

*Известия*

ISSN 0002-3310

*Российской академии наук*

---

---

# ЭНЕРГЕТИКА



НАУКА  
— 1727 —

2024

6

---

## СОДЕРЖАНИЕ

---

Модель для расчета теплогидравлических параметров защитных оболочек при моделировании тяжелых аварий на АЭС с водяным теплоносителем с помощью интегральных кодов <i>Д. Ю. Томащик</i>	3
Научные подходы к решению задачи совместных процессов пузырькового кипения фреона и его движения в змеевике <i>А. А. Ковалев, Я. С. Болков, К. В. Осинцев, О. Ю. Корнякова</i>	32
Излучательная способность ряда элементов V группы периодической системы в широком температурном диапазоне <i>Д. В. Косенков, В. В. Сагадеев</i>	49
Условия плавления тепловыделяющего пористого элемента с активным охлаждением: приближенное аналитическое решение <i>И. Г. Донской</i>	62
Критерии разрушающего воздействия вторичных дуговых разрядов на высоковольтные солнечные батареи космических аппаратов <i>В. В. Валиуллин, А. Б. Надирадзе</i>	71
Расчетное определение параметров искровых разрядов в емкостных системах зажигания газотурбинных двигателей на основе диагностирования напряжений на накопительных конденсаторах <i>Ф. А. Гизатуллин, О. А. Юшкова</i>	88

---

---

---

## CONTENTS

---

Model for integral codes for calculating containment thermohydraulics in severe accidents at nuclear power plants with a water coolant <i>D. Yu. Tomashchik</i>	3
Scientific approaches to solving the problem of joint processes of bubble boiling of freon and its movement in a coil <i>A. A. Kovalev, Ya. S. Bolkov, K. V. Osintsev, O. Yu. Kornyakova</i>	32
Emissivity of group V elements periodic table in a wide temperature range <i>D. V. Kosenkov, V. V. Sagadeev</i>	49
Melting conditions for porous heat-generating device with active cooling: approximate analytical solution <i>I. G. Donskoy</i>	62
Criterion of damaging effect caused by secondary arc discharge impact onto high-voltage solar batteries of the spacecraft <i>V. V. Valliulin, A. B. Nadiradze</i>	71
Calculated determination of spark discharge parameters in capacitive ignition systems of gas turbine engines based on diagnosing voltages on storage capacitors <i>F. A. Gizatullin, O. A. Yushkova</i>	88

---

---

УДК 621.039.584

## МОДЕЛЬ ДЛЯ РАСЧЕТА ТЕПЛОГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ЗАЩИТНЫХ ОБОЛОЧЕК ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЯЖЕЛЫХ АВАРИЙ НА АЭС С ВОДЯНЫМ ТЕПЛОНОСИТЕЛЕМ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕГРАЛЬНЫХ КОДОВ

© 2024 г. Д. Ю. Томащик\*

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем безопасного развития атомной энергетики Российской академии наук, Москва, Россия*

*\*e-mail: tdyu@ibrae.ac.ru*

Поступила в редакцию 18.07.2023 г.

После доработки 16.09.2024 г.

Принята к публикации 20.09.2024 г.

В статье представлено описание модели расчета теплогидравлики защитных оболочек (ЗО) при тяжелых авариях на АЭС с водяным теплоносителем. Для интегрального кода СОКРАТ модель реализована в виде контейментного модуля CONT\_TH, позволяющего выполнять самосогласованный расчет параметров в реакторной установке (РУ) ВВЭР и ЗО в ходе тяжелой аварии на АЭС. В связке с другими модулями кода СОКРАТ обеспечивается реалистичный расчет переноса радиоактивных веществ (РВ) в ЗО, необходимый для выполнения оценок источников РВ в окружающую среду при обосновании безопасности АЭС, включая детерминистические расчеты в поддержку ВАБ второго уровня. Модель при незначительной адаптации может быть применена для расчета параметров ЗО РУ с водяным теплоносителем в составе других интегральных кодов.

**Ключевые слова:** защитная оболочка, модель, теплогидравлика, давление, температура, неконденсируемые газы, спринклер, код СОКРАТ, расчетная схема

**DOI:** 10.31857/S0002331024060017

### ВВЕДЕНИЕ

Для моделирования тяжелых аварий (ТА) на АЭС с РУ ВВЭР в России разработан код СОКРАТ в версиях В1/В2 и В3 [1], широко используемый в задачах анализа безопасности АЭС. При авариях с потерей теплоносителя динамика протекания внекорпусной, а при больших течах и внутрикорпусной фазы ТА, существенно зависят от параметров в ЗО.

Исторически теплогидравлика ЗО моделировалась с помощью отдельных контейментных кодов АНГАР и КУПОЛ. На начальном этапе развития кода СОКРАТ давление и состав газовой среды в ЗО, как граничные условия для кода СОКРАТ, рассчитывались итерационно путем последовательного расчета источника массы и энергии в ЗО по коду СОКРАТ и запуска автономного расчета по

контейнментному коду с целью получения граничных условий приемлемого уровня точности. Позднее контейнментные коды стали связываться с кодом СОКРАТ через универсальный интерфейс, что позволило выполнять самосогласованный расчет. Однако такой подход все же обладал рядом недостатков как технического (например, использование различных методик расчета свойств парогазовой среды, согласование шагов интегрирования), так и административного характера (например, направленность валидации контейнментных кодов на проектные режимы, рассогласованные сроки действия аттестационных паспортов и фактическая зависимость использования кода СОКРАТ от решений организаций-разработчиков контейнментных кодов по повторной аттестации), что указывало на необходимость наличия в коде СОКРАТ собственной модели для расчета параметров в ЗО. В окончательной формулировке задача была расширена на возможность моделировать медленное горение водорода и перенос радиоактивных веществ в ЗО для выполнения расчетов в обоснование безопасности АЭС, включая детерминистические расчеты в поддержку ВАБ-2. Последнее накладывает требования высокого быстродействия и возможностей описывать весь спектр систем безопасности в ЗО, используемых на действующих и проектируемых АЭС для управления и смягчения последствий ТА.

Ниже приведено описание модели, реализованной в виде модуля CONT\_TH для кода СОКРАТ. Текущее модульное наполнение кода СОКРАТ позволяет описывать спектр тяжелых аварий при автоматическом учете взаимосвязи процессов в РУ и ЗО.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДЕЛИ

Модель предназначена для расчета давления, температуры и состава парогазовой среды, температур воды и поверхности стен в каждом из моделируемых помещений ЗО, массы воды в прямках, скорости парогазовой среды в гидравлических связях между помещениями и в местах утечек из помещений ЗО в окружающую среду в каждый момент времени.

Используется подход с сосредоточенными параметрами, записываемый с помощью системы дифференциальных уравнений. Для моделирования системы помещений ЗО в пределах каждого помещения задается одна или несколько расчетных ячеек, которым приписывается соответствующая доля от объема всего помещения. В этих расчетных ячейках определяются такие базовые параметры как: давление, объемная доля газовой фазы, массовые доли неконденсируемых газов, удельные энтальпии газовой и жидкой фаз. Предполагается, что по всему пространству расчетной ячейки эти параметры одинаковы, таким образом модель является точечной (как правило, эта точка выбирается в геометрическом центре ячейки).

В модуле реализованы модели процессов и оборудования, учитывающие:

- истечение двухфазного многокомпонентного теплоносителя из контуров РУ в помещения и обратное течение газовой фазы;
- перенос парогазовой среды между помещениями;
- конденсацию водяного пара на стенках и в объеме;
- теплообмен между стенами и парогазовой средой;
- теплопроводность стен, отвод тепла в окружающую среду через стены;
- работу спринклерной системы (тепло и массообмен среды с каплями);
- работу рекомбинаторов водорода;

— поступление конденсата в прямки и его испарение, а также перетечки между прямыми.

В основе моделей лежат следующие допущения:

- неконденсируемые газы находятся в тепловом и механическом равновесии с паровой фазой, неконденсируемые газы удовлетворяют уравнению состояния идеального газа;
- плотность парогазовой среды представляет собой сумму парциальных плотностей водяного пара и неконденсируемых газов;
- мелкодисперсная фаза и конденсат на стенах моделируются эффективным образом (рассчитывается равновесное состояние без учета динамики изменения толщины конденсатной пленки);
- не учитывается изменение температуры и концентраций компонентов газовой среды по высоте помещения;
- течение жидкой фазы между помещениями происходит без взаимодействия с газовой фазой.

При расчете параметров учитываются эффекты нестационарного движения парогазовой смеси в помещениях ЗО и между помещениями с учетом взаимного влияния процессов теплообмена газовой фазы со стенами и жидкостью, наличия источников/стоков фаз и работы оборудования. В модели рассчитывается среднеобъемная скорость газа в помещении, определяемая с учетом источников среды, перетоков из соседних помещений, конвективных процессов теплообмена с вертикальными стенами и работы оборудования. Эта скорость используется как для определения коэффициентов теплоотдачи внутри помещения, так и для теплообмена через открытые проемы в случае турбулентного перемешивания. Свободный объем для газовой фазы изменяется при поступлении воды на пол помещения (в прямку) или ее дренировании. Работа вентиляционной системы может быть смоделирована на активном (вентилятор) или пассивном принципе.

Модель теплообмена со стенами и перенос тепла внутри стен включает одномерное уравнение теплопроводности для стенки, гипотезу аналогии тепло- и массообмена для расчета поверхностной конденсации пара при фиксированной толщине пленки конденсата и эмпирические зависимости для коэффициентов теплоотдачи к стенам, зависящие в том числе и от ориентации поверхности.

Применение модуля CONT\_TN по свойствам жидкой и газовой фазы ограничивается следующим диапазоном термодинамических параметров:

- давление от 0.01 до 27.5 МПа;
- массовая концентрация неконденсируемого газа от 0 до 1;
- температура газовой фазы от 270 до 3300 К;
- температура жидкой фазы от 273.16 до температуры насыщения +10 К (но не выше 635 К).

Применение модуля для задач поверхностного кипения воды и конденсации пара ограничивается по давлению диапазоном от 0.01 до 22 МПа.

Конечно-разностная линеаризованная система алгебраических уравнений решается методом Гаусса.

Численное интегрирование уравнения теплопроводности для стен проводится по неявной конечно-разностной схеме с использованием метода прогонки. Уравнения

тепло- и массообмена спринклерных капель, записанные относительно координаты вдоль линии движения, линеаризуются и решаются в явном виде с приращением скорости, температуры или массы не более чем 0.5% за внутренний шаг интегрирования.

В составе ПрЭВМ СОКРАТ-B1/B2 модуль CONT\_TH аттестован для расчета давления и мольных долей неконденсируемых газов в помещениях герметичных ограждений АЭС с РУ ВВЭР [2].

## МЕТОДИКА ПОСТРОЕНИЯ РАСЧЕТНЫХ СХЕМ

В модуле CONT\_TH имеются следующие модели элементов и систем:

- элементы гидравлической сети:
  - помещение (ROOM) – гидравлический элемент с сосредоточенными параметрами:
    - источник массы и энергии (INJECTION) – моделирует объемный источник/сток массы и соответствующей ей энергии в помещениях;
    - тепловыделение (HEAT\_SOURCE) – моделирует объемный источник тепла в помещениях;
    - спринклер (SPRAY) – моделирует работу спринклерной системы;
    - рекомбинатор водорода (RECOMB) – моделирует работу ПАР;
    - связь (CONNECTION) – соединение двух помещений по газовой фазе;
    - вентилятор (FAN) – обеспечивает заданный расход среды в связи;
    - клапан (VALVE) – используется в связи для изменения проходного сечения;
    - дренаж (DRAIN) – моделирует сток воды за счет действия гравитационных сил;
- условия на границах системы (CTH\_BOUNDARY):
  - вывод/ввод теплоносителя с различным расходом;
  - заданное давление, температура и состав газовой фазы;
- тепловые элементы (WALL):
  - плоская стенка с теплообменом с теплоносителем или с заданными параметрами на двух границах;
  - система контроля и управления:
    - датчик;
    - триггер;
    - регулятор;
    - контрольный блок.

Элемент “помещение” (ROOM) используется для описания поведения теплоносителя в одном или группе смежных помещений защитной оболочки. На рис. 1 приведен пример нодализационной схемы, в которой помещение А разделено по высоте на два расчетных объема А1 и А2 для учета возможной стратификации газовой фазы. Помещение характеризуется объемом, относительной высотой центра масс (в этой точке определяется давление), характерной длиной, гидравлическим диаметром

и площадью проходного сечения. В каждом помещении пользователем задается давление и состав газовой фазы, ее объемная доля, а также температуры газовой и жидкой фаз. В дальнейшем они рассчитываются на каждом шаге и могут быть использованы в системе контроля и управления. Характерным размером помещения в общем случае следует выбирать высоту, а проходным сечением — отношение объема к гидравлическому диаметру. В помещении может задаваться один или несколько источников INJECTION двухфазного теплоносителя (из контуров РУ или других систем). Для источника пара и воды используется энтальпия, а для неконденсируемого газа — температура. Для передачи импульса в газовую фазу используется проходное сечение источника (с учетом возможного обжата струи). При помощи источника возможно независимо отбирать воду, а также каждый из компонентов газовой фазы, при этом удельная энтальпия отбираемого компонента будет соответствовать текущему значению в данном помещении. Для изменения энергосодержания каждой из фаз можно использовать объемное тепловыделение (HEAT\_SOURCE).

