекуррентным и описывает эволюцию апостериорного распределения $w_{jmd}^*(\mathbf{x}_k)$ на каждом k -м шаге. Начальное условие $w_{jmd}^*(\mathbf{x}_0)$ равно известному априорному совместному распределению случайных величин $\mathbf{X}_0, A_0, B_0, C_0$.

Вводя обозначение $\tilde{w}_{jmd}(\mathbf{x}_k)$ (экстраполированного по измерениям $\mathbf{y}_1^{k-1} = \{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_{k-1}\}$ распределения смешанного вектора состояния $[\mathbf{X}_k^T, \mathbf{S}_k^T]^T$), перепишем (2.1) в виде цепочки из двух формул:

$$\tilde{w}_{jmd}(\mathbf{x}_k) = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{de}^c P_{ine}^*(k-1) \int f_j(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) w_{ine}^*(\mathbf{x}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1}, \quad (2.2)$$

$$w_{jmd}^*(\mathbf{x}_k) = \frac{f_{md}(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k)}{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_1^{k-1})} \tilde{w}_{jmd}(\mathbf{x}_k). \quad (2.3)$$

Уравнение (2.2) описывает преобразование апостериорного распределения предыдущего шага в экстраполированное распределение $\tilde{w}_{jmd}(\mathbf{x}_k)$. С помощью соотношения (2.3) производится уточнение экстраполированного распределения на основе полученного измерения $\mathbf{y}_k$ и определяется апостериорное распределение $w_{jmd}^*(\mathbf{x}_k)$.

Для нахождения апостериорной вероятности дискретной компоненты ДНМП на текущем k -м шаге $P_{jmd}^*(k)$ проинтегрируем (2.1) по переменным $\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k-1}$, в результате получим систему рекуррентных уравнений:

$$\tilde{P}_{jmd}(k) = P(A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d | \mathbf{y}_1^{k-1}) = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c P_{ine}^*(k-1), \quad (2.4)$$

$$P_{jmd}^*(k) = P(A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d | \mathbf{y}_1^k) = \frac{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d, \mathbf{y}_1^{k-1})}{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_1^{k-1})} \tilde{P}_{jmd}(k), \quad (2.5)$$

где

$$f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d, \mathbf{y}_1^{k-1}) = \int f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d) \tilde{w}_{jmd}(\mathbf{x}_k) d\mathbf{x}_k \quad (2.6)$$

— условная ПВ одношагового предсказания наблюдаемых сигналов, а нормирующий множитель $f(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_1^{k-1})$ определяется как

$$f(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_1^{k-1}) = \sum_i \sum_n \sum_j \sum_m \sum_e \sum_d \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d, \mathbf{y}_1^{k-1}) P_{jmd}^*(k),$$

$$\sum_j = \sum_{j=1}^{M_1}, \quad \sum_m = \sum_{m=1}^{M_2}, \quad \sum_d = \sum_{d=1}^{M_3}.$$

Для нахождения условной ПВ непрерывной компоненты ДНМП $f_{jmd}^*(\mathbf{x}_k) = f(\mathbf{x}_k | A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d, \mathbf{y}_1^k)$ введем в рассмотрение условную экстраполированную ПВ непрерывной компоненты ДНМП $\tilde{f}_{jmd}(\mathbf{x}_k) = f(\mathbf{x}_k | A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d, \mathbf{y}_1^{k-1})$ и применим свойство условных распределений. В результате из (2.2) и (2.3) получим систему рекуррентных уравнений:

$$\tilde{f}_{jmd}(\mathbf{x}_k) = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c P_{ine}^*(k-1) \int f_j(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) f_{ine}^*(\mathbf{x}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1}, \quad (2.7)$$

$$f_{jmd}^*(\mathbf{x}_k) = \frac{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d)}{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d, \mathbf{y}_1^{k-1})} \tilde{f}_{jmd}(\mathbf{x}_k), \quad (2.8)$$

где $\tilde{f}_{jmd}(\mathbf{x}_k)$ — условная экстраполированная ПВ вектора $\mathbf{X}_k$ при условии $A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d$; $f_{jmd}^*(\mathbf{x}_k)$ — условная апостериорная ПВ вектора $\mathbf{X}_k$ при условии $A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d$; $f_{ine}^*(\mathbf{x}_{k-1})$ — условная апостериорная ПВ вектора $\mathbf{X}_{k-1}$ при условии $A_{k-1} = a_i, B_{k-1} = b_n, C_{k-1} = c_e$, полученная на предыдущем $k-1$ -м шаге (вывод уравнений (2.1)–(2.8) приводится в Приложении).

Синтезированный алгоритм совместной фильтрации компонент ДНМП (2.5)–(2.8) является нелинейным даже для линейных априорных уравнений (1.3), (1.4). Нелинейные операции выполняются при вычислении условной ПВ (2.6), используемой для определения апостериорных вероятностей (2.5). Особенность синтезированного алгоритма состоит в неразрывной связанности уравнений фильтрации и экстраполяции дискретного и непрерывного компонентов между собой.

3. Квазиоптимальный алгоритм оценивания вектора состояния дискретно-непрерывного марковского процесса. Практическая реализация синтезированного оптимального алгоритма совместной фильтрации компонент ДНМП (2.5)–(2.8) встречает значительные трудности. Они обусловлены требованием больших объемов памяти и быстродействия вычислителя при выполнении численного интегрирования многомерных ПВ. Поэтому представляет большой интерес синтез квазиоптимальных алгоритмов фильтрации и экстраполяции [8, 19].

Существует большое количество различных методов синтеза квазиоптимальных алгоритмов нелинейного оценивания [17, 18]. Наибольшее распространение получил метод гауссовской аппроксимации, который требует минимальных вычислительных затрат по сравнению с остальными методами и во многих случаях позволяет задать требуемое качество оценивания, несмотря на приближенное нахождение компонент ДНМП. Для этого необходимо выполнить двухмоментную параметрическую гауссовскую аппроксимацию апостериорного распределения $w_{ine}^*(\mathbf{x}_{k-1})$. Эта аппроксимация состоит в замене этой неизвестной функции некоторыми известными функциями, в частности условными математическим ожиданием и ковариационной функцией, случайные значения которых определяются так:

$$\mathbf{X}_{ine}^*(k-1) \equiv \mathbf{M}\{\mathbf{X}_{k-1}, A_{k-1} = a_i, B_{k-1} = b_n, C_{k-1} = c_e | \mathbf{Y}_1^{k-1}\},$$

$$\mathbf{R}_{ine}^*(k-1) \equiv \text{cov}\{\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{X}_{k-1}, A_{k-1} = a_i, B_{k-1} = b_n, C_{k-1} = c_e | \mathbf{Y}_1^{k-1}\}.$$

Применяя, таким образом, на каждом k -м шаге гауссовскую аппроксимацию для условного апостериорного распределения $w_{ine}^*(\mathbf{x}_{k-1})$, можно показать, что квазиоптимальный алгоритм

фильтрации непрерывного компонента ДНМП описывается системой рекуррентных уравнений, вывод которых приводится в Приложении.

Вектор текущей условной оценки непрерывного компонента ДНМП и ковариационная матрица ее погрешностей

$$\mathbf{X}_{jmd}^*(k) \equiv \mathbf{M}\{\mathbf{X}_k, A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d | \mathbf{Y}_1^k\},$$

$$\mathbf{R}_{jmd}^*(k) \equiv \text{cov}\{\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_k, A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d | \mathbf{Y}_1^k\}$$

определяется по результатам текущих измерений $\mathbf{Y}_k^{(1)}$ и $\mathbf{Y}_k^{(2)}$:

$$\mathbf{X}_{jmd}^*(k) = \tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k) + \mathbf{K}_{jmd}^{(1)}(k)(\mathbf{Y}_k^{(1)} - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k)) + \mathbf{K}_{jmd}^{(2)}(k)(\mathbf{Y}_k^{(2)} - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k)), \quad (3.1)$$

$$\mathbf{R}_{jmd}^*(k) = \tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k) - \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^T(b_m) \tilde{\mathbf{R}}_{jmd} \\ \mathbf{H}_2^T(c_d) \tilde{\mathbf{R}}_{jmd} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)} & \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} & \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1(b_m) \tilde{\mathbf{R}}_{jmd} \\ \mathbf{H}_2(c_d) \tilde{\mathbf{R}}_{jmd} \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Здесь

1) $\mathbf{K}_{jmd}^{(1)}(k)$ и $\mathbf{K}_{jmd}^{(2)}(k)$ – оптимальные коэффициенты передачи:

$$\mathbf{K}_{jmd}^{(1)}(k) = \tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k) \mathbf{H}_1^T(b_m) (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)}(k) - \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)}(k) (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)}(k))^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)}(k))^{-1} - \\ - \tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k) \mathbf{H}_2^T(c_d) (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)}(k) - \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)}(k) (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)}(k))^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)}(k))^{-1}, \quad (3.3)$$

$$\mathbf{K}_{jmd}^{(2)}(k) = -\tilde{\mathbf{R}}_{jmd} \mathbf{H}_1^T(b_m) (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)} - \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)})^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)})^{-1} (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} + \\ + \tilde{\mathbf{R}}_{jmd} \mathbf{H}_2^T(c_d) ((\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1} + (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)} - \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)})^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)})^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1}); \quad (3.4)$$

2) $\tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k)$ – условно-прогнозная оценка непрерывного компонента ДНМП при условии $A_k = a_j$, $B_k = b_m$, $C_k = c_d$ и $\tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k)$ – ковариационная матрица погрешностей предсказания:

$$\tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k) = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{P_{ine}^*(k-1)}{\tilde{P}_{jmd}(k)} \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1), \quad (3.5)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k) = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{P_{ine}^*(k-1)}{\tilde{P}_{jmd}(k)} \{ \Phi(a_j) \mathbf{R}_{ine}^*(k-1) \Phi^T(a_j) + \Gamma(a_j) \Gamma^T(a_j) + \\ + [\Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k)] \times [\Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k)]^T \}; \quad (3.6)$$

3) $\tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k)$, $\tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k)$ – прогнозируемые значения векторов измерений и $\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}(k)$ – условная блочная ковариационная матрица погрешностей предсказания измерений:

$$\tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k) = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{P_{ine}^*(k-1)}{\tilde{P}_{jmd}(k)} \mathbf{H}_1(b_m) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1), \quad (3.7)$$

$$\tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k) = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{P_{ine}^*(k-1)}{\tilde{P}_{jmd}(k)} \mathbf{H}_2(c_d) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1), \quad (3.8)$$

$$\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)} & \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} & \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)} \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

$$\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)} = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{P_{ine}^*(k-1)}{\tilde{P}_{jmd}(k)} \left\{ \mathbf{H}_1(b_m) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) \Phi^T(a_j) \mathbf{H}_1^T(b_m) + \mathbf{V}_1(b_m) \mathbf{V}_1^T(b_m) + \right. \\ \left. + \left[\mathbf{H}_1(b_m) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k) \right] \times \left[\mathbf{H}_1(b_m) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k) \right]^T \right\}, \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{P_{ine}^*(k-1)}{\tilde{P}_{jmd}(k)} & \left\{ \mathbf{H}_1(b_m) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) \Phi^T(a_j) \mathbf{H}_2^T(c_d) + \right. \\ & \left. + \left[\mathbf{H}_1(b_m) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k) \right] \times \left[\mathbf{H}_2(c_d) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k) \right]^T \right\}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{P_{ine}^*(k-1)}{\tilde{P}_{jmd}(k)} & \left\{ \mathbf{H}_2(C_k) \Phi(A_k) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) \Phi^T(A_k) \mathbf{H}_1^T(B_k) + \right. \\ & \left. + \left[\mathbf{H}_2(C_k) \Phi(A_k) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k) \right] \times \left[\mathbf{H}_1(B_k) \Phi(A_k) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k) \right]^T \right\}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)} = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{P_{ine}^*(k-1)}{\tilde{P}_{jmd}(k)} & \left\{ \mathbf{H}_2(c_d) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) \Phi^T(a_j) \mathbf{H}_2^T(c_d) + \mathbf{V}_2(c_d) \mathbf{V}_2^T(c_d) + \right. \\ & \left. + \left[\mathbf{H}_2(c_d) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k) \right] \times \left[\mathbf{H}_2(c_d) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k) \right]^T \right\} \end{aligned} \quad (3.13)$$

При этом начальные условия для квазиоптимального алгоритма КОИ (2.4), (2.5), (3.1)–(3.13):

$$\mathbf{X}_{jmd}^*(0) = \mathbf{M}\{\mathbf{X}_0\}, \quad \mathbf{R}_{jmd}^*(0) = \text{cov}\{\mathbf{X}_0, \mathbf{X}_0\}, \quad P_{ine}^*(0) = P_0, \quad i = \overline{1, M_1}, \quad n = \overline{1, M_2}, \quad e = \overline{1, M_3}.$$

Уравнения оценивания апостериорной вероятности дискретной компоненты ДНМП (2.4), (2.5) остаются без изменения, а условная ПВ одношагового предсказания наблюдаемых сигналов (2.6) имеет вид [15]

$$\begin{aligned} f(\mathbf{Y}_k | \mathbf{X}_k, B_k = b_m, C_k = c_d, \mathbf{Y}_1^{k-1}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{(n_{y1}+n_{y2})} \det\{\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}\}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_k^{(1)} - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k) \\ \mathbf{Y}_k^{(2)} - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k) \end{bmatrix}^T \right. \\ \left. \times \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)} & \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} & \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_k^{(1)} - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k) \\ \mathbf{Y}_k^{(2)} - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k) \end{bmatrix} \right\}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Задача КОИ при сопровождении маневрирующего объекта считается решенной, если на выходе оптимального фильтра на каждом k -м шаге формируется оптимальная оценка, соответствующая определенному критерию оптимальности. Байесовское решение может быть получено на основе минимизации апостериорного риска [20], который применительно к решаемой задаче имеет вид

$$\mathbf{u}_k^o = (\mathbf{x}_k^o, A_k^o = a_j^o, B_k^o = b_m^o, C_k^o = c_d^o) = \arg \min_{\tilde{\mathbf{x}}_k, j, m, d} \sum_{\mu=1}^{M_1} \sum_{v=1}^{M_2} \sum_{\eta=1}^{M_3} \int g_{jmd\mu v \eta}(\mathbf{x}_k, \tilde{\mathbf{x}}_k) w_{jmd}^*(\mathbf{x}_k) d\mathbf{x}_k, \quad (3.15)$$

где $g_{jmd\mu v \eta}(\mathbf{x}_k, \tilde{\mathbf{x}}_k)$ – функция потерь; $\mathbf{u}_k^o$ – оптимальное решение.