Спринклерная система может работать в нескольких помещениях (на рис. 1 это A1 и A2), она характеризуется:

- количеством форсунок;
- высотой установки форсунки;
- углом распыла;
- эквивалентным диаметром сопла (или диаметром сопла и коэффициентом истечения);
- расходом;
- эквивалентным диаметром капель (диаметр Саутера или  $D_{32}$ );

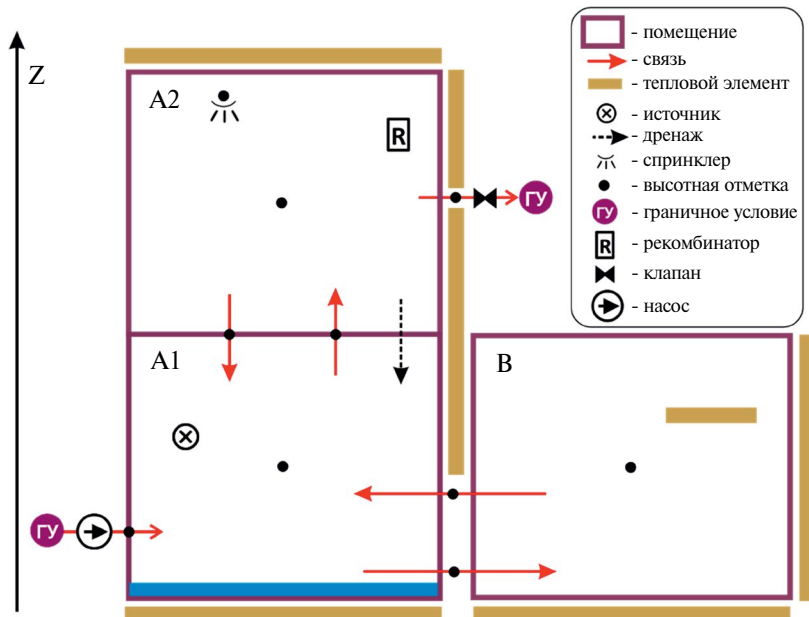


Рис. 1. Пример нодализационной схемы для модуля CONT\_TH.



— для каждого помещения высотой пролета капли и долей расхода, попадающей на стены.

Для рекомбинаторов водорода задается производительность в виде функции необходимых параметров системы контроля и управления или выбирается тип, для которого производительность уже определена.

Помещения по газовой фазе соединяются при помощи связей (CONNECTION), не содержащих массы и характеризующихся (кроме проходного сечения) относительной высотой для расчета гидростатического напора со стороны каждого из помещений: длиной, гидравлическим диаметром и локальным сопротивлением для расчета сил трения. Скорость течения газа в связи ограничена скоростью звука в среде донорного помещения. Все достаточно большие проемы, в которых может существовать противоточное течение газа, рекомендуется задавать двойной связью с сохранением всех характеристик кроме уменьшенного вдвое проходного сечения и разнонаправленности. Разнонаправленность вертикальных связей (между помещениями  $A1$  и  $A2$  на рис. 1) позволяет через поправки к уравнению импульса моделировать обмен массой между помещениями в случае, если внизу находится среда с меньшей плотностью или расчетная среднеобъемная скорость хотя бы в одном из помещений отлична от 0. В случае, когда температура в помещении  $A1$  больше, чем в помещении  $A2$ , автоматически рассчитывается тепловой поток между ними (без массопереноса). Массообмен между помещениями  $A1$  и  $B$  через двойную связь будет осуществляться только в случае разных плотностей газовой фазы между помещениями за счет гидростатического напора. Отметим, что в случае задания одной связи (при подключении граничных условий) противоток среды смоделировать невозможно из-за модельных допущений об одинаковой скорости для каждого компонента газовой фазы. Относительные высотные отметки двойных горизонтальных связей для прямоугольного проема рекомендуется устанавливать на  $\frac{1}{4}$  и  $\frac{3}{4}$  высоты, а для более общего случая — на высотах, ниже которых расположены  $\frac{1}{4}$  и  $\frac{3}{4}$  проходного сечения.

Тепловой элемент (WALL) представляет собой плоскую одномерную стенку, которая одной или двумя границами может быть связана с помещением. С помощью теплового элемента можно задавать теплообменники, когда условия на одной из границ задаются в виде граничных условий 3-го рода (или рассчитываются в другом модуле кода СОКРАТ и передаются через систему контроля и управления).

Интенсивность дренирования конденсата (DRAIN) осуществляется с постоянным расходом или может быть задана, например, как зависимость от уровня воды в помещении. Под конденсатом понимается вода, образовавшаяся за счет процессов объемной или поверхностной конденсации, а также поступившая из источника. Перенос спринклерных капель между помещениями рассчитывается в модели SPRAY. Уровень воды в приемке (помещение  $A1$  на рис. 1) рассчитывается пользователем на основании массы воды и поперечного сечения помещения.

## СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ДЛЯ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ

### *Основные уравнения*

В основе модели лежит подход, схожий с используемым в модели контурной теплогидравлики ПрЭВМ СОКРАТ и многих других расчетных средств, аналогичных по функционалу. Система уравнений (1)–(6) описывает термодинамические

параметры двухфазной среды с примесью неконденсируемых газов и представляет собой систему из  $5+N$  дифференциальных уравнений в частных производных с алгебраическими замыкающими соотношениями. Основными уравнениями модели являются уравнения неразрывности и энергии, для газовой фазы используется уравнение движения. Для численного решения в качестве основных независимых переменных выбраны следующие величины:  $\alpha_g, P, h_g, h_f, V_g, X_1, \dots, X_N$ .

Уравнение неразрывности газовой фазы:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g) + \frac{1}{Vol} \sum_m (A \rho_g V_g)_m = \Gamma_i + \Gamma_w + \Gamma_{spr} + \sum_{n=1}^N S_n + S_v. \quad (1)$$

Уравнения неразрывности неконденсируемых газов ( $n = 1 \dots N$ ):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_g \rho_g X_n) + \frac{1}{Vol} \sum_m (A \rho_g X_n V_g)_m = S_n. \quad (2)$$

Уравнение неразрывности жидкой фазы:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_f \rho_f) = S_f - \Gamma_i - \Gamma_w - \Gamma_{spr}. \quad (3)$$

Уравнение энергии газовой фазы записано относительно энтальпии (с учетом уравнений массы и импульса как предложено, например, в [3]):

$$\begin{aligned} & \alpha_g \rho_g \frac{\partial h_g}{\partial t} + \sum_m \left( \frac{A \rho_g h_g V_g}{Vol} \right)_m - \frac{h_g}{Vol} \sum_m (A \rho_g V_g)_m - \alpha_g \frac{\partial P}{\partial t} = \\ & = (\Gamma_i + \Gamma_{spr})(h_{iv} - h_g) + \Gamma_w(h_{wv} - h_g) + (\chi_w + \chi_{local})V_g + \\ & + Q_{iv} + Q_{gf} + Q_{wg} + Q_g + Q_{rec} + Q_{spr} + \sum_{n=1}^N S_n(h'_n - h_g) + S_v(h'_v - h_g). \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнение энергии жидкой фазы записано аналогично:

$$\begin{aligned} & \alpha_f \rho_f \frac{\partial h_f}{\partial t} - \alpha_f \frac{\partial P}{\partial t} = -(\Gamma_i + \Gamma_{spr})(h_{if} - h_f) - \Gamma_w(h_{wf} - h_f) + S_f(h'_f - h_f) + \\ & + Q_{if} - Q_{gf} + Q_{wf} + Q_f - Q_{spr}. \end{aligned} \quad (5)$$

Уравнение движения газовой фазы:

$$(\rho_g)_m \frac{\partial (V_g)_m}{\partial t} + \frac{\Delta P}{\Delta z} = \chi_w + \chi_{local} - g \left( \rho_g \frac{\Delta H}{\Delta z} \right)_m. \quad (6)$$

В общем случае система содержит  $(5+N) \cdot \max(K_j, K_m)$  уравнений. Здесь  $K_j$  – число расчетных помещений включая граничные условия (ГУ), а  $K_m$  – число связей между помещениями или помещением и ГУ.

При расчете барботаж или систем вентиляции  $(V_g)_m$  может задаваться пользователем как функция времени или иных параметров.

Совместно с системой описанных уравнений используются замыкающие соотношения, а также модели отдельных физических процессов и оборудования. К ним относятся:

- модель теплоотдачи от парогазовой среды к стенкам для расчета  $Q_{wg}$ ,  $Q_{wf}$ ;
- модель объемной конденсации пара для расчета  $\Gamma_i$ ;
- модель поверхностной конденсации пара в присутствии неконденсируемых газов для расчета  $\Gamma_w$ ;
- модель спринклерной системы для расчета  $Q_{spr}$ ,  $\Gamma_{spr}$ ;
- модель рекомбинатора водорода для расчета интенсивности рекомбинации и  $Q_{rec}$  (может использоваться для расчета как рекомбинаторов, так и горения водорода в адиабатическом изохорном приближении);
- модель функционирования вентиляционной системы;
- модель источников массы и энергии;
- модель перетечек жидкой фазы.

### *Линеаризация по времени*

Для аппроксимации (линеаризации) уравнений течения теплоносителя (1)–(6) по времени используется разностная схема, в основе которой положен метод SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations) [4], когда одновременно решается система для поля давлений и поля скоростей. Эта система изначально предназначена для снижения затрат процессорного времени для CFD кодов. Впоследствии она получила достаточно широкое распространение. Для одномерного случая течения газового теплоносителя этот метод достаточно подробно изложен в работе [5] по описанию полунявной одномерной модели течения сжимаемого газа. Для описываемой модели, в отличие от работы [5], используется энтальпия вместо температуры (как и в работе [4]), что обусловлено необходимостью учета метастабильных состояний. Кроме этого, добавлены уравнения неразрывности неконденсируемых газов:

$$(\alpha_g \rho_g)^* - (\alpha_g \rho_g) + \tau \frac{1}{Vol} \sum_m (A \rho_g V_g^*)_m = \tau \Gamma_i^* + \tau \Gamma_w + \tau \Gamma_{spr} + \tau \sum_{n=1}^N S_n + \tau S_v. \quad (7)$$

$$(\alpha_g \rho_g X_n)^* - (\alpha_g \rho_g X_n) + \tau \frac{1}{Vol} \sum_m (A \rho_g V_g^* X_n)_m = \tau \sum_{n=1}^N S_n. \quad (8)$$

$$(\alpha_f \rho_f)^* - (\alpha_f \rho_f) = \tau \Gamma_i^* + \tau S_f - \tau \Gamma_w - \tau \Gamma_{spr}. \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha_g \rho_g}{\tau} (h_g^* - h_g) + \sum_m \left( \frac{A \rho_g h_g^* V_g}{Vol} \right)_m - \frac{h_g^*}{Vol} \sum_m (A \rho_g V_g)_m - \alpha_g \left( \frac{P^* - P}{\tau} + \sum_m \left( \frac{A P^* V_g}{Vol} \right)_m \right) = \\ & = (\Gamma_i^* + \Gamma_w + \Gamma_{spr}) (h_{iv} - h_g) + \sum_{n=1}^N S_n (h_n' - h_g^*) + S_v (h_v' - h_g^*) + \frac{P_v}{P} \eta_{iv} (T_{sv}^* - T_g^*) + \\ & + \frac{P - P_v}{P} \eta_{gf} (T_f^* - T_g^*) + (k_w + k_{local}) |V_g| V_g^* + Q_{wg} + Q_g + Q_{rec} + Q_{spr} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\alpha_f \rho_f}{\tau} (h_f^* - h_f) - \alpha_f \left( \frac{P^* - P}{\tau} \right) = -(\Gamma_i^* + \Gamma_w + \Gamma_{spr}) (h_{if} - h_f) + \\ + \eta_{if} (T_{sv}^* - T_f^*) + S_f (h_f^* - h_g^*) + \frac{P - P_v}{P} \eta_{gf} (T_g^* - T_f^*) + Q_{wf} + Q_f - Q_{spr} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\frac{\rho_g}{\tau} (V_g^* - V_g) + \frac{\partial}{\partial z} P_g^* = (k_w + k_{local}) V_g^* - \rho_g g \frac{\partial H_m}{\partial z}. \quad (12)$$

Нелинейные члены в уравнениях неразрывности (8) аппроксимируются следующим образом:

$$X_n^* \alpha_g^* = X_n \alpha_g^* + X_n^* \alpha_g - X_n \alpha_g. \quad (13)$$

Интенсивность массообмена на верхнем временном слое представляется как:

$$\Gamma_i^* = \Gamma_i + \frac{\partial \Gamma_i}{\partial F} (F^* - F), \quad (14)$$

где  $F = (P, \alpha_g, h_g, V_g, X_1, \dots, X_N)$  вектор-функция независимых переменных.

Плотность газа и температуры на верхнем временном слое определяются через независимые переменные:

$$\rho_g^* = \rho_g + \frac{\partial \rho_g}{\partial P} (P^* - P) + \frac{\partial \rho_g}{\partial h_g} (h_g^* - h_g) + \sum_{n=1}^N \frac{\partial \rho_g}{\partial X_n} (X_n^* - X_n), \quad (15)$$

$$T_g^* = T_g + \frac{\partial T_g}{\partial P} (P^* - P) + \frac{\partial T_g}{\partial h_g} (h_g^* - h_g) + \sum_{n=1}^N \frac{\partial T_g}{\partial X_n} (X_n^* - X_n), \quad (16)$$

$$T_{vs}^* = T_{vs} + \frac{\partial T_{vs}}{\partial P} (P^* - P), \quad (17)$$

$$T_f^* = T_f + \frac{\partial T_f}{\partial P} (P^* - P) + \frac{\partial T_f}{\partial h_f} (h_f^* - h_f). \quad (18)$$

В выражениях (15)÷(18) температуры и их производные определяются из уравнений состояния. Для воды  $T_f = T_f(P, h_f)$ , расчет параметров газовой фазы ( $\rho_g$ ,  $T_g$ ,  $\rho_v$ ,  $P_v$ ) описан ниже.

### Пространственная аппроксимация

Пространственная аппроксимация уравнений неразрывности и энергии основана на "донорном" методе определения направления потока по состоянию на начало расчетного шага. В результате члены уравнений (7)÷(8) описывающие перетечки среды с учетом (13), преобразуются к виду:

$$\frac{1}{Vol} \sum_m (A \rho_g V_g^*)_m \rightarrow \frac{1}{Vol} \sum_m A_m \dot{\rho}_{gm} \left( V_{gm}^* + \left( \frac{\dot{\alpha}_{gm}^*}{\dot{\alpha}_{gm}} - 1 \right) V_{gm} \right)$$

$$\frac{1}{Vol} \sum_m \left( A \rho_g V_g^* X_n \right)_m \rightarrow \frac{1}{Vol} \sum_m A_m \dot{\rho}_{gm} \dot{X}_{nm} \left( V_{gm}^* + \left( \frac{\dot{\alpha}_{gm}^*}{\dot{\alpha}_{gm}} - 1 \right) V_{gm} \right) \quad (19)$$

В левой части уравнения сохранения энергии газовой фазы (10), записанного для помещения  $j$  индекс  $k$  соседнего помещения определяется из топологии связи  $m$  и является зависимой величиной:  $k=k(m)$ . Суммирование проведено отдельно для втекающих и вытекающих потоков газа:

$$\begin{aligned} & \frac{\alpha_g \rho_g}{\tau} (h_g^* - h_g) + \sum_m \left( \frac{A \rho_g h_g^* V_g}{Vol} \right)_m - \frac{h_g^*}{Vol} \sum_m (A \rho_g V_g)_m - \alpha_g \left( \frac{P^* - P}{\tau} + \sum_m \left( \frac{A P^* V_g}{Vol} \right)_m \right) \rightarrow \\ & \rightarrow \frac{\alpha_{gj} \rho_{gj}}{\tau} (h_{gj}^* - h_{gj}) - \alpha_{gj} \left( \frac{P_j^* - P_j}{\tau} \right) + \sum_m \frac{A_m V_{gm} (\rho_{gk} h_{gk}^* - P_k^*)}{Vol_k} \Big|_{V_{gm(k \rightarrow j) > 0}} \\ & + \sum_m \frac{A_m V_{gm} (\rho_{gj} h_{gj}^* - P_j^*)}{Vol_j} \Big|_{V_{gm(k \rightarrow j) < 0}} . \end{aligned} \quad (20)$$

Уравнение сохранения импульса (12) в связи  $m$  между помещениями  $j$  и  $k$  принимает вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_j \Delta z_k + \rho_k \Delta z_j}{\Delta z_k + \Delta z_j} (V_{gm}^* - V_{gm}) + \tau \frac{P_k^* - P_j^*}{\Delta z_k + \Delta z_j} + \tau \frac{\Delta P_{mom}}{\Delta z_k + \Delta z_j} + \tau \frac{\Delta P_{den}}{\Delta z_k + \Delta z_j} = \\ & = \tau (k_w + k_{local}) V_g^* - \tau g \frac{(\rho_{gk} (H_k - H_m) + \rho_{gj} (H_m - H_j))}{\Delta z_k + \Delta z_j} . \end{aligned} \quad (21)$$

Величина  $\Delta P_{mom}$  пропорциональна  $\rho_g V_g^2$  и представляет собой движущую силу, обеспечивающую турбулентное перемешивание среды между двумя расчетными помещениями. Для величины  $\Delta P_{den}$ , представляющей собой движущую силу всплытия легкого газа и пропорциональной  $g(\rho_{gj} - \rho_{gk})(H_j - H_k)$ , используются только положительные значения. При наличии двух разнонаправленных связей между помещениями (задаются пользователем)  $\Delta P_{mom}$  и/или  $\Delta P_{den}$  обеспечивают перемешивание газовой фазы между этими помещениями. Выше приведен пример построения расчетной схемы, учитывающей перемешивание среды за счет указанных выше сил даже в случае гидростатического равновесия.

## ПЕРЕНОС ТЕПЛА В КОНСТРУКЦИОННЫХ ЭЛЕМЕНТАХ

Одномерное уравнение теплопроводности (22) аппроксимируется на плоской одномерной сетке:

$$c_w \rho_w \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_w \frac{\partial T}{\partial x} \right) + Q(x, t). \quad (22)$$

Температура определена на границах ячеек (целый индекс), а плотность и теплофизические величины - в центрах. Для внутренних ячеек сетки:

$$c_i \rho_i \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{2}{x_{i+1} - x_{i-1}} \left( \lambda_{i+\frac{1}{2}} \frac{T_{i+1} - T_i}{x_{i+1} - x_i} - \lambda_{i-\frac{1}{2}} \frac{T_i - T_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \right) + Q(x_i, t). \quad (23)$$

Для граничных ячеек запись уравнения зависит от используемого условия (задана температура, плотность потока тепла или граничное условие 3-го рода). Плотность является постоянной величиной, соответственно тепловой элемент с изменением температуры не меняет свой размер. Значения плотности, теплоемкости и удельного энерговыделения внутренних точек сетки определяются по величинам в центрах ячеек:

$$\begin{aligned} C_i &= \frac{1}{2} \left( C_{i-\frac{1}{2}} (x_{i-1} + x_i) + C_{i+\frac{1}{2}} (x_{i+1} + x_i) \right), \\ \rho_i &= \frac{1}{2} (\rho_{i-1/2} (x_{i-1} + x_i) + \rho_{i+1/2} (x_{i+1} + x_i)), \\ Q(x_i, t) &= \frac{1}{2} (Q(x_{i-1/2}, t) (x_{i-1} + x_i) + Q(x_{i+1/2}, t) (x_{i+1} + x_i)). \end{aligned} \quad (24)$$

Для аппроксимации по времени используется неявная четырехточечная разностная схема (температуры в правой части уравнения (23) берутся с верхнего временного слоя).

Система из  $I$  линейных разностных уравнений теплопроводности представляются в виде линеаризованных уравнений с коэффициентами  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ :

$$\begin{aligned} B_1 T_1^* + C_1 T_2^* &= D_1, \\ A_i T_{i-1}^* + B_i T_i^* + C_i T_{i+1}^* &= D_i, \\ A_I T_{I-1}^* + B_I T_I^* &= D_I \end{aligned} \quad (25)$$

и решается методом прогонки [6].

## ЗАМЫКАЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ И МОДЕЛИ ОБОРУДОВАНИЯ

### *Теплообмен теплоносителя со стенами*

Модель конвективной теплоотдачи от парогазовой среды к стенам предназначена для описания теплообмена между парогазовой средой в помещениях и поверхностью стен помещений и конструктивных элементов и основана на корреляциях из

работы [7]. Результатами расчета данной модели являются: объемный источник/сток тепла в атмосферу помещения и плотность теплового потока  $q$  на границе теплового элемента. Коэффициенты теплоотдачи вычисляются по нескольким эмпирическим моделям. В качестве гидравлического диаметра  $D$  используется характерный размер поверхности или высота элемента. Для расчета режимов теплообмена среды с поверхностями используется пять чисел подобия:

$$Pr = \frac{\mu \cdot c}{\lambda}, \quad Re = \frac{G \cdot D}{\mu}, \quad Gr = \frac{\rho^2 \cdot g \cdot \beta \cdot |T_w - T_g| \cdot D^3}{\mu^2},$$

$$Ra = Gr \cdot Pr, \quad Ri = \frac{Gr}{Re^2},$$

где  $Pr$  – число Прандтля;  $Re$  – число Рейнольдса;  $Gr$  – число Грасгофа;  $Ra$  – число Релея;  $Ri$  – число Ричардсона. Для вычисления плотности массового расхода газа  $G$  используется среднеобъемная скорость течения газовой фазы, определяемая как максимум из скорости течения через гидравлические связи данного помещения  $\frac{1}{2} \frac{D}{Vol} \sum_m A_m |V_{gm}|$ , скорость, определяемую по наличию источника  $\frac{D}{Vol} G_{inj} A_{inj} k_{inj}$  и скоростью газа, вызванной передачей части импульса спринклерных капель. Для газа температурный коэффициент объемного расширения  $\beta$  принимается равным  $1/T$ . Множитель  $k_{inj} = 1 + \xi \frac{G_{inj,f}}{G_{inj,g}}$  учитывает передачу части импульса от жидкой к газовой фазе в случае источника двухфазной среды. Множитель  $\xi$  ограничивает величину  $k_{inj}$  сверху таким образом, чтобы скорость  $\frac{D}{Vol} G_{inj} A_{inj} k_{inj}$  была меньше скорости истекающей воды.

Согласно [8] в качестве критерия для определения режима теплообмена (вынужденная или естественная конвекция) используется число Ричардсона, граничные значения которого приведены в табл. 1.

**Таблица 1.** Карта режимов теплообмена при совместном действии вынужденной и естественной конвекции для газов [8]

Диапазон чисел Ричардсона	Тип конвекции
$0 \leq Ri < 0,3$	вынужденная
$0,3 \leq Ri < 16$	смешанная
$16 < Ri$	естественная

В модели для смешанной конвекции при расчете  $Nu_{mixed}$  используется подход, изложенный в [9] в области  $Ri \cong 1$ :

$$Nu_{mixed} = \varphi \cdot Nu_{forced} + (1 - \varphi) \cdot Nu_{free}, \text{ где } 0 \leq \varphi = \frac{10 - Ri}{10 - 1} \leq 1. \quad (26)$$

В этом случае  $Nu_{mixed}$  получается на 2÷5% меньше, чем максимум из  $Nu_{forced}$  и  $Nu_{free}$ . Оценка показывает, что при характерном размере помещения 10 м, скорости газа 1 м/с и указанном выше допущении о линейной зависимости плотности газа от температуры получим, что с учетом  $Ri = \frac{g \cdot |T_w - T_g| D}{V_g^2 T}$ , при температурном напоре менее 1 К преобладает вынужденная конвекция, а для перепадов температур выше 50 К – естественная. Дополнительная погрешность модели за счет интерполяции в этом случае не превысит одного градуса.

Для помещений 3О среднеобъемная скорость, используемая для расчета  $\Delta P_{mot}$  в уравнении (21), рассчитывается из теплового баланса:

$$Q_{g,j} = A_{w,j} \eta_{conv,j} (T_w - T_g) = 2 \rho_g C_{p,g} (T_w - T_g) V_{g,j} \frac{Vol}{D}. \quad (27)$$

Она берется как максимум из индивидуальных скоростей газовой фазы вдоль вертикальных поверхностей теплообмена (стен):

$$V_g = \max_j 2 \frac{\eta_{conv,j} A_{w,j} D}{\rho_g C_{p,g} Vol}. \quad (28)$$

Множитель 2 получен в предположении, что проходное сечение помещения  $\frac{Vol}{D}$  поровну распределено между прямым и возвратным течением в пределах одного объема.

Теплообмен между газом и поверхностью за счет излучения основан на эмпирическом соотношении для поглощения излучения в водяном паре, полученном автором путем аппроксимации данных ВТИ [10, 11]:

$$\eta_{rad,j} = \sigma \cdot \min \left( \frac{24}{T_g} \sqrt{10^{-5} P_v D}, \frac{1}{2} \right) (T_{wj}^2 + T_g^2) (T_{wj} + T_g). \quad (29)$$

Суммарный коэффициент теплоотдачи  $\eta_{wg,j} = \eta_{rad,j} + \eta_{conv,j}$ .

Конвективный объемный источник тепла в газовую фазу помещения  $Q_{wg}$  получается суммированием потоков тепла по всем поверхностям  $j$ :

$$Q_{wg} = \frac{1}{\alpha_g \cdot Vol} \sum_j A_{w,j} \cdot \eta_{wg,j} (T_{wj} - T_g). \quad (30)$$

Для вертикальной пластины, в используемых корреляциях, ее характерным размером является высота. В общем случае она не совпадает с размером помещения.



Число Нуссельта при вынужденном течении вычисляется следующим образом:

$$Nu_{forced} = 0.664 \cdot Re^{0.5} \cdot Pr^{0.33}, \text{ ламинарное [12]}, \quad (31)$$

$$Nu_{forced} = 0.036 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.33}, \text{ турбулентное, } k_{inj} = 1 \text{ [12]}, \quad (32)$$

$$Nu_{forced} = 0.023 \cdot Re^{0.8} \cdot Pr^{0.33}, \text{ турбулентное, } k_{inj} > 36 / 23 \text{ [9]}. \quad (33)$$

Число Нуссельта для вынужденного турбулентного течения интерполируется по  $k_{inj}$ , описанному выше. Отметим, что в выражениях (32) и (33) число Прандтля возводится в степень 0.33 вместо часто используемой 0.4. Для газа это приводит к отлнчию числа Нуссельта на 2.5%, но существенно упрощает интерполяцию между режимами при изменении состава газовой фазы.

Для естественной конвекции, учитывая диапазон чисел  $Ra$  для газа для помещений 3О от  $10^6$  до  $10^{15}$  (при наличии градиента температур между газом и стенкой 0.1 К или больше) [12]:

$$Nu_{free} = 0.59 \cdot Ra^{0.25}, \text{ ламинарная}, \quad (34)$$

$$Nu_{free} = 0.13 \cdot Ra^{0.33}, \text{ турбулентная}. \quad (35)$$

В [12] предлагается осуществлять переход от корреляции (34), описывающей область ламинарной конвекции и часть переходного режима к (35), описывающей турбулентную область, по граничному числу  $Ra = 10^9$ . Для гладкого перехода граничное значение  $Ra$  принято равным  $1.63 \cdot 10^8$ . Коэффициент конвективной теплоотдачи выбирается на основании числа Ричардсона согласно (26):

$$\eta_{conv} = \frac{\lambda}{D} \cdot F(Nu_{forced}, Nu_{free}, Ri). \quad (36)$$

Отметим, что при больших числах  $Ra$  (как правило преобладающем режиме теплообмена для помещений 3О) коэффициент теплоотдачи не зависит от характерного размера в силу линейной зависимости числа Нуссельта от диаметра в (35).