При решении многих практических задач малым ошибкам непрерывного компонента соответствуют меньшие потери. В таких случаях применяется функция потерь [15], простая по дискретному и квадратичная по непрерывному компонентам:

$$g_{jmd\mu v \eta}(\mathbf{x}_k, \tilde{\mathbf{x}}_k) = \alpha(1 - \delta_{jmd\mu v \eta}) + \beta \delta_{jmd\mu v \eta} (\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{x}}_k)^T (\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{x}}_k), \quad (3.16)$$

где α, β – коэффициенты потерь; $\delta_{jmd\mu v \eta}$ – символ Кронекера:

$$\delta_{jmd\mu v \eta} = \begin{cases} 1, & \text{если } j = \mu, \quad m = v, \quad d = \eta, \\ 0, & \text{если } j \neq \mu, \quad m \neq v, \quad d \neq \eta, \end{cases} \quad \mu = \overline{1, M_1}, \quad v = \overline{1, M_2}, \quad \eta = \overline{1, M_3}.$$

Функция потерь (3.16) означает, что при любом неправильном определении значений дискретного компонента потери равны коэффициенту α , а при правильном принятии решения потери пропорциональны сумме квадратов ошибок оценки непрерывного компонента.

Подставляя выражение (3.16) в (3.15) и выполняя минимизацию апостериорного риска, можно показать, что решающее правило имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \text{если } P_{jmd}^*(k) \{ \alpha + \beta \text{Tr} \{ \mathbf{R}_{jmd}^*(k) \} \} &\geq P_{\mu\nu\eta}^*(k) \{ \alpha + \beta \text{Tr} \{ \mathbf{R}_{\mu\nu\eta}^*(k) \} \}, \quad \text{то} \\ \mathbf{X}_k^o &= \mathbf{X}_{jmd}^*(k), \quad a_j^o = a_j^*, \quad b_m^o = b_m^*, \quad c_d^o = c_d^*, \end{aligned} \quad (3.17)$$

где $\text{Tr} \{ \mathbf{A} \}$ — след матрицы $\mathbf{A}$.

Таким образом, в качестве безусловной оценки непрерывного компонента ДНМП выступает условное апостериорное математическое ожидание $\mathbf{X}_{jmd}^*(k)$. Из (3.17) следует, что принятие решения сводится к максимизации взвешенных апостериорных вероятностей дискретных компонент ДНМП. При этом следует отметить, что с увеличением погрешности оценки непрерывного компонента ДНМП уменьшаются веса погрешностей оценки дискретных компонент ДНМП. В результате может приниматься гипотеза с меньшей апостериорной вероятностью, но и с меньшими погрешностями оценки непрерывного компонента ДНМП, т.е. может отвергаться гипотеза с большей апостериорной вероятностью.

Условная ковариационная матрица $\mathbf{R}_{jmd}^*(k)$ характеризует качество оценки при правильном определении значений дискретных компонент $A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d$. Безусловная ковариационная матрица $\mathbf{R}^*(k)$ погрешностей оценки непрерывного компонента ДНМП определяется по формуле

$$\mathbf{R}^*(k) = \sum_j \sum_m \sum_d \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c P_{jmd}^*(k) (\mathbf{R}_{jmd}^*(k) + (\mathbf{X}_{jmd}^*(k) - \mathbf{X}_k^*)(\mathbf{X}_{jmd}^*(k) - \mathbf{X}_k^*)^T). \quad (3.18)$$

Квазиоптимальный цифровой фильтр КОИ (рис. 1), реализующий алгоритм (2.4), (2.5)—(3.14), (3.16)—(3.18), является многоканальным с числом каналов $M = M_1 \times M_2 \times M_3$ и в основном сохраняет структуру и все обратные связи, присущие оптимальному устройству. Каждый канал состоит из блоков КУ₁ и КУ₂ — вычисления коэффициентов усиления $\mathbf{K}_{jmd}^{(1)}(k)$ и $\mathbf{K}_{jmd}^{(2)}(k)$; блока оценки (БО), в котором рассчитываются $\mathbf{X}_{jmd}^*(k)$, $\mathbf{X}_{ine}^*(k-1)$; блоков прогноза БП₁ и БП₂, в которых вычисляются $\tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k)$, $\tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k)$, $\tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k)$; блока апостериорных вероятностей (БАВ), в котором рассчитываются $P_{jmd}^*(k)$, $P_{ine}^*(k-1)$, $\tilde{P}_{jmd}(k)$, и блоков вычисления корреляционных матриц БКМ₁ и БКМ₂, в которых вычисляются $\tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k)$, $\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}(k)$, $\mathbf{R}_{jmd}^*(k)$ и $\mathbf{R}_{ine}^*(k-1)$. Окончательное решение о принятии безусловных оценок $\mathbf{X}_k^* = \mathbf{X}_{jmd}^*(k)$, $A_k = a_j^*$, $B_k = b_m^*$, $C_k = c_d^*$ производится в решающем устройстве (РУ).

4. Пример. Приведены результаты моделирования алгоритма сопровождения маневрирующей цели в горизонтальной плоскости в условиях нарушений в каналах измерений угла пеленга. По условиям постановки задачи исходные вектор состояния $\mathbf{X}(t)$ и коэффициенты матриц априорного уравнения (1.1) определяются из системы СДУ:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \varphi(t) &= \omega(t), \\ \frac{d}{dt} \omega(t) &= -2\alpha_\omega \omega - \chi_\omega^2 \varphi - \psi J + \sqrt{4\alpha_\omega \chi_\omega^2 \sigma_\omega^2} \xi_1(t), \\ \frac{d}{dt} D(t) &= V(t), \\ \frac{d}{dt} V(t) &= J(t), \\ \frac{d}{dt} J(t) &= -2\alpha_J J - \chi_J^2 V + \sqrt{4\alpha_J \chi_J^2 \sigma_J^2} \xi_2(t), \end{aligned} \quad (4.1)$$

где φ — угол пеленга на объект; ω — угловая скорость линии визирования; D — дальность до объекта; V — скорость сближения с объектом; J — ускорение сближения с объектом; $1/\alpha_\omega = D^*/2V$ — время, оставшееся до конца сопровождения, χ — коэффициент, характеризующий математическое ожидание флуктуаций угловой скорости линии визирования; α_J — коэффициент, характеризующий