Для горизонтальных поверхностей характерный размер  $D$  принимается равным отношению площади поверхности к ее периметру [13]. Коэффициент теплоотдачи при вынужденной конвекции рассчитывается аналогично изложенному выше алгоритму вычисления теплоотдачи к вертикальной стене. Вычисление коэффициента теплоотдачи к полу или потолку зависит от направления теплообмена. Для свободной конвекции используются соотношения, приведенные в табл. 2, они справедливы для  $Ra > 10^5$ , при меньших числах Рэлея, как правило, преобладает вынужденная конвекция.

**Таблица 2.** Корреляции для расчета естественной конвекции для горизонтальных поверхностей

$Nu_{free}$	$T_w - T_g$	Ориентация	Комментарий
$0.54Ra^{1/4}, 8 \cdot 10^6 > Ra$ [12, 14]	$>0$	пол	Интенсификация теплообмена за счет всплытия горячего газа
$0.15Ra^{1/3}, 8 \cdot 10^6 \leq Ra$ [12, 14]			
$0.54Ra^{1/4}, 8 \cdot 10^6 > Ra$	$<0$	потолок	
$0.15Ra^{1/3}, 8 \cdot 10^6 \leq Ra$			
$0.27Ra^{1/4}, 10^{10} > Ra$ [12, 14]	$<0$	пол	—
$0.043Ra^{1/3}, 10^{10} \leq Ra$			
$0.27Ra^{1/4}, 10^{10} > Ra$	$>0$	потолок	
$0.043Ra^{1/3}, 10^{10} \leq Ra$			

Модель конвективной теплоотдачи от воды в приемке к полу предназначена для описания теплообмена между приемками в помещениях и поверхностью подлежащего пола в предположении неподвижной жидкой фазы. Результатом расчета данной модели является объемный источник/сток тепла  $Q_{wf}$  в воду приемка и плотность теплового потока  $q$  на границе теплового элемента. Число Нуссельта для естественной конвекции:

$$Ra_f = \frac{\rho_f^2 g \beta_f |T_w - T_f| \delta_f^3}{\mu_f^2} Pr_f, Nu_{free} = 0.54 Ra_f^{1/4}. \quad (37)$$

Коэффициент конвективной теплоотдачи:

$$\eta_{wf} = \frac{\lambda_f}{\delta_f} \max(Nu_{free}, 0.55). \quad (38)$$

В приведенных выше числах подобия  $\beta_f$  означает коэффициент теплового расширения жидкой фазы, толщина слоя воды  $\delta_f$  ограничена снизу величиной  $10^{-3}$  м, перенос энергии за счет излучения не учитывается.

Объемный источник тепла в воду приемка:

$$Q_{wf} = \frac{A_w \eta_{wf}}{\alpha_f Vol} (T_w - T_f). \quad (39)$$

### Интенсивность массообмена

Интенсивность объемной конденсации пара в помещениях 3О считается пропорциональной его переохлаждению относительно линии насыщения:

$$\Gamma_i = -\frac{k(T_{sv} - T_g)C_{p,v}\rho_v}{h_v - h_{fs}}, \quad k = \frac{|V_g|}{10}, \quad 1 \leq k < 10. \quad (40)$$

Параметр  $k$  с размерностью 1/с зависит от интенсивности течения газа в помещении. Для неявной аппроксимации интенсивности объемной конденсации на новый временной слой используется выражение (14) с функцией  $F(P, h_g, X_1, \dots, X_N)$ .

Интенсивность конденсации пара на поверхности, при наличии неконденсируемых газов, пропорциональна коэффициенту диффузии водяного пара  $D_v$  в атмосфере помещения. Поток массы конденсата в присутствии неконденсируемого газа рассчитывается следующим образом [9]:

$$\Gamma_w = D_v \eta_{conv} \frac{\rho_{vs}}{\lambda} \ln \frac{(1 - P_{vs} / P)}{(1 - P_v / P)}. \quad (41)$$

Плотность водяного пара на линии насыщения  $\rho_{vs}$  определяется по парциальному давлению пара в объеме помещения  $P_v$ , давление насыщенного водяного пара  $P_{vs}$  определяется по температуре стенки  $T_w$ . Коэффициент теплоотдачи

для случая чистого пара или незначительного количества неконденсируемого газа

$\eta_{conv}$  ограничивается сверху величиной  $\eta_{conv,max} = \frac{\lambda_f}{\delta}$ , что интерпретируется как диффузионное сопротивление пленки конденсата толщиной  $\delta$ , которая зависит от ориентации поверхности. Критерии Нуссельта вычисляются в блоке конвективного теплообмена. В качестве гидравлического диаметра используется характерный размер помещения.

Коэффициент диффузии одного компонента в смеси газов вычисляется по формуле [15]:

$$D_i = (1 - c_i) \cdot \left( \sum_{j=1}^{i-1} \frac{c_j}{D_{ij}} + \sum_{j=i+1}^N \frac{c_j}{D_{ij}} \right)^{-1}, \quad (42)$$

где  $D_i$  – коэффициент диффузии компонента  $i$  в смеси,  $\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ ;  $D_{ij}$  – коэффициент бинарной диффузии газа  $i$  в газе  $j$ ,  $\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ .

Коэффициент бинарной диффузии согласно [16] аппроксимирован выражением:

$$D_{ij} = 1.858 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{T^{1.5}}{P \Omega_D \sigma_{ij}^2} \sqrt{\frac{1}{M_i} + \frac{1}{M_j}}. \quad (43)$$

Характеристическое расстояние и интеграл столкновений для потенциала Леннарда-Джонса вычисляются по формулам из работы [16].

В табл. 3 приведены значения характеристических энергий и расстояний для стандартных газов модуля CONT\_TH. Как правило, для этих величин приводятся 3 значащие цифры, но в разных источниках обычно совпадают не более двух. Значения в таблице выбраны таким образом, чтобы с учетом приближений (42) и (43) для смесей  $H_2$ - $H_2O$ - $N_2$ - $O_2$  наилучшим образом соответствовать экспериментальным данным [17, 18, 19].

**Таблица 3.** Параметры потенциала Леннарда-Джонса

Газ	$H_2O$	$H_2$	Воздух	He	Ar	$O_2$	$N_2$	Xe
$\sigma, \text{\AA}$	2.63	2.95	3.62	2.58	3.44	3.35	3.67	4.05
$\varepsilon/k_B, K$	506	35	97	10.2	120	107	90	231

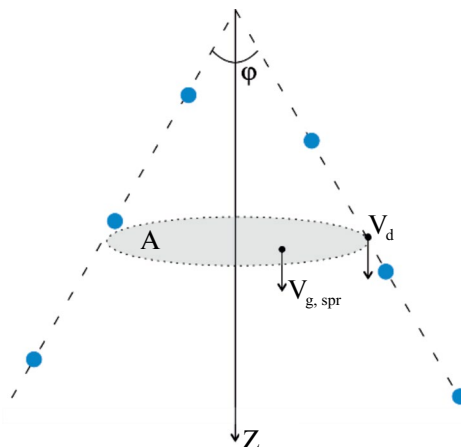
### *Модель спринклерной системы*

Модель спринклерной системы разработана для расчета следующих параметров для каждого из помещений, в которые поступают капли:

- интегральный поток тепла между спреем и газовой атмосферой;
- интегральный поток массы пара между спреем и газовой атмосферой;
- интегральный поток тепла между стенами и каплями, попадающими на них;
- импульс, передаваемый газовой фазе при торможении капель.

Импульс, передаваемый в газовую фазу, позволяет получить среднеобъемную скорость движения газа в помещении и, по аналогии с выражением (28), использовать ее при расчете перемешивания газовой фазы за счет члена с  $\Delta P_{mom}$  в уравнении (21). За базовую переменную взято время движения капли, изменяющееся от нуля до момента соприкосновения с полом последнего помещения по пути движения.

Система уравнений (44) связывает импульс капли, координату, массу и полную энтальпию капли (рис. 2):



**Рис. 2.** Движение спринклерной капли.

$$\begin{aligned}\frac{d(M_d V_d)}{dt} &= F_{grav} - F_{fr}, \quad \frac{dz}{dt} = V_d \cos \frac{\varphi}{2}, \\ \frac{d(M_d)}{dt} &= G_{surf}, \quad \frac{d(H_d)}{dt} = Q_{surf} + Q_{conv}.\end{aligned}\quad (44)$$

Капля, в силу малости размера, представляется в виде шара, взаимодействие между каплями не учитывается. Связь радиуса капли с ее объемом  $\Omega$ , площадью поверхности  $S$ , поперечным сечением, массой и полной энтальпией выражается следующим образом:

$$\Omega_d = \frac{4}{3}\pi R_d^3, \quad S_d = 4\pi R_d^2, \quad A_d = \pi R_d^2, \quad M_d = \rho_d \Omega_d, \quad H_d = \rho_d h_d. \quad (45)$$

Сила тяжести, действующая на каплю (в большинстве случаев угол  $\varphi$  достаточно мал и для упрощения дальнейших уравнений будем полагать, что действие силы тяжести всегда направлено вдоль линии движения капли):

$$F_{grav} = (\rho_d - \rho_g) \cdot g \cdot \Omega_d. \quad (46)$$

Сила трения о газ для случая витания (движение в турбулентной среде), может быть представлена в виде:

$$F_{fr} = C_d \cdot A_d \cdot \frac{1}{2} \rho_g (V_d - V_{g,spr})^2, \quad (47)$$

где  $V_{g,spr}$  — скорость газа в спринклерном конусе, м·с<sup>-1</sup>;  $C_d$  — коэффициент

сопротивления, значение которого зависит от числа Рейнольдса для капли

$Re_d = 2R_d |V_d - V_{g,spr}| \frac{\rho_g}{\mu_g}$ , и рассчитывается по зависимостям, предложенным в [20].

Число Шмидта для капли определяется через число Нуссельта  $\frac{Sh_d}{Nu_d} = \left( \frac{\lambda_g}{D_v C_{p,g}} \right)^{1/3}$ , которое, согласно [21], можно выразить следующим образом:

$$Nu_d = 2.0 + 0.47 Re_d^{0.5}. \quad (48)$$

Поток массы пара за счет конденсации или испарения вычисляется:

$$G_{surf} = -D_v (\rho_{vs,d} - \rho_v) Sh_d \frac{2A_d}{R_d}, \quad (49)$$

где плотность пара на линии насыщения  $\rho_{vs,d}$  определяется по температуре поверхности капли  $T_d$ .

Вычисление коэффициента диффузии водяного пара  $D_v$  аналогично приведенному выше случаю пристеночной конденсации. Соответствующие потоки тепла

к капле за счет потока массы и конвективного теплообмена с газом соответственно определены как:

$$Q_{surf} = G_{surf} h_v, \quad Q_{conv} = \lambda_g (T_g - T_d) Nu_d \frac{2A_d}{R_d}. \quad (50)$$

Тепловым потоком за счет переизлучения капли с окружающим газом и изменением плотности воды с изменением температуры пренебрегаем в силу относительно малости.

Скорость изменения радиуса капли во времени за счет массообмена рассчитывается из потока массы пара:

$$\frac{dR_d}{dt} = -2D_v \cdot Sh_d \cdot \frac{\rho_{vs,d} - \rho_v}{\rho_d R_d}. \quad (51)$$

В [22] предлагается для средней температуры капли брать полусумму между температурой в центре капли и на ее поверхности. Но более точным приближением будет значение температуры в точке  $\sqrt[3]{0,5}$  радиуса, отделяющей половину объема капли. В предположении малости внутренних конвективных потоков в капле из-за ее размера будем полагать, что перенос тепла в жидкости молекулярный и по балансу тепловых потоков за счет конвекции и массопереноса для средней температуры капли  $\bar{T}_d$  получим:

$$\lambda_f \frac{(\bar{T}_d - T_d)}{1 - \sqrt[3]{0,5}} = - \frac{Q_{surf} + Q_{conv}}{2A_d}. \quad (52)$$

Для расчета средней скорости газа  $V_{g,spr}$  внутри спринклерного конуса сделаем предположение, что весь импульс капли передается газовой фазе, тогда из закона сохранения импульса следует:

$$G_{spr,0} V_{d,0} - G_{spr} V_d = \pi \left( z \tan \frac{\Phi}{2} \right)^2 \cdot \rho_g \cdot V_{g,spr}^2, \quad (53)$$

где  $V_{d,0}$  – начальная скорость капли, определяемая по расходу, диаметру сопла и коэффициенту истечения  $\xi$ :

$$V_{d,0} = \frac{G_{spr}}{\rho_d} \cdot \frac{4}{\pi D_{nozle}^2} \cdot \frac{1}{\xi}. \quad (54)$$

Приток массы газа в конус распыла спринклера согласно (53) может ограничивать поступление пара к поверхности капель и, соответственно, вводить ограничение на скорость его конденсации (49) через эффективное уменьшение коэффициента диффузии пара.

Система уравнений (44) интегрируется по времени, ограничением на шаг интегрирования являются: предельные изменения скорости капли, ее массы или температуры. Значение скорости газа в спринклерном конусе берется в явном виде согласно (53). Интегральные значения потоков массы и энергии в помещениях определяются на основании диапазона высот и количества капель, пролетающих эти помещения в единицу времени.