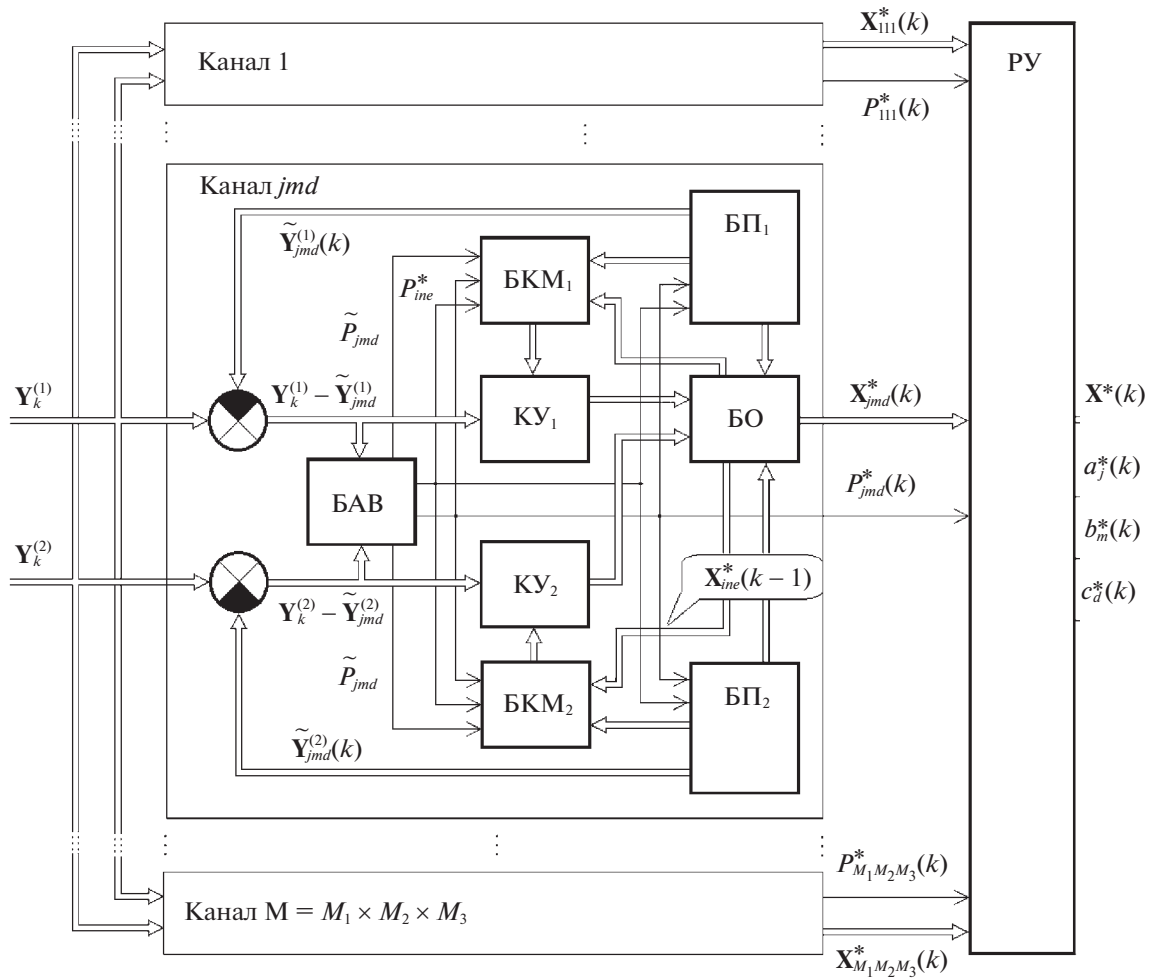


Рис. 1. Структурная схема цифрового фильтра КОИ

ширину спектральной плотности флуктуаций ускорения сближения с объектом; $\psi = 1/D^*$; D^* – текущая оценка дальности до объекта (считается, что измеряется без погрешностей даже в статистически неопределенных ситуациях), $1/\chi_j = \tau_m$ – среднее время маневра; σ_ω^2 – дисперсия флуктуаций угловой скорости линии визирования; σ_j^2 – дисперсия флуктуаций ускорения сближения с объектом; $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$ – стандартные БГШ.

Исходный вектор наблюдения $Y(k)$ и коэффициенты матриц априорного уравнения (1.4) определяются как

$$Y_k^{(1)} = [Y_k^{(11)} \ Y_k^{(12)}]^T, \quad Y_k^{(2)} \equiv Y_k^{(2)}, \quad H(C_k) = [h_{ij}], \quad V(B_k) = \text{diag} \left[\sqrt{B_k \sigma_{y11}^2} \ \sqrt{B_k \sigma_{y12}^2} \ \sqrt{\sigma_{y2}^2} \right], \quad (4.2)$$

где ненулевые элементы матрицы $H(C_k)$: $h_{11} = h_{24} = 1$, $h_{31} = C_k$.

Проверка качества квазиоптимального алгоритма проведена с помощью статистического моделирования на электронно-вычислительной машине для случая, когда параметры уравнений (4.1), (4.2) равны: $\tau_m = 10$ с, $\chi = 0.16$ рад/с, $\Delta = 1$ с, $\sigma_{y11} = 0.01$ рад; $\sigma_{y12} = 0.02$ рад; $\sigma_{y2} = 0.5$ м/с; а цепи Маркова принимают значения $a_1 = 1$, $a_2 = 5$; $b_1 = 1$, $b_2 = 10$; $c_1 = 1$, $c_2 = 10$. Вероятности перехода $\pi_{11}^a = \pi_{11}^b = \pi_{11}^c = 0.8$; $\pi_{12}^a = \pi_{12}^b = \pi_{12}^c = 0.2$. В целях повышения наглядности функционирования

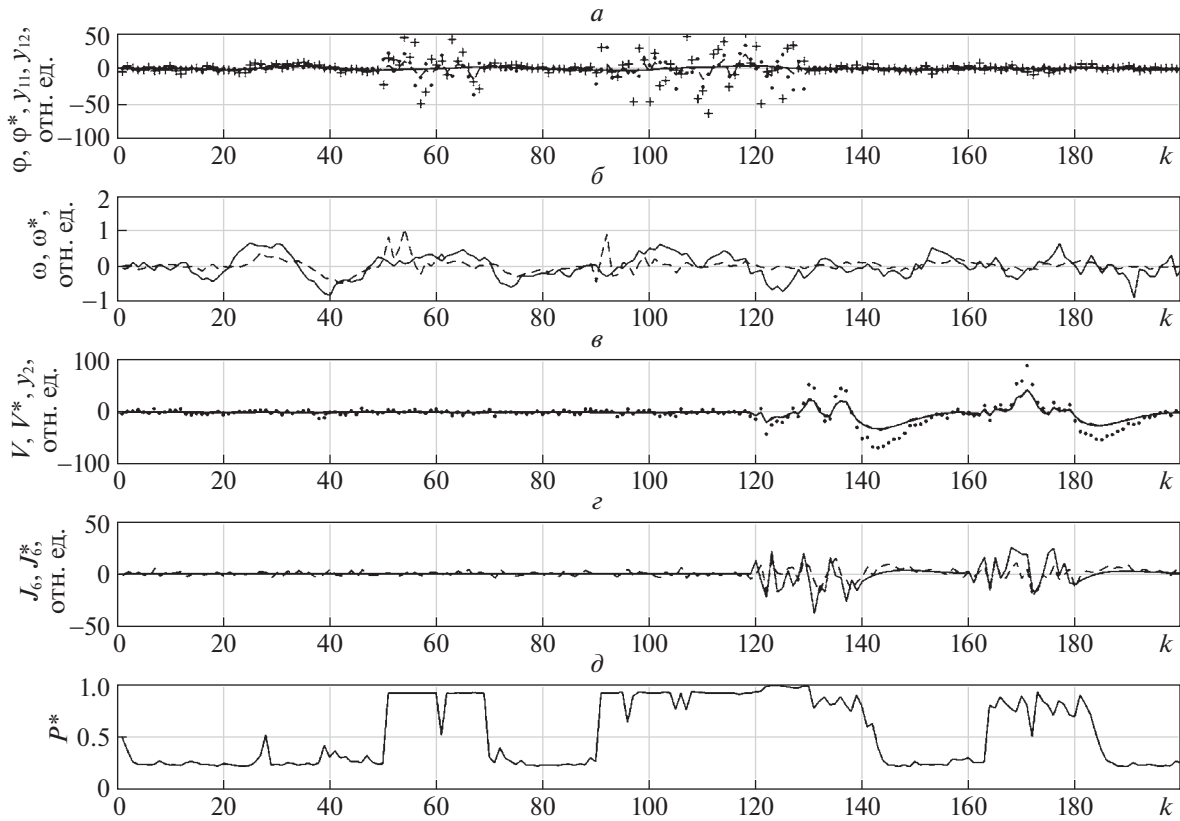


Рис. 2. Результаты моделирования и оценивания в дискретном времени

алгоритма была сформирована тестовая реализация для дискретных компонент B_k, C_k . При этом было принято, что длина реализации $k = 1, 200$, а цепи Маркова запишем как