Если необходимо учитывать взаимодействие спринклера со стенкой, то в каждом помещении выделяется одна тепловая структура, на которую попадает заданная пользователем доля от всех капель  $\theta$ . При соударении со стенкой в помещении  $j$  (предполагается, что это происходит в самой нижней точке помещения) капли принимают температуру стенки и мгновенно перемещаются в поток. Соответствующий тепловой поток в стенку составит:

$$Q_{wj,spr} = \theta_j G_{spr} (z) (h_d - h_{f,wj}). \quad (55)$$

Отметим, что в этом случае поток спринклерных капель в (53) зависит не только от изменения их массы, но и от их количества. Среднеобъемная скорость газа за счет передачи импульса от спрея составит:

$$V_{g,j} = 2\pi \left( z_j \tan \frac{\varphi}{2} \right)^2 \cdot \rho_{gj} \cdot V_{g,spr,j} \left( \frac{D}{Vol} \right)_j. \quad (56)$$

### Моделирование других систем

Для моделирования взаимодействия водорода с кислородом используются следующие балансные соотношения:

$$\frac{dM_{H_2}}{dt} = -G_{rec}, \quad \frac{dM_{O_2}}{dt} = -8G_{rec}, \quad \frac{dM_v}{dt} = 9G_{rec}. \quad (57)$$

Скорость рекомбинации  $G_{rec}$  задается пользователем и может зависеть от произвольного числа параметров. Это позволяет использовать модель и для расчета горения водорода в адиабатическом изохорном приближении. Тепловыделение в газовую фазу принято равным 120 МДж на 1 кг водорода.

Для описания функционирования вентиляционной системы в каждой из линий связи пользователь может установить массовый расход тазовой фазы, зависящий от произвольного количества параметров. Таким образом, уравнение (21) преобразуется к виду:

$$\dot{\rho}_m V_{gm}^* A_m = G_m. \quad (58)$$

Для ограничения расхода парогазовой смеси при достижении потоком скорости звука в уравнение (21) вводится эффективное сопротивление  $k_{crit} > k_w + k_{local}$ . Массовая скорость  $J_{g,crit}$  для смеси газов вычисляется с использованием эквивалентного показателя адиабаты  $\gamma$  с использованием донорных концентраций компонентов газовой фазы:

$$J_{g,crit} = \psi \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{1/\gamma - 1} \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma + 1} \dot{P} \dot{\rho}_g}, \quad \gamma = \frac{\frac{\dot{c}_v \gamma_v}{\gamma_v - 1} + \sum_{n=1}^N \frac{\dot{c}_n \gamma_n}{\gamma_n - 1}}{\frac{\dot{c}_v}{\gamma_v - 1} + \sum_{n=1}^N \frac{\dot{c}_n}{\gamma_n - 1}}. \quad (59)$$

Коэффициент истечения  $\psi$  для отверстий принимается равным 0.82 (острая кромка), а для более длинных каналов — учитывает трение о стенку. Критический

расход наступает при условии перепада давлений между помещениями более  $\frac{J_{g,crit}^2}{2\dot{\rho}_g}$ , уравнение сохранения импульса для связи  $m$  записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \tau \frac{\rho_j \Delta z_k + \rho_k \Delta z_j}{\Delta z_k + \Delta z_j} (V_{gm}^* - V_{gm}) + \tau \frac{P_k^* - P_j^*}{\Delta z_k + \Delta z_j} + \tau \frac{\Delta P_{mom}}{\Delta z_k + \Delta z_j} + \tau \frac{\Delta P_{den}}{\Delta z_k + \Delta z_j} = \\ = \tau (k_{crit}) V_g^* - \tau g \frac{(\rho_{gk} (H_k - H_m) + \rho_{gj} (H_m - H_j))}{\Delta z_k + \Delta z_j}, \\ k_{crit} = \frac{|P_k - P_j| \dot{\rho}_g}{J_{g,crit,m}} \frac{2}{\Delta z_k + \Delta z_j}. \end{aligned} \quad (60)$$

Источники массы задаются независимо от источников энергии, что позволяет рассчитывать поступление в помещение перегретой жидкости и переохлажденного пара относительно линии насыщения. Поступающая вода мгновенно смешивается с водой на полу помещения, а парогазовая смесь — с газовой фазой помещения. Например, для баланса массы и энергии жидкой фазы за счет источника получим:

$$\frac{dM_f}{dt} = G_{f,src}, \quad \frac{dh_f}{dt} = h_f + \frac{G_{f,src} h_{f,src}}{M_f}. \quad (61)$$

## РАСЧЕТ СВОЙСТВ ВОДЫ, ВОДЯНОГО ПАРА И НЕКОНДЕНСИРУЕМЫХ ГАЗОВ

Используемые уравнения состояния воды и водяного пара вместе с расчетом производных по определяющим величинам приведены в таблицах 4 и 5.

Для расчета поверхностного натяжения воды, вязкости и теплопроводности используются полиномиальные зависимости, отклонения от данных [24] в стабильной области не превышают 1÷2%.

В модели неконденсируемые газы удовлетворяют уравнению состояния идеального газа:

$$\rho(P, h) = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{P}{h}, \quad h(T) = C_p T, \quad P(\rho, T) = C_p \frac{\gamma - 1}{\gamma} \rho T. \quad (62)$$

Параметры уравнений состояния для стандартных газов модуля приведены в табл. 6. Отметим, что коэффициент адиабатического сжатия не является теоретической величиной. Он получен автором из наилучшего соответствия расчетной плотности (62) экспериментальным значениям в области давлений  $10^5 \div 10^6$  Па и температур 250÷1250 К в предположении постоянной теплоемкости. Теплоемкость соответствует среднему значению в интервале 300÷600 К. Отметим, что из-за



**Таблица 4.** Уравнения состояния водяного пара

Уравнение состояния	Способ вычисления
$\rho = \rho(P, T)$	В диапазоне давлений от 1000 Па до 19 МПа – полиномиальный, вне диапазона – кусочно-линейный в соответствии с данными [23]. Зависимость экстраполируется в метастабильную область с условиями $\frac{\partial \rho}{\partial T} < 0, \frac{\partial \rho}{\partial P} > 0$
$h = h(P, T)$	Полиномиальная поправка по температуре и давлению относительно кусочно-линейной энтальпии на линии насыщения в соответствии с данными [23]. Выше 1400 К учитывается частичная диссоциация. Зависимость экстраполируется в метастабильную область с условием $\frac{\partial h}{\partial T} > 0$ .
$h_s = h_s(P)$	Последовательный расчет $T_s = T_s(P)$ и интерполяция по температуре кусочно-линейной функции $h_s(T_s)$ , полученной по данным [23]
$T_s = T_s(P)$	Интерполяция по температуре кусочно-линейной функции $P_s(T)$ по данным [23]
$T = T(P, h)$	Итерационный по температуре с использованием $h = h(P, T)$

**Таблица 5.** Уравнения состояния воды

Уравнение состояния	Способ вычисления
$\rho = \rho(P, T)$	Полиномиальная поправка по температуре и давлению относительно кусочно-линейной плотности на линии насыщения в соответствии с данными [23]. Зависимости экстраполируются в метастабильную область с условиями $\frac{\partial \rho}{\partial T} < 0, \frac{\partial \rho}{\partial P} > 0$
$h = h(P, T)$	Полиномиальная поправка по температуре и давлению относительно кусочно-линейной энтальпии на линии насыщения в соответствии с данными [23]. Зависимость экстраполируется в метастабильную область с условием $\frac{\partial h}{\partial T} > 0$
$h_s = h_s(P)$	Последовательный расчет $T_s = T_s(P)$ и $h_s = h_s(T_s)$
$T = T(P, h)$	Итерационный по температуре с использованием $h = h(P, T)$

неидеальности газов показатель адиабаты может быть как выше, так и ниже теоретического значения.

**Таблица 6.** Параметры уравнений состояния идеального газа

Газ	H <sub>2</sub>	Воздух	He	Ar	O <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	Xe
C <sub>p</sub> , Дж/кг К	14533	1005	5193	521	940	1050	158
γ	1.396	1.38	1.6667	1.6667	1.37	1.39	1.6667

Для расчета вязкости идеальных газов используются полиномиальные зависимости второго порядка по температуре, для расчета теплопроводности – степенная зависимость с показателем от 0.67 до 0.88 в зависимости от газа.

Для определения  $\rho_g$ ,  $T_g$ ,  $\rho_v$ ,  $P_v$  и их производных, через  $P$ ,  $h_g$ ,  $X_1...X_N$  используется система:

$$\rho_g = \rho_v + \rho_g \sum_{n=1}^N X_n; h_g \rho_g = \rho_v h_v + \rho_g \sum_{n=1}^N X_n h_n; P = P_v + \sum_{n=1}^N P_n$$

$$\rho_v = \rho_v(P_v, h_v); h_v = h_v(P_v, T_g); P_n = h_n \rho_g X_n \frac{\gamma_n}{\gamma_n - 1}; h_n = C_{p,n} T_g. \quad (63)$$

Здесь  $C_{p,n}$  теплоемкость неконденсируемого газа  $n$ . Система линейризуется с использованием производных плотности водяного пара по давлению и энтальпии, энтальпии водяного пара по давлению и температуре и аппроксимации величин на новый временной слой:

$$\rho_g^* h_n^* = \rho_g^* h_n^* + \rho_g^* h_n - \rho_g h_n, \quad \rho_g^* T_g^* = \rho_g^* T_g^* + \rho_g^* T_g - \rho_g T_g. \quad (64)$$

Теплоемкость смеси пара с неконденсируемыми газами определяется через массовые доли компонентов и их теплоемкости:

$$C_p = C_{p,v} \left( 1 - \sum_{n=1}^N X_n \right) + \sum_{n=1}^N C_{p,n} X_n. \quad (65)$$

Динамическая вязкость смеси вычисляется по формуле, которая является аппроксимацией точного решения на основе строгой кинетической теории Чэмпмена-Энскога для случая низких давлений [16], параметры  $\Phi_{nm}$  вычисляются на основе аппроксимации Вильке:

$$\mu = \sum_{n=0}^N \frac{c_n \mu_n}{\sum_{m=0}^N c_n \Phi_{nm}}, \quad \Phi_{nm} = \frac{\left[ 1 + \sqrt{\mu_n / \mu_m} \left( M_m / M_n \right)^{0.25} \right]^2}{\sqrt{8 \left( 1 + M_n / M_m \right)}}. \quad (66)$$

где  $n=0$  и  $m=0$  для упрощения записи соответствует водяному пару,  $M_n$  – молярная масса  $n$ -ого компонента, кг/моль. Отклонение вязкости смеси, рассчитанной по этой

формуле, от измерений составляет меньше 2% даже для смесей, содержащих полярные газы.

Теплопроводность смеси при низких давлениях вычисляется по формуле Васильевой [16],  $A_{ij}$  вычисляется на основе модификации Линдсея и Бромли:

$$\lambda = \sum_{n=0}^N \frac{c_n \lambda_n}{\sum_{m=0}^N c_m A_{nm}}, \quad A_{nm} = \left( 1 + \sqrt{\frac{\mu_n}{\mu_m} \left( \frac{M_m}{M_n} \right)^{3/4} \frac{T + S_n}{T + S_m}} \right) \frac{T + S_{nm}}{4(T + S_n)}, \quad (67)$$

где  $S_n$  — постоянная Сюзерленда для  $n$ -ого компонента, которая может быть оценена по эмпирической формуле  $S_n = 1.5 \cdot T_{b,n}$ , где  $T_{b,n}$  — температура кипения  $n$ -ого компонента при нормальных условиях, К;  $S_{nm} = C_S \sqrt{S_n \cdot S_m}$  — постоянная взаимодействия Сюзерленда,  $C_S = 1$  для случая, когда оба компонента являются неполярными газами и  $C_S = 0.733$  если один из двух компонентов является полярным газом [25]. Данная формула обеспечивает среднее отклонение от измерений ~3% для неполярных смесей и ~5% для случая полярно-неполярных смесей.

## РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ И РАСЧЕТНЫЙ ШАГ

Система уравнений (7)–(12) с учетом пространственной аппроксимации (19)–(21) является простой и легко разрешимой системой разностных уравнений. Но она является неконсервативной с точки зрения сохранения массы в силу того, что с одной стороны плотность газовой фазы определяется по уравнению (15), с другой стороны является функцией базовых переменных — давления, энтальпии и состава газовой фазы:

$$\rho_g^* = \rho_g(P_g^*, h_g^*, X_1^* \dots X_N^*),$$

$$\rho_g^* \neq \rho_g + \frac{\partial \rho_g}{\partial P}(P^* - P) + \frac{\partial \rho_g}{\partial h_g}(h_g^* - h_g) + \sum_{n=1}^N \frac{\partial \rho_g}{\partial X_n}(X_n^* - X_n). \quad (68)$$

Это требует расчета погрешности массы в каждой расчетной ячейке и на каждом шаге интегрирования по времени. Если погрешность на шаге превышает определенное значение, то производится пересчет шага с уменьшением величины счетного шага. Погрешность сохранения массы газовой фазы на единицу объема:

$$\Delta_g = \alpha_g^* \left( \rho_g - \rho_g(P_g^*, h_g^*, X_1^* \dots X_N^*) \right) -$$

$$- \alpha_g \left( \frac{\partial \rho_g}{\partial P}(P^* - P) + \frac{\partial \rho_g}{\partial h_g}(h_g^* - h_g) + \sum_{n=1}^N \frac{\partial \rho_g}{\partial X_n}(X_n^* - X_n) \right). \quad (69)$$

Эта погрешность затем используется а качестве дополнительного источника массы  $S(\Delta_g)$  в уравнении (7). Относительная погрешность массы газовой фазы:

$$\delta_g = \max_k \frac{2|\Delta_{gk}|}{(\rho_{gk} + \rho_{gk}^*)} \quad (70)$$

Для контроля сохранения массы неконденсируемых газов и жидкой фазы используется процедура, аналогичная процедуре, описанной выше.

Для установления границ возможного шага интегрирования используется относительная погрешность массы газовой фазы  $\delta = \max(\delta_g, \delta_f, \delta_1 \dots \delta_N)$ , шаг уменьшается если  $\delta > \delta_{\max}$  и может быть увеличен если  $\delta < \delta_{\min}$ .

На рис. 3 показаны основные этапы расчетного шага интегрирования модуля CONT\_TH. Расчет датчиков системы контроля и управления обеспечивает не только данные для граничных условий, но и необходимую пользователю расчетную информацию. Взаимодействие с другими модулями кода СОКРАТ осуществляется в явном виде по состоянию на начало шага. Начальное значение шага интегрирования получается из результатов расчета предыдущего шага с учетом задаваемых пользователем границ. Оно может быть скорректировано в случае выхода базовых переменных за рамки допустимых значений или резкого изменения их значений, нефизичных или резко изменившихся значений вторичных параметров (температуры и плотности фаз).



Рис. 3. Расчетный шаг модуля CONT\_TH.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модель реализована в составе ПрЭВМ СОКРАТ-B1/B2 в виде модуля CONT\_TH и аттестована для расчета противодавления в 3О при моделировании протекания тяжелой аварии на РУ ВВЭР в связанной постановке, а также для расчета распределения водородосодержащих смесей по помещениям 3О для оценок предельного давления в условиях их адиабатического сгорания. Совместно с модулем CONT\_FP кода СОКРАТ-B3 обеспечивает расчет динамики поведения аэрозолей в 3О.

К преимуществам модуля CONT\_TH по сравнению с другими расчетными кодами с сосредоточенными параметрами можно отнести:

- единый алгоритм расчета свойств воды, водяного пара и неконденсируемых газов с моделью контурной гидравлики ПрЭВМ СОКРАТ;
- общий язык описания входных наборов;
- преимущественное использование автомодельных или слабо зависящих от характерного размера замыкающих соотношений, что упрощает построение расчетных схем;
- возможность моделировать различное оборудование (в том числе пассивные системы безопасности);
- низкие затраты процессорного времени.

Количественные возможности модели, в том числе при работе систем безопасности ЗО, используемых для смягчения последствий ТА, будут обсуждены в следующей статье автора.

Модель при незначительной адаптации может быть применена для расчета параметров ЗО РУ с водяным теплоносителем в составе других интегральных кодов.

#### **Список обозначений:**

$A, \text{м}^2$	Площадь (стена или проходное сечение)
$B, \text{К}^{-1}$	Температурный коэффициент объемного расширения
$c$	Объемная концентрация
$C, \text{Дж} \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$	Удельная теплоемкость
$G, \text{кг} \cdot \text{с}^{-1}$	Массовый расход
$g, \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$	Ускорение свободного падения
$H, \text{м}$	Относительная высота
$h, \text{Дж} \cdot \text{кг}^{-1}$	Удельная энтальпия
$\eta, \text{Дж} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$	Коэффициент теплоотдачи
$k, \text{Дж} \cdot \text{м}^{-5} \cdot \text{с}$	Коэффициент сопротивления
$M, \text{кг}$	Масса
$N$	Число используемых неконденсируемых газов
$S, \text{кг} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$	Интенсивность объемного источника (стока) массы
$P, \text{Па}$	Давление
$Q, \text{Дж} \cdot \text{м}^{-3} \cdot \text{с}^{-1}$	Удельное энерговыведение
$q, \text{Дж} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{с}^{-1}$	Плотность теплового потока
$T, \text{К}$	Температура
$t, \text{с}$	Время
$V, \text{м} \cdot \text{с}^{-1}$	Скорость
$\text{Vol}, \text{м}^3$	Объем
$x, \text{м}$	Координата по нормали к поверхности стенки
$X$	Массовая концентрация
$z, \text{м}$	Координата вдоль линии течения газа
$\alpha$	Объемная доля
$\rho, \text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$	Плотность

$\Gamma$ , $\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}\cdot\text{с}^{-1}$	Интенсивность пограничного источника массы
$\gamma$	Показатель адиабаты неконденсируемого газа
$\lambda$ , $\text{Дж}\cdot\text{м}^{-1}\cdot\text{с}^{-1}\cdot\text{К}^{-1}$	Теплопроводность
$\mu$ , $\text{Па}\cdot\text{с}$	Динамическая вязкость
$\tau$ , с	Временной шаг
$\chi$ , $\text{Дж}\cdot\text{м}^{-4}$	Удельная сила трения
<b>верхний индекс</b>	
'	величина определена в источнике
.	величина определена донорным методом
*	значение в конце шага (верхний временной слой)
<b>нижний индекс</b>	
d	капля
den	плотность
f	жидкая фаза
g	газовая фаза
i	межфазная граница
inj	источник
j, k	расчетные ячейки (помещения)
local	местное сопротивление
m	гидравлическая связь
mom	импульс
n	неконденсируемый газ
rec	рекомбинатор водорода
s	состояние насыщения по температуре
spr	спринклер
v	водяной пар
w	стенка

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bolshov L. A., Dolganov K. S., Kiselev A. E., Strizhov V. F.* Results of SOCRAT code development, validation and applications for NPP safety assessment under severe accidents, *Nuclear Engineering and Design*, V. 341, 2019, P. 326–345.
2. Аттестационный паспорт программы для ЭВМ СОКРАТВ1/В2, № 564, Москва: Федеральная служба по экологическому, технологическому и атомному надзору (Ростехнадзор), 2022.
3. *Лабунцов Д. А., Ягов В. В.* Механика двухфазных систем: Учебное пособие для вузов – М.: Издательство МЭИ, 2000.
4. *Caretto L.S., Gosman A.D., Patankar S.V., Spalding D.B.* Two calculation procedures for steady, three-dimensional flows with recirculation. In: Cabannes, H., Temam, R. (eds) *Proceedings of*

- the Third International Conference on Numerical Methods in Fluid Mechanics. Lecture Notes in Physics, vol 19. Springer, Berlin, Heidelberg, 1973.
5. *Wang J., Cao X., Meng Z., Ding M.* A Hybrid Semi-implicit Method of 1D Transient Compressible Flow for Thermal-Hydraulic Analysis of (V)HTR Gas Turbine Systems. *Frontiers Media S.A.*, series: *Frontiers in Energy Research*. 2018.
  6. *Самарский А. А., Николаев Е. С.* Методы решения сеточных уравнений. – Москва: Наука, 1978.
  7. *Кириллов П.Л., Юрьев Ю.С., Бобков В.П.* Справочник по теплогидравлическим расчетам. М.: Энергоатомиздат, 1990.
  8. *Sparrow E.M., Eichhorn R. and Gregg J.L.* Combined Forced and Free Convection in a Boundary Layer Flow, *The Physics of Fluids*, Vol. 2, No. 3, pp. 319–328, 1959.
  9. MELCOR Computer Code Manuals Rev.2, Vol.2. NUREG/CR-6119, 2000.
  10. Ачеркан Н.С. Справочник машиностроителя. Том 2, Москва, 1955.
  11. Ермолаев А.А. Теоретические основы теплотехники. Государственное энергетическое издательство, Москва 1957.
  12. *The Electronics Handbook*, Second Edition, Editor: Jerry C. Whitaker, Technical Press, Morgan Hill, California, USA, 2005 ISBN: 9780849318894.
  13. *Кутателадзе С.С.* Теплопередача и гидродинамическое сопротивление, Москва: Энергоатомиздат, 1990.
  14. *Lloyd J.R., Moran W.R.* Natural Convection Adjacent to Horizontal Surface of Various Planforms, *J. Heat Transfer* 96, 1974.
  15. *Бершнайдер С.* Свойства газов и жидкостей, Москва: “Химия”, 1966, 537 с.
  16. *Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т.* Свойства газов и жидкостей, 3-е издание, Ленинград: “Химия”, 1982, 592 с.
  17. *Hirschfelder J.O., Bird R.B., Spotz E.L.* The transport properties of gases and gaseous mixtures. Naval Research Laboratory, University of Wisconsin, Madison, Wisconsin 1948.
  18. *Mason E.A., Monchick L.* Transport Properties of Polar Gas Mixtures. *The Journal of Chemical Physics*, vol. 36, 1962.
  19. *Paganelli C.V., Kurata F.K.* Diffusion of water vapor in binary and ternary gas mixtures at increased pressures. *Respiration Physiology*, vol. 30, 1977.
  20. *Рогов В.П.* Коэффициент сопротивления частиц и капель. Научные труды Дальрыбвтуза, 19, Владивосток 2007.
  21. *Melissari B.B., Argyropoulos S.A.* Development of a heat transfer dimensionless correlation for spheres immersed in a wide range of Prandtl number fluids. *Int. J. of Heat and Mass Transfer*, vol. 48, 2005.
  22. *Пажу Д.Г., Галустов В.С.* Основы техники распыливания жидкостей. Москва, Химия 1984.
  23. Revised Release on the IAPWS Industrial Formulation 1997 for the Thermodynamic Properties of Water and Steam, IAPWS R7-97 2012.
  24. *Wagner W., Kretzschmar H.J.* International Steam Tables. Second Edition. Springer, 2008.
  25. *Lindsay A.L., Bromley L.A.* Thermal Conductivity of Gas Mixtures, *Industrial and Engineering Chemistry*, 1950, Vol. 42, No. 8, pp. 1508–1511.

---

## **Model for Integral Codes for Calculating Containment Thermohydraulics in Severe Accidents at Nuclear Power Plants with a Water Coolant**

**D. Yu. Tomashchik\***

*Nuclear Safety Institute of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

*\*e-mail: tdyu@ibrae.ac.ru*

The article describes a model for calculating the containment thermal in severe accidents at nuclear power plants with a water coolant. The model is implemented in the SOCRAT integral code in the form of a CONT\_TH module, which allows performing self-consistent calculation of parameters in a VVER reactor plant and a containment during a severe accident. In conjunction with other modules of the SOCRAT code, a realistic calculation of the transfer of radioactive substances to the containment is provided, which is necessary to calculate source term into the environment when justifying the safety of nuclear power plants, including probability safety assessment level 2. With a slight adaptation, the model can be used to calculate the parameters of containment in a water-cooled NPP as part of other integral codes.

**Keywords:** containment, model, thermohydraulics, pressure, temperature, noncondensable gases, spray, SOCRAT code, nodalization scheme



УДК 621.56

## НАУЧНЫЕ ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ СОВМЕСТНЫХ ПРОЦЕССОВ ПУЗЫРЬКОВОГО КИПЕНИЯ ФРЕОНА И ЕГО ДВИЖЕНИЯ В ЗМЕЕВИКЕ

© 2024 г. А. А. Ковалев, Я. С. Болков, К. В. Осинцев,  
О. Ю. Корнякова\*

*Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)", Челябинск, Россия*

*\*e-mail: korniakovaoi@susu.ru*

Поступила в редакцию: 13.03.2024 г.

После доработки 16.09.2024 г.

Принята к публикации 20.09.2024 г.

Рассмотрены совместные процессы пузырькового кипения и движения хладагента в трубках теплового насоса. В качестве дополнительной поверхности нагрева использован змеевик, расположенный на тыльной стороне фотоэлектрической панели (ФЭП). Создана математическая модель теоретического определения температуры на фронтальной поверхности ФЭП, охлаждаемой фреоном в змеевике с тыльной стороны. Особенностью численного моделирования пузырькового кипения фреона в змеевике оказалась недостаточно подробная изученность процесса и отсутствие ссылок на полученные результаты в более ранних работах. Уточнены граничные условия и допущения при численном моделировании процесса пузырькового кипения фреона R407C, сравнены результаты с теоретически найденными значениями, которые в дальнейшем применяются при проектировании энерготехнологического комплекса, состоящего из теплового насоса и фотоэлектрической панели. Математическая модель теоретического расчета температуры ФЭП и методика построения численной модели пузырькового кипения фреона как часть методологии проектирования энерготехнологических комплексов на основе возобновляемых источников энергии представлены впервые.

*Ключевые слова:* пузырьковое кипение, фреон, фотоэлектрическая панель, охлаждение, энерготехнологический комплекс, тепловой насос, опреснительный комплекс

**DOI:** 10.31857/S0002331024060028

Универсальных методов расчета коэффициента теплоотдачи или универсального описания теплофизической картины кипения в потоке жидкости не существует, но создано множество эмпирических методов для различных хладонов в условиях

невысоких значений давления (до 2...4 атм) и массовых расходов, а также выведены специальные формулы расчета теплоотдачи на малые каналы (диаметром от 1 мм и выше) и на строго приведенные значения давления [1–5].

В качестве рабочего тела для исследования выбран фреон R407C. Его термодинамические свойства близки к распространенному R22, при этом он не содержит хлора, негорючий, нетоксичный. Особенностью при исследовании являлся способ нагрева фреона – дополнительный нагреватель в виде змеевика, установленного на тыльной стороне фотоэлектрической панели, рис. 1.

#### 1. Принятые допущения:

– Парожидкостная смесь. Конденсат перед подачей в испаритель подвергается дросселированию. При этом наряду со снижением давления с достаточной точностью можно задаться постоянством энтальпии:

$$i_1 = i_2. \quad (1)$$

Процесс дросселирования на  $\ln P$ - $i$  диаграмме для выбранного хладагента представлен на рис. 2 ниже в процессе 3–4.