$$B_k = \begin{cases} b_1, & 1 \leq k < 49, \quad 71 \leq k < 200, \\ b_2, & 50 \leq k < 70, \end{cases} \quad C_k = \begin{cases} c_1, & 1 \leq k < 89, \quad 131 \leq k < 200, \\ c_2, & 90 \leq k < 130. \end{cases}$$

Ускорение объекта изменяется по следующему закону:

$$A_k = \begin{cases} a_1, & 1 \leq k < 119, \quad 141 \leq k < 159, \quad 161 \leq k < 200, \\ a_2, & 120 \leq k < 140, \quad 160 \leq k < 180. \end{cases}$$

Определение статистических характеристик квазиоптимальных алгоритмов КОИ проводилось методом Монте-Карло, при этом тестовая реализация дискретной цепи Маркова $A(k)$ сохранялась неизменной, а независимые гауссовские последовательности $\Xi_1(k), \Xi_2(k), \Psi_1(k) - \Psi_3(k)$ формировались с помощью датчика случайных чисел. Для определения оценок дискретного и непрерывного компонентов использовалось решающее правило (3.16)–(3.17), для которого коэффициенты потерь принимали значения $\alpha = 1, \beta = 0$.

Результаты моделирования приведены на рис. 2, где показаны зависимости от дискретного времени: а) $\varphi(k)$ – угла визирования объекта (сплошная), $\varphi^*(k)$ – оценки угла визирования объекта (пунктир), $y_{11}(k)$ – измерений активным каналом (точки), $y_{12}(k)$ – измерений пассивным каналом (крестики); б) $\omega(k)$ – угловой скорости линии визирования (сплошная), $\omega^*(k)$ – оценки угловой скорости линии визирования (пунктир); в) V – скорости объекта, V^* – оценки скорости объекта (пунктир), $y_2(k)$ – измерений скорости объекта (точки); г) J_6 – бокового ускорения объекта (сплошная), J_6^* – оценки бокового ускорения объекта (пунктир); д) P^* – совместной вероятности правильного обнаружения нарушений в каналах измерений и маневров объекта.

Данные рис. 2 показывают работоспособность квазиоптимального алгоритма (2.4)–(3.14), (3.16)–(3.18) при оценке угловой скорости линии визирования, что особенно важно в случае, когда одновременно наблюдается как маневр объекта, так и скачкообразные нарушения в каналах измерений. Необходимо также отметить, что при реализации квазиоптимального алгоритма отсутствует рост числа каналов фильтра, как в случае байесовского алгоритма адаптивного оценивания [8], что обусловлено марковским свойством ДНМП.

Заключение. Методами теории условных марковских процессов решена задача оптимального оценивания ненаблюдаемых компонент векторной марковской последовательности ДНМП при двухканальном векторном наблюдении. Синтезированные алгоритмы основаны на разложении смешанной апостериорной плотности вероятности вектора состояния $\left[\mathbf{X}_k^T, A_k, B_k, C_k \right]^T$ и являются алгоритмами с обратными связями по дискретному процессу $\mathbf{S}_k^T = [A_k, B_k, C_k]$. На базе квазиоптимального алгоритма разработана соответствующая структурная схема цифрового фильтра КОИ.

Особенность синтезированного квазиоптимального алгоритма комплексирования состоит в неразрывной связанности уравнений фильтрации и экстраполяции дискретного и непрерывного компонентов ДНМП между собой, что потребует дополнительных вычислительных затрат по сравнению с известными алгоритмами. Однако современная высокопроизводительная вычислительная техника позволяет построить практически реализуемый цифровой фильтр КОИ в статистически неопределённых ситуациях.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Введем в рассмотрение апостериорное распределение смешанного вектора состояния $[\mathbf{X}_k^T, \mathbf{S}_k^T]^T = [\mathbf{X}_k^T, A_k, B_k, C_k]^T$:

$$f(\mathbf{x}_k, A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d | \mathbf{y}_1^k) = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k | \mathbf{y}_1^k) = w_{jmd}^*(\mathbf{x}_k).$$

Согласно определению условных распределений, имеем

$$f(\mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k, \mathbf{y}_1^k) = f(\mathbf{y}_1^k) f(\mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k | \mathbf{y}_1^k) = f(\mathbf{y}_1^k) w_{jmd}^*(\mathbf{x}_k). \quad (\text{П.1})$$

Используя (П.1) и основные свойства марковских процессов, запишем выражения для закона распределения апостериорного распределения смешанного вектора состояния $[\mathbf{X}_k^T, \mathbf{S}_k^T]^T$:

$$\begin{aligned} w_{jmd}^*(\mathbf{x}_k) &= \frac{1}{f(\mathbf{y}_1^k)} f(\mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k, \mathbf{y}_1^k) = \frac{1}{f(\mathbf{y}_1^k)} \sum_{\mathbf{s}_{k-1}} \cdots \sum_{\mathbf{s}_1} \int \cdots \int f(\mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k, \mathbf{y}_k, \dots, \mathbf{x}_1, \mathbf{s}_1, \mathbf{y}_1) \prod_{g=1}^{k-1} d\mathbf{x}_g = \\ &= \frac{f(\mathbf{y}_1^{k-1})}{f(\mathbf{y}_1^k)} \sum_{\mathbf{s}_{k-1}} \int f(\mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k, \mathbf{y}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{s}_{k-1}, \mathbf{y}_{k-1}) f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{s}_{k-1} | \mathbf{y}_1^{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1} = \\ &= \frac{f(\mathbf{y}_1^{k-1})}{f(\mathbf{y}_1^k)} \sum_{\mathbf{s}_{k-1}} \int f(\mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k, \mathbf{y}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{s}_{k-1}, \mathbf{y}_{k-1}) w_{jme}^*(\mathbf{x}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1}, \end{aligned} \quad (\text{П.2})$$

где интегрирование по переменной $\mathbf{x}$ осуществляется в области $\mathfrak{R}^{n_x}$.