Принимая необходимый перепад давления при известных температурах конденсации и испарения, возможно рассчитать степень сухости пара в точке 4, соответствующей состоянию фреона на входе в испаритель. Степень сухости по заданным условиям равна  $x = 0.4$ . Таким образом, в качестве обязательного граничного условия задается доля в 40% массового расхода для пара.

– Кипение. Течение происходит в трубке диаметром 5 мм. Принимается, комбинация пузырькового и пленочного кипения. При кипении и испарении жидкости на стенках образуются пузырьки, которые быстро схлопываются и образуют тонкую пленку жидкости, когда пара становится достаточно много в сечении канала.

– Режим течения. Такой режим течения соответствует форме смеси, в которой пар образует ядро потока, при этом фаза жидкости протекает в виде пленки на поверхности стенки. Течение парожидкостной смеси в эмульсионном режиме до испарителя, что характерно для начальной стадии парообразования. Ввиду увеличения расхода пара, что видно из диаграммы на рис. 2, до доли 0.4, пузырьки склонны к скоплению и слипанию в потоке в более крупные.

Предполагалось, что эмульсионный режим будет преобладать на всем участке вплоть до образования паровых снарядов, то есть крупных паровых пробок (рис. 3а). В результате компьютерного моделирования в изначальной постановке задачи была получена схожая картина. На рис. 3б представлено распределение доли жидкости (красный цвет) и паровых пробок (градиент до синего) в сечении трубки. Такой картины удалось достичь исходя из соображений ниже.

Интенсивное испарение жидкости по границам сухих пятен (центров парообразования) взято в качестве определяющего механизма пузырькового кипения. Расчет с учетом данного фактора объясняет чрезвычайно высокую интенсивность теплообмена при пузырьковом кипении. В результате рассмотрения физической модели и обобщения экспериментальных данных для расчета теплоотдачи принимается аналитическая формула:



Рис. 1. Проектируемый экспериментальный стенд.

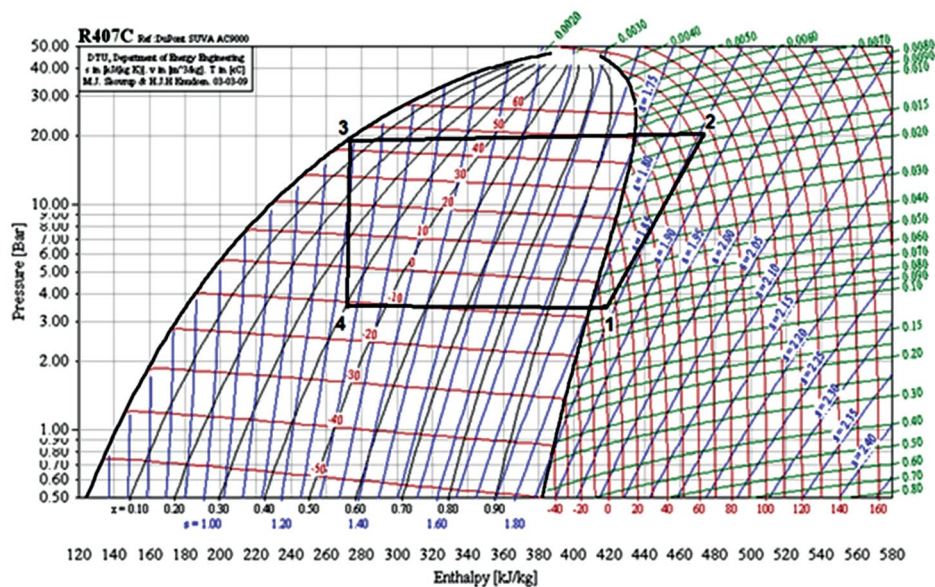


Рис. 2. Цикл теплового насоса на  $\ln(P)$ - $i$  диаграмме.

$$q_{\text{кип}} = 3.43 \cdot 10^{-4} \frac{\lambda^2 \Delta T_{\text{н}}^3}{\nu \sigma T_{\text{н}}} \left[ 1 + \frac{(h_{\text{в}} - h_{\Delta})(\Delta T_{\text{н}})^2}{2R_i T_{\text{н}}} \right] (1 + \sqrt{1 + 800B} + 400B), \quad (2)$$

$$B = \frac{(h_{\text{в}} - h_{\Delta})(\rho_{\text{в}} \nu)^{1,5}}{\sigma (\lambda T_{\text{н}})^{0,5}}. \quad (3)$$

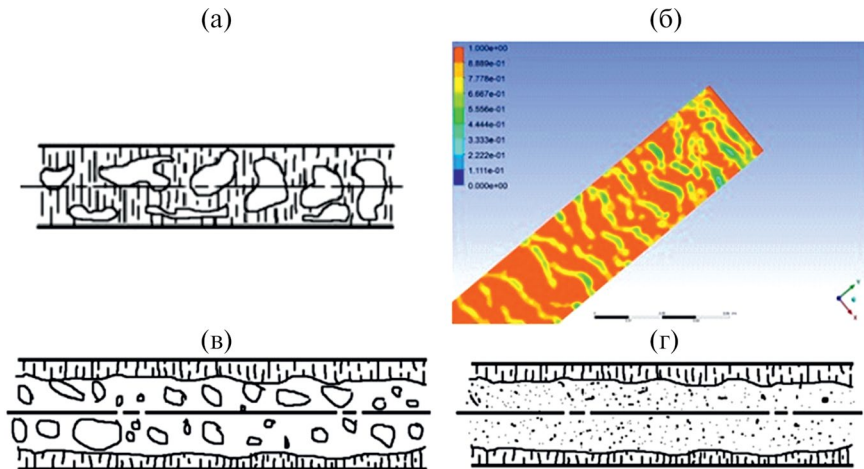
где  $\rho_{\text{г}}$ ,  $\nu$ ,  $\lambda$ , и  $\sigma$  – параметры жидкого фреона;  $R_i$  – газовая постоянная для пара фреона;  $\Delta T_{\text{н}}$  – перепад между температурой стенки и жидкостью; все параметры берутся при температуре насыщения.

Теплоотдача при кипении в потоке жидкости рассчитывается как комбинация конвективного теплообмена и теплообмена кипением с преобладанием последнего:

$$q = q_{\text{конв}} + q_{\text{кип}}. \quad (4)$$

Итоговое критериальное уравнение подобия принимает вид:

$$Nu = \frac{Re Pr (\xi/8)}{1 + 900/Re + 12,7 (\xi/8)^{0,5} (Pr^{0,67} - 1)}. \quad (5)$$



**Рис. 3.** (а) Эмульсионный режим течения парожидкостной смеси; (б) Доля жидкостной фазы в сечении трубки; (в) Кольцевой режим течения (пар внутри жидкости); (г) Дисперсный режим течения (капли внутри пара).

## 1. Теоретический расчет

Расчет с допущениями состоит из двух этапов:

1) Определение количества теплоты, поступающего в систему с учетом потерь в окружающую среду;

2) Определение температуры фреона на выходе из испарителя.

Первую часть представляет в виде блок-схемы на рис. 4 по методу Гаусса (с вводом исходных данных, прямым и обратным ходом, выводом результатов). Как итог рассчитывается температура на поверхности ФЭП с погрешностью менее 0.1%. Результаты с температурой окружающей среды в 20°C и ветром 1 м/с сводятся в табл. 1.

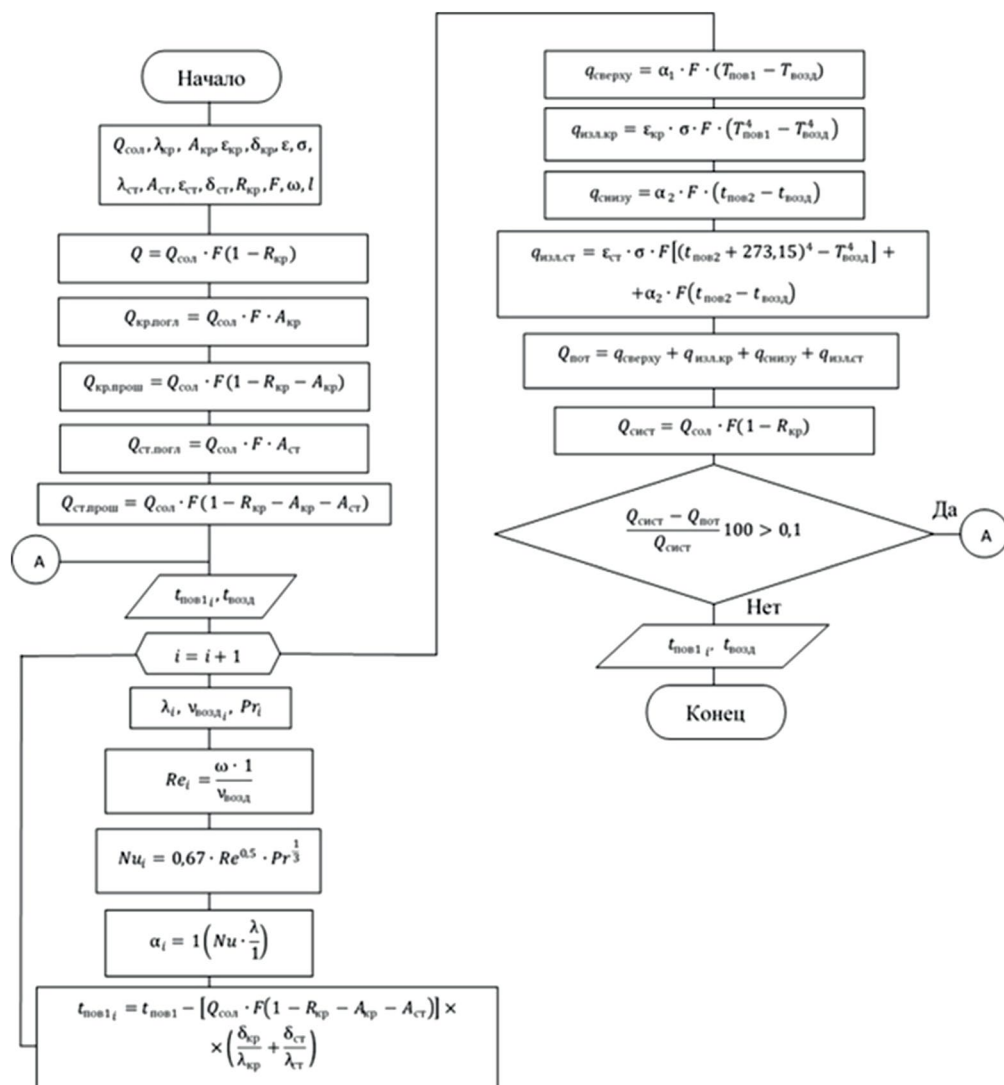


Рис. 4. Блок-схема расчета по методу Гаусса.

**Таблица 1.** Расчетные данные

Наименование	Величина		Единицы измерения	Результат
	Обозначение	Расчетная формула или способ определения		
Тепловой поток	$Q_{\text{сол}}$	Дано	Вт/м <sup>2</sup>	700
Теплопроводность кремния	$\lambda_{\text{кр}}$	Дано	Вт/(м <sup>2</sup> ·К)	148
Поглощательная способность кремния	$A_{\text{кр}}$	Дано	—	0.2
Степень черноты кремния	$\varepsilon_{\text{кр}}$	Дано	—	0.71
Толщина кремния	$\delta_{\text{кр}}$	Дано	м	0.001
Коэффициент Стефана-Больцмана	$\sigma$	Дано	Вт·м <sup>-2</sup> ·К <sup>-4</sup>	$5.67 \cdot 10^{-8}$
Теплопроводность стекла	$\lambda_{\text{ст}}$	Дано	Вт/(м <sup>2</sup> ·К)	0.96
Поглощательная способность стекла	$A_{\text{ст}}$	Дано	—	0.1
Степень черноты стекла	$\varepsilon_{\text{ст}}$	Дано	—	0.93
Толщина стекла	$\delta_{\text{ст}}$	Дано	м	0.002
Длина и ширина ФЭП	$l$	Дано	м	0.15675
Площадь ФЭП	$F$	$l^2$	м <sup>2</sup>	0.025
Отражательная способность кремния	$R_{\text{кр}}$	Дано	—	0.33