Преобразуем первую условную плотность вероятности в подынтегральном выражении:

$$f(\mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k, \mathbf{y}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{s}_{k-1}, \mathbf{y}_{k-1}) = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k, \mathbf{y}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{s}_{k-1}).$$

Здесь отсутствие $\mathbf{y}_{k-1}$ не имеет значения при заданном $\mathbf{x}_{k-1}$. Используя свойство условных плотностей вероятности, запишем

$$f(\mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k, \mathbf{y}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{s}_{k-1}) = f(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{s}_{k-1}, \mathbf{s}_k) P(\mathbf{s}_k | \mathbf{s}_{k-1}, \mathbf{x}_{k-1}) f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k, \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{s}_{k-1}). \quad (\text{П.3})$$

С учетом тождеств

$$\begin{aligned} P(\mathbf{s}_k | \mathbf{s}_{k-1}, \mathbf{x}_{k-1}) &\equiv P(\mathbf{s}_k | \mathbf{s}_{k-1}), \\ f(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{s}_{k-1}, \mathbf{s}_k) &\equiv f(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, A_k = a_j) = f_j(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}), \end{aligned}$$

$$f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, \mathbf{S}_k, \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{S}_{k-1}) \equiv f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d),$$

которые выполняются по условиям постановки задачи, перепишем (П.3) в виде

$$f(\mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k, \mathbf{y}_k | \mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{s}_{k-1}) = P(\mathbf{s}_k | \mathbf{s}_{k-1}) f_j(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d). \quad (\text{П.4})$$

После подстановки (П.3) в (П.1) имеем

$$w_{jmd}^*(\mathbf{x}_k) = \frac{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k, C_k)}{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_1^{k-1})} \sum_{\mathbf{s}_{k-1}} P(\mathbf{s}_k | \mathbf{s}_{k-1}) \int f_j(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) w_{ine}^*(\mathbf{x}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1}. \quad (\text{П.5})$$

С учетом того, что $P(\mathbf{s}_k | \mathbf{s}_{k-1}) = \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c$, перепишем (П.5):

$$w_{jmd}^*(\mathbf{x}_k) = \frac{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d)}{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_1^{k-1})} \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{de}^c \int f_j(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) w_{ine}^*(\mathbf{x}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1}, \quad (\text{П.6})$$

где $f_j(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1})$ — условная ПВ, определяемая на основании уравнения (1.3); $w_{jmd}^*(\mathbf{x}_k)$ — апостериорное распределение смешанного вектора состояния $[\mathbf{X}_k^T, \mathbf{S}_k^T]^T$, полученное на предыдущем $k-1$ -м шаге по последовательности измерений $\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_{k-1}$; $f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d)$ — одношаговая функция правдоподобия, $f(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_1^{k-1})$ — нормирующий коэффициент.

Введем в рассмотрение экстраполированное распределение смешанного вектора состояния $[\mathbf{X}_k^T, \mathbf{S}_k^T]^T$:

$$\tilde{w}_{jmd}(\mathbf{x}_k) = f(\mathbf{x}_k, A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d | \mathbf{y}_1^{k-1}) = f(\mathbf{x}_k, \mathbf{s}_k | \mathbf{y}_1^{k-1}). \quad (\text{П.7})$$

Согласно (П.7), перепишем (П.6) в виде системы двух рекуррентных уравнений:

$$\tilde{w}_{jmd}(\mathbf{x}_k) = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{de}^c \int f_j(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) w_{ine}^*(\mathbf{x}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1}, \quad (\text{П.8})$$

$$w_{jmd}^*(\mathbf{x}_k) = \frac{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d)}{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_1^{k-1})} \tilde{w}_{jmd}(\mathbf{x}_k). \quad (\text{П.9})$$

Уравнение (П.7) описывает эволюцию экстраполированного распределения $\tilde{w}_{jmd}(\mathbf{x}_k)$ смешанного вектора состояния $[\mathbf{X}_k^T, \mathbf{S}_k^T]^T$. С помощью соотношения (П.9) производится уточнение экстраполированного распределения на основе полученного измерения $\mathbf{y}_k$ и определяется апостериорное распределение $w_{jmd}^*(\mathbf{x}_k)$.

Дальнейшее преобразование выражений (П.8), (П.9) может быть выполнено с учетом свойств условных распределений. При этом уравнение (П.6) можно по методике [19] представить в виде следующей системы рекуррентных уравнений:

$$\tilde{P}_{jmd}(k) = P(A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d | \mathbf{y}_1^{k-1}) = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c P_{ine}^*(k-1), \quad (\text{П.10})$$

$$P_{jmd}^*(k) = P(A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d | \mathbf{y}_1^{k-1}) = \frac{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d, \mathbf{y}_1^{k-1})}{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_1^{k-1})} \tilde{P}_{jmd}(k), \quad (\text{П.11})$$

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{jmd}(\mathbf{x}_k) &= f(\mathbf{x}_k | A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d, \mathbf{y}_1^{k-1}) = \\ &= \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{de}^c P_{ine}^*(k-1) \int f_j(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) w_{ine}^*(\mathbf{x}_{k-1}) d\mathbf{x}_{k-1}, \end{aligned} \quad (\text{П.12})$$

$$f_{jmd}^*(\mathbf{x}_k) = f(\mathbf{x}_k | A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d, \mathbf{y}_1^k) = \frac{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d)}{f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d, \mathbf{y}_1^{k-1})} \tilde{f}_{jmd}(\mathbf{x}_k), \quad (\text{П.13})$$

$$f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k, C_k, \mathbf{y}_1^{k-1}) = \int f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k = b_m, C_k = c_d) \tilde{f}_{jmd}(\mathbf{x}_k) d\mathbf{x}_k, \quad (\text{П.14})$$

$$f(\mathbf{y}_k | \mathbf{y}_1^{k-1}) = \sum_i \sum_n \sum_j \sum_m \sum_e \sum_d \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c f(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k, B_k, C_k, \mathbf{y}_1^{k-1}) P_{jm}^*(k), \quad (\text{П.15})$$

где $\tilde{f}_{jmd}(\mathbf{x}_k)$ – условная экстраполированная ПВ вектора $\mathbf{x}_k$ при условии $A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d$; $f_{jmd}^*(\mathbf{x}_k)$ – условная апостериорная ПВ вектора $\mathbf{x}_k$ при условии $A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d$; $P_{jmd}^*(k)$ – апостериорная вероятность $A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d$, вычисляемая путем интегрирования (П.6) по переменным $\mathbf{x}_k, \mathbf{x}_{k-1}$; $\tilde{P}_{jmd}(k)$ – экстраполированная вероятность $A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d$.

Таким образом, выражение (П.6) соответствует формуле (2.1); выражения (П.7)–(П.8) – формулам (2.2)–(2.3), выражения (П.10)–(П.11) – формулам (2.4), (2.5).

Для вывода квазиоптимальных алгоритмов фильтрации компонент ДНМП воспользуемся допущением о нормальности апостериорного распределения $w_{ine}^*(\mathbf{x}_{k-1})$ на предыдущем $k-1$ -м такте фильтрации [15]:

$$w_{ine}^*(\mathbf{x}_{k-1}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{n_x} \det\{\mathbf{R}_{ine}^*(k-1)\}}} \times \\ \times \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}_{k-1} - \mathbf{X}_{ine}^*(k-1))^T (\mathbf{R}_{ine}^*(k-1))^{-1} (\mathbf{x}_{k-1} - \mathbf{X}_{ine}^*(k-1))\right\}, \quad (\text{П.16})$$

где $\mathbf{X}_{ine}^*(k-1) \equiv \mathbf{M}\{\mathbf{X}_{k-1}, A_{k-1} = a_i, B_{k-1} = b_n, C_{k-1} = c_e | \mathbf{Y}_1^{k-1}\}$ – математическое ожидание и $\mathbf{R}_{ine}^*(k-1) \equiv \text{cov}\{\mathbf{X}_{k-1}, \mathbf{X}_{k-1}, A_{k-1} = a_i, B_{k-1} = b_n, C_{k-1} = c_e | \mathbf{Y}_1^{k-1}\}$ – ковариационная матрица апостериорного распределения $w_{ine}^*(\mathbf{x}_{k-1})$, $\det\{\mathbf{R}\}$ – детерминант матрицы $\mathbf{R}$.

Из (П.16) на основании линейного преобразования (1.3) условно-гауссовской случайной величины $\mathbf{X}_{k-1}$ перепишем (П.12)

$$\tilde{f}_{jmd}(\mathbf{x}_k) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{n_x}}} \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c P_{in}^*(k-1) \frac{1}{\sqrt{\det\{\tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k)\}}} \times \\ \times \exp\left\{\frac{1}{2}(\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k))^T \tilde{\mathbf{R}}_{jmd}^{-1}(k) (\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k))\right\}, \quad (\text{П.17})$$

где

$$\tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k) = \Phi(A_k = a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1),$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k) = \Phi(A_k = a_j) \mathbf{R}_{ine}^*(k-1) \Phi^T(A_k = a_j) + \Gamma(A_k = a_j) \Gamma^T(A_k = a_j).$$

В результате двухмоментной гауссовской аппроксимации экстраполированного распределения (2.3) запишем

$$\tilde{f}_{jmd}(\mathbf{x}_k) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^{n_x} \det\{\tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k)\}}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k))^T \tilde{\mathbf{R}}_{jmd}^{-1}(k) (\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k))\right\}, \quad (\text{П.18})$$

где $\tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k) \equiv \mathbf{M}\{\mathbf{X}_k, A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d | \mathbf{Y}_1^{k-1}\}$ – условно-прогнозное математическое ожидание при $A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d$, которое с учетом взвешенной суммы условных распределений имеет вид

$$\tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k) = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{P_{ine}^*(k-1)}{\tilde{P}_{jmd}(k)} \Phi(A_k = a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1), \quad (\text{П.19})$$

$\tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k) \equiv \text{cov}\{\mathbf{X}_k, \mathbf{X}_k, A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d | \mathbf{Y}_1^{k-1}\}$ – ковариационная матрица погрешностей предсказания при $A_k = a_j, B_k = b_m, C_k = c_d$, которая может быть вычислена по формуле [14]

$$\tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k) = \int_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k)) (\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k))^T \tilde{f}_{jmd}(\mathbf{x}_k) d\mathbf{x}_k.$$

Используя представление экстраполяционной плотности вероятности $\tilde{f}_{jmd}(\mathbf{x}_k)$ в виде взвешенной суммы условных вероятностей, а также с учетом того, что

$$\mathbf{x}_k - \tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k) \equiv (\mathbf{x}_k - \Phi(A_k = a_j)\mathbf{X}_{ine}^*(k-1)) + (\Phi(A_k = a_j)\mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k)),$$

можно показать, что ковариационная матрица погрешностей предсказания $\tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k)$ имеет вид

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k) = & \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{P_{in}^*(k-1)}{\tilde{P}_{jm}(k)} \times \\ & \times \left\{ \Phi(A_k = a_j) \mathbf{R}_{ine}^*(k-1) \Phi^T(A_k = a_j) + \Gamma(A_k = a_j) \mathbf{\Gamma}^T(A_k = a_j) + \right. \\ & \left. + (\Phi(A_k = a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k)) (\Phi(A_k = a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k))^T \right\}. \end{aligned} \quad (\text{П.20})$$

На основании линейного уравнения измерений (1.4) из (П.19) и (П.20) легко получить выражения условно-прогнозных значений векторов измерений $\tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k)$, $\tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k)$ и условную ковариационную матрицу $\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}(k)$ погрешностей предсказания измерений соответственно:

$$\tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k) = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{P_{ine}^*(k-1)}{\tilde{P}_{jmd}(k)} \mathbf{H}_1(b_m) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1), \quad (\text{П.21})$$

$$\tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k) = \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{P_{ine}^*(k-1)}{\tilde{P}_{jmd}(k)} \mathbf{H}_2(c_d) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1), \quad (\text{П.22})$$

$$\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}(k) = \mathbf{H} \tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k) \mathbf{H}^T + \mathbf{V}(b_m, c_d) \mathbf{V}^T(b_m, c_d). \quad (\text{П.23})$$

С учетом того, что $\mathbf{Y}_k = [\mathbf{Y}_k^{(1)T}, \mathbf{Y}_k^{(2)T}]^T$, условная ковариационная матрица $\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}(k)$ погрешностей предсказания измерений имеет блочный вид

$$\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)} & \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} & \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)} \end{bmatrix}. \quad (\text{П.24})$$

Используя (П.20) и (П.23), легко получить выражения элементов блочной матрицы $\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}(k)$:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)} = & \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{P_{ine}^*(k-1)}{\tilde{P}_{jmd}(k)} \times \\ & \times \left\{ \mathbf{H}_1(b_m) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) \Phi^T(a_j) \mathbf{H}_1^T(b_m) + \mathbf{V}_1(b_m) \mathbf{V}_1^T(b_m) + \right. \\ & \left. + \left[\mathbf{H}_1(b_m) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k) \right] \times \left[\mathbf{H}_1(b_m) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k) \right]^T \right\}, \end{aligned} \quad (\text{П.25})$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} = & \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{P_{ine}^*(k-1)}{\tilde{P}_{jmd}(k)} \left\{ \mathbf{H}_1(b_m) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) \Phi^T(a_j) \mathbf{H}_2^T(c_d) + \right. \\ & \left. + \left[\mathbf{H}_1(b_m) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k) \right] \times \left[\mathbf{H}_2(c_d) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k) \right]^T \right\}, \end{aligned} \quad (\text{П.26})$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} = & \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{P_{ine}^*(k-1)}{\tilde{P}_{jmd}(k)} \left\{ \mathbf{H}_2(c_d) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) \Phi^T(a_j) \mathbf{H}_1^T(b_m) + \right. \\ & \left. + \left[\mathbf{H}_2(c_d) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k) \right] \times \left[\mathbf{H}_1(b_m) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k) \right]^T \right\}, \end{aligned} \quad (\text{П.27})$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)} &= \sum_i \sum_n \sum_e \pi_{ij}^a \pi_{nm}^b \pi_{ed}^c \frac{\mathbf{P}_{ine}^*(k-1)}{\tilde{\mathbf{P}}_{jmd}(k)} \times \\ &\times \left\{ \mathbf{H}_2(c_d) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) \Phi^T(a_j) \mathbf{H}_2^T(c_d) + \mathbf{V}_2(c_d) \mathbf{V}_2^T(c_d) + \right. \\ &\left. + \left[\mathbf{H}_2(c_d) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k) \right] \times \left[\mathbf{H}_2(c_d) \Phi(a_j) \mathbf{X}_{ine}^*(k-1) - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k) \right]^T \right\}. \end{aligned} \quad (\text{П.28})$$

Для определения матрицы оптимального коэффициента передачи комплексного дискретного фильтра [14]

$$\mathbf{K}_{jmd}(k) = \tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k) \mathbf{H}^T \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{-1}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{jmd}^{(1)}(k) \\ \mathbf{K}_{jmd}^{(2)}(k) \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{R}}_{jmd} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^T(b_k) \\ \mathbf{H}_2^T(c_k) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)} & \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} & \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)} \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{П.29})$$

представим обратную блочную корреляционную матрицу $\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{-1}$, используя формулу Фробениуса [21]:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)} & \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} & \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{D}}^{-1} & -\tilde{\mathbf{D}}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1} \\ -(\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} \tilde{\mathbf{D}}^{-1} (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1} + (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} \tilde{\mathbf{D}}^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1} \end{bmatrix}, \quad (\text{П.30})$$

где $\tilde{\mathbf{D}} = \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)} - \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)}$.

Подставляя в (П.29) значения (П.25)–(П.28) с учетом (П.30), получим выражение для оптимальных коэффициентов передачи комплексного дискретного фильтра:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{jmd}^{(1)}(k) &= \tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k) \mathbf{H}_1^T(b_m) (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)}(k) - \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)}(k) (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)}(k))^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)}(k))^{-1} - \\ &- \tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k) \mathbf{H}_2^T(c_d) (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)}(k) - \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)}(k) (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)}(k))^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)}(k))^{-1}, \end{aligned} \quad (\text{П.31})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{jmd}^{(2)}(k) &= -\tilde{\mathbf{R}}_{jmd} \mathbf{H}_1^T(b_m) (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)} - \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)})^{-1} (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} + \\ &+ \tilde{\mathbf{R}}_{jmd} \mathbf{H}_2^T(c_d) ((\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1} + (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)} - \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)})^{-1} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} (\tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)})^{-1}). \end{aligned} \quad (\text{П.32})$$

Текущий вектор условной оценки непрерывной компоненты ДНМП $\mathbf{X}_{jmd}^*(k)$ при $A_k = a_j$, $B_k = b_m$, $C_k = c_d$ определяется с учетом (П.19), (П.21), (П.22), (П.31), (П.32) по результатам измерений $\mathbf{Y}_k^{(1)}$ и $\mathbf{Y}_k^{(2)}$ [15]:

$$\mathbf{X}_{jmd}^*(k) = \tilde{\mathbf{X}}_{jmd}(k) + \mathbf{K}_{jmd}^{(1)}(k) (\mathbf{Y}_k^{(1)} - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(1)}(k)) + \mathbf{K}_{jmd}^{(2)}(k) (\mathbf{Y}_k^{(2)} - \tilde{\mathbf{Y}}_{jmd}^{(2)}(k)). \quad (\text{П.33})$$

Ковариационная матрица погрешностей оценки непрерывной компоненты ДНМП $\mathbf{R}_{jmd}^*(k)$ при условии $A_k = a_j$, $B_k = b_m$, $C_k = c_d$ определяется с учетом (1.4), (П.20), (П.24), (П.30) [15]:

$$\mathbf{R}_{jmd}^*(k) = \tilde{\mathbf{R}}_{jmd}(k) - \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^T(b_k) \tilde{\mathbf{R}}_{jmd} \\ \mathbf{H}_2^T(c_k) \tilde{\mathbf{R}}_{jmd} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(11)} & \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(12)} \\ \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(21)} & \tilde{\mathbf{W}}_{jmd}^{(22)} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1(b_k) \tilde{\mathbf{R}}_{jmd} \\ \mathbf{H}_2(c_k) \tilde{\mathbf{R}}_{jmd} \end{bmatrix}. \quad (\text{П.34})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бар-Шалом Я., Лу Х.-П. Траекторная обработка: принципы, способы и алгоритмы. Пер. с англ. Д.Д. Дмитриева. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2011.
2. Bar-Shalom Y., Kirubarajan T., Li X.R. Estimation with Applications to Tracking and Navigation. N.Y.: Wiley, 2001.
3. Sutton Z., Willett P., Bar-Shalom Y. Target Tracking Applied to Extraction of Multiple Evolving Threats From a Stream of Surveillance Data // IEEE Transactions on Computational Social Systems. 2021. V. 8. № 2. P. 434–450.
4. Schoenecker S., Willett P., Bar-Shalom Y. Resolution Limits for Tracking Closely Spaced Targets // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2018. V. 54. № 6. P. 2900–2910.

5. Gao Y., Liu Y., Li, X.R. Tracking-Aided Classification of Targets Using Multihypothesis Sequential Probability Ratio Test // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2018. V. 54. № 1. P. 233–245.
6. Aftab W., Mihaylova L. A Learning Gaussian Process Approach for Maneuvering Target Tracking and Smoothing // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2021. V. 57. № 1. P. 278–292.
7. Buelta A., Olivares A., Staffetti E., Aftab W., Mihaylova L. A Gaussian Process Iterative Learning Control for Aircraft Trajectory Tracking // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2021. V. 57. № 6. P. 3962–3973.
8. Миронов М.А. Марковская теория оптимального оценивания случайных процессов. М.: Изд-во ФГУП “ГосНИИАС”, 2013.
9. Rezaie R., Li X.R. Destination-Directed Trajectory Modeling, Filtering, and Prediction Using Conditionally Markov Sequences // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2021. V. 57. № 2. P. 820–833.
10. Li S., Cheng Y., Brown D., Tharmarasa R. Comprehensive Time-Offset Estimation for Multisensor Target Tracking // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2020. V. 56. № 3. P. 2351–2373.
11. Kowalski M., Willett P., Fair T., Bar-Shalom Y. CRLB for Estimating Time-Varying Rotational Biases in Passive Sensors // IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems. 2020. V. 56. № 1. P. 343–355.
12. Taghavi E., Tharmarasa R., Kirubarajan T., Bar-Shalom Y. Track-to-Track Fusion with Cross-covariances from Radar and IR/EO Sensor // 22th Intern. Conf. on Information Fusion (FUSION). Ottawa, ON, Canada, 2019.
13. Rashid M., Ali Sebt M. Tracking a Maneuvering Target in the Presence of Clutter by Multiple Detection Radar and Infra-red Sensor // 25th Iranian Conf. on Electrical Engineering (ICEE). Tehran, Iran, 2017. P. 1917–1922.
14. Детков А.Н. Оптимальное оценивание дискретно-непрерывных марковских процессов по наблюдаемым цифровым сигналам // РЭ. 2021. Т. 66. № 8. С. 748–759.
15. Детков А.Н. Оптимизация алгоритмов цифровой фильтрации смешанных марковских процессов при сопровождении маневрирующего объекта // Изв. РАН. ТиСУ. 1997. № 2. С. 73–80.
16. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Сов радио, 1977.
17. Бухалёв В.А. Распознавание, оценивание и управление в системах со случайной скачкообразной структурой. М.: Наука, 1996.
18. Руденко Е.А. Конечномерные рекуррентные алгоритмы оптимальной нелинейной логико-динамической фильтрации // Изв. РАН. ТиСУ. 2016. № 1. С. 43–65.
19. Жук С.Я. Методы оптимизации дискретных динамических систем со случайной структурой. Киев: НТУУ “КПИ”, 2008.
20. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. М.: Сов. радио, 1978.
21. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Физматлит, 2010.