Таблица 1. Продолжение

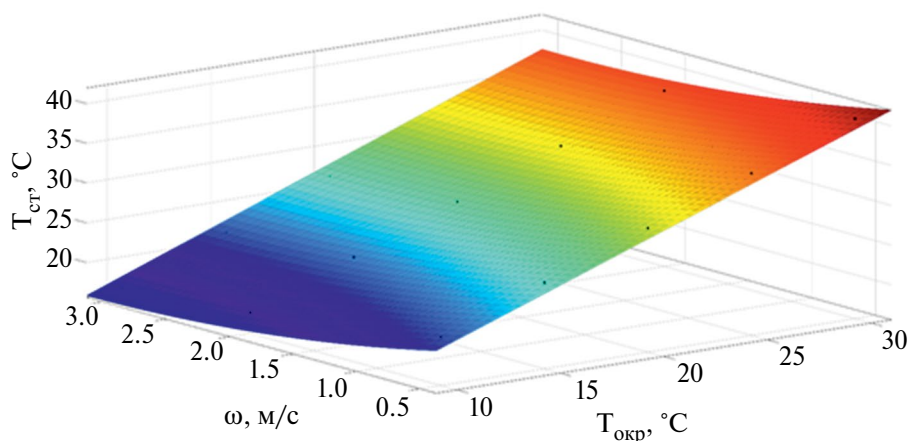
Тепло, поглощенное ФЭП	$Q$	$Q_{\text{сол}} \cdot F(1 - R_{\text{кр}})$	Вт	11.524
Тепло, поглощенное кремнием	$Q_{\text{кр.погл}}$	$Q_{\text{сол}} \cdot F \cdot A_{\text{кр}}$	Вт	3.44
Тепло, прошедшее через кремний	$Q_{\text{кр.прош}}$	$Q_{\text{сол}} \cdot F(1 - R_{\text{кр}} - A_{\text{кр}})$	Вт	8.084
Тепло, поглощенное стеклом	$Q_{\text{ст.погл}}$	$Q_{\text{сол}} \cdot F \cdot A_{\text{ст}}$	Вт	1.72
Тепло, прошедшее через стекло	$Q_{\text{ст.прош}}$	$Q_{\text{сол}} \cdot F(1 - R_{\text{кр}} - A_{\text{кр}} - A_{\text{ст}})$	Вт	6.364
Скорость воздуха	$\omega$	Дано	м <sup>2</sup> /с	1
Теплопроводность воздуха	$\lambda$	Дано	Вт/(м <sup>2</sup> ·К)	$2.4 \cdot 10^{-2}$
Вязкость воздуха	$\nu_{\text{возд}}$	Дано	м <sup>2</sup> /с	$14.61 \cdot 10^{-6}$
Число Прандтля для воздуха	$Pr$	Дано	—	0.67
Температура окружающего воздуха	$t_{\text{возд}}$	Выбирается		20
Температура окружающего воздуха	$T_{\text{возд}}$	$t_{\text{возд}} + 273$	К	293
Температура наружной поверхности ФЭП	$t_{\text{пов1}}$	Выбирается		29.12
Температура наружной поверхности ФЭП	$T_{\text{пов1}}$	$t_{\text{пов1}} + 273$	К	302.12
Число Рейнольдса	$Re_1, Re_2$	$\frac{\omega \cdot 1}{\nu_{\text{возд}}}$	—	$1.073 \cdot 10^4$
Число Нуссельта	$Nu_1, Nu_2$	$0.67 Re^{0.5} Pr^{1/3}$	—	60.727
Коэффициент теплоотдачи	$\alpha_1, \alpha_2$	$Nu \frac{\lambda}{1}$	Вт/(м <sup>2</sup> ·К)	9.298

Таблица 1. Окончание

Температура внутренней поверхности ФЭП	$t_{\text{пов2}}$	$t_{\text{пов1}} - \left[ Q_{\text{сол}} \cdot F (1 - R_{\text{кр}} - A_{\text{кр}} - A_{\text{ст}}) \right] \times$ $\times \left( \frac{\delta_{\text{кр}}}{\lambda_{\text{кр}}} + \frac{\delta_{\text{ст}}}{\lambda_{\text{ст}}} \right)$	°C	29.1
Потери сверху	$q_{\text{сверху}}$	$\alpha_1 \cdot F (T_{\text{пов1}} - T_{\text{возд}})$	Вт	2083
Потери излучением кремния	$q_{\text{изл.кр}}$	$\epsilon_{\text{кр}} \cdot \sigma \cdot F (T_{\text{пов1}}^4 - T_{\text{возд}}^4)$	Вт	0.951
Потери снизу	$q_{\text{снизу}}$	$\alpha_2 \cdot F (T_{\text{пов2}} - T_{\text{возд}})$	Вт	2.083
Потери излучением стекла	$q_{\text{изл.ст}}$	$\epsilon_{\text{ст}} \cdot \sigma \cdot F \left[ (T_{\text{пов2}} + 273)^4 - T_{\text{возд}}^4 \right] +$ $+ Q_{\text{сол}} \cdot F \cdot A_{\text{кр}} +$ $+ Q_{\text{сол}} \cdot F \cdot A_{\text{ст}}$	Вт	6.399
Тепловые потери в системе	$Q_{\text{пот}}$	$q_{\text{сверху}} + q_{\text{изл.кр}} +$ $+ q_{\text{снизу}} + q_{\text{изл.ст}}$	Вт	11.516
Погрешность	$\Delta Q$	$\frac{Q - Q_{\text{пот}}}{Q} 100$	%	0.067

На основе расчета температуры стенки ФЭП в зависимости от двух входных аргументов: скорости ветра и температуры окружающей среды необходимо построить 3D-диаграмму. Результат представлен на рис. 5.





**Рис. 5.** Зависимость температуры стенки ФЭП от температуры окружающей среды и скорости ветра.

Полученный результат используется для расчета температуры на поверхности трубки испарителя:

$$t_{\text{ст.исп}} = t_{\text{ст.ФЭП}} - q \cdot \sum_{i=1}^n R_i, \quad (6)$$

где  $t_{\text{ст.исп}}$  — температура стенки испарителя;  $t_{\text{ст.ФЭП}}$  — температура на поверхности ФЭП из расчета выше;  $q$  — тепловой поток через ФЭП;  $R$  — термическое сопротивление слоев (защитного стекла, кремниевых пластин и т.д.).

Температура на стенке испарителя является граничным условием для моделирования процесса кипения фреона. Для дальнейшего теоретического расчета она является проверочной величиной при расчете коэффициента теплоотдачи.

Теоретически рассчитывается приближенное значение коэффициента теплоотдачи по формуле Лабунцова:

$$\alpha = 0.075 \left[ 1 + 10 \left( \frac{\rho''}{\rho - \rho''} \right)^{2/3} \right] \left( \frac{\lambda^2}{\nu \sigma T_n} \right)^{1/3} q^{2/3}. \quad (7)$$

По справочникам определяется температура насыщения  $T_n$  при давлении  $p$  в точке 4 на диаграмме по рис. 2. Выполняется поиск физических свойств насыщенного жидкого фреона на полученную температуру по справочным данным [6]:

- теплопроводность  $\lambda$ ;
- число Прандтля  $Pr$ ;
- динамическую вязкость  $\mu$ ;
- коэффициент поверхностного натяжения  $\sigma$ ;
- плотность насыщенной жидкости  $\rho$  и пара  $\rho''$

Рассчитывается число Рейнольдса при заданной скорости течения  $\omega$ :

$$Re = \frac{\omega \cdot d \cdot \rho}{\mu}. \quad (8)$$

Число Нуссельта рассчитывается по формуле Петухова (предполагается развитый турбулентный режим, который возникнет из-за наличия поворотов испарителя и высокой скорости течения хладагента):

$$Nu = 0.021 Re^{0.8} Pr^{0.43} \varepsilon, \quad (9)$$

где  $\varepsilon$  — поправочный коэффициент, учитывающий нагрев жидкости от стенки.

Далее сравнивается конвективная теплоотдача и теплоотдача кипением путем сравнения соответствующих коэффициентов. Расчет коэффициента теплоотдачи для процесса вынужденного течения в трубке определяется следующим образом:

$$\alpha_{\text{конв}} = \frac{Nu \cdot \lambda}{d}. \quad (10)$$

Коэффициент теплоотдачи для кипения фреона  $\alpha_{\text{кип}}$  можно определить по уравнению, соответствующему геометрическому и теплофизическому подобию по формуле (7) при условии давления кипения выше 1 атм. Если  $\alpha_{\text{кип}} / \alpha_{\text{конв}} > 3$ , то коэффициент теплоотдачи при кипении в трубке принимается равной  $\alpha_{\text{кип}}$ , в противном случае —  $\alpha_{\text{конв}}$ .

В качестве проверочного условия правильности подбора критериального уравнения выступает температура поверхности трубки испарителя из расчета выше. Расчет верен, если значение температуры в этой части совпадает с предыдущей.

$$t_{\text{ст.исп}} = (T_{\text{н}} - 273.15) + \frac{q}{\alpha_{\text{кип}}} + \frac{q}{2\lambda_{\text{ст}}} d \cdot \ln \left( \frac{d}{d + 2\delta} \right), \quad (11)$$

где  $\lambda_{\text{ст}}$  — теплопроводность стенки;  $\delta$  — толщина стенки ( $d$  равняется внутреннему диаметру трубки).

Для определения температуры фреона на выходе из испарителя определяется количество теплоты на доведение пароводяной смеси до состояния насыщенного пара, а также на его перегрев:

$$Q_{\text{кип}} = \frac{\omega \cdot \rho \cdot \pi \cdot d^2}{4} r (1 - x). \quad (12)$$

Длина участка испарения:

$$l_{\text{исп}} = \frac{Q_{\text{кип}}}{q \cdot \pi \cdot d}. \quad (13)$$

Оставшийся участок является перегревателем хладагента:

$$l_{\text{перегр}} = l_{\text{общ}} - l_{\text{исп}}. \quad (14)$$

Температура фреона на выходе составляет:

$$t_{\text{фр.вых}} = \frac{4q \cdot l_{\text{перегр}}}{\omega \cdot \rho \cdot d \cdot c_p} + T_n - 273.15. \quad (15)$$

где  $c_p$  — теплоемкость пара фреона.

## 2. Дифференциальные уравнения при решении численным методом

Уравнения энергии:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i \rho u_j) + \frac{\partial P}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x}(\tau_{ij} + \tau_{ij}^R) + S_i, \quad (16)$$

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \nabla[V(\rho E + \rho)] = \nabla \left[ k_{\text{эф}} \Delta T - \sum_j h_j J_j + \tau_{\text{эф}} V \right] + S_h, \quad (17)$$

где  $\frac{\partial(\rho E)}{\partial t}$  — частный дифференциал нестационарного теплопереноса;  $\nabla[V(\rho E + \rho)]$  — слагаемое, учитывающее теплопроводимость;  $k_{\text{эф}} \Delta T$  — слагаемое, учитывающее диффузию смесей;  $\sum_j h_j J_j$  — сумма, учитывающая вязкостную диссипацию;  $S_h$  — слагаемое, учитывающее энтальпию притоков/стоков.

В общем виде используемые в моделях с одним или двумя дифференциальными уравнениями, уравнение переноса можно записать в следующем виде:

$$\rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} = P - D + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \Gamma) \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} \right] + A. \quad (18)$$

Расшифровка параметров для каждого вида уравнений представлена в табл. 2.

**Таблица 2.** Расшифровка параметров

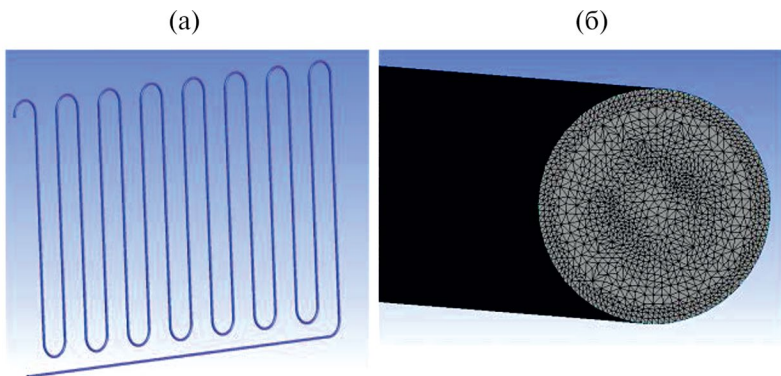
Наименование параметра	Φ	P	D	Гф
Кинетическая энергия	$k$	$\tau_y \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$	$\rho \epsilon$ или $\beta^* \rho k \omega$	$\frac{\mu_t}{\sigma_k}$
Скорость диссипации кинетической энергии	$\epsilon$	$c_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$	$c_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{k}$	$\frac{u_t}{\sigma_e}$
Удельная скорость диссипации	$\omega$	$\alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j}$	$\beta \rho \omega^2$	$\sigma_\omega u_t$

В расчетах использована модель турбулентности Transition k-kl- $\omega$ .

### МОДЕЛИРОВАНИЕ В ПРОГРАММНОЙ СРЕДЕ ANSYS Fluent

Геометрическая модель, созданная с помощью компьютерного моделирования процесса течения фреона R407C в канале латунного испарителя с внешним диаметром 10 мм и толщиной стенки 1 мм при дисперсно-кольцевом течении, показана на рис. 6а.

Поиск неизвестных в уравнениях осуществляется по структурированным и адаптированным к телу призматическим сеткам, что позволяет решать задачу при описании усложненной геометрии (метод Sweep для цилиндрических тел; не менее 2 млн призматических и тетраэдральных элементов). Также выполнено разбиение в пристеночной области (слой из не менее чем 3 ячеек), что позволяет использовать теорию пограничного слоя для корректного расчета течения у стенок трубки, а также корректного расчета перераспределения паровой и жидкой фазы.



**Рис. 6.** (а) Геометрия модели испарителя; (б) Сеточная структура трубки испарителя.

Моделирование включает в себя условие течения жидкости в поле тяжести с образованием паровых пузырьков. Группа задач воздействия греющей стенки на испаряемую жидкость с удовлетворительной точностью решается нестационарной постановкой при задействовании модели турбулентности Transition k-kl- $\omega$ . Это трехпараметрическая модель группы RANS, подходящая для узкого круга задач, позволяющая моделировать переход от ламинарного течения к турбулентному, в которой используются пристеночные функции. Основные решаемые уравнения, закладываемые в математическую модель: уравнение энергии и уравнения модели турбулентности и диссипации турбулентности.

Подъемная сила (обуславливающая перемешивание потока) возникает благодаря конвекции, описываемой приближением Буссинеска. Данное приближение заключается в решении системы уравнений Навье-Стокса и уравнения энергии с использованием специальной зависимости плотности от температуры только при вычислении объемной силы.

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} + (\tilde{u} \cdot \nabla) \tilde{u} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \nabla^2 \tilde{u} - \beta \theta \vec{g}, \quad (19)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \tilde{u} \cdot \nabla \theta = \chi \Delta \theta, \quad (20)$$

$$\operatorname{div} \tilde{u} = 0, \quad (21)$$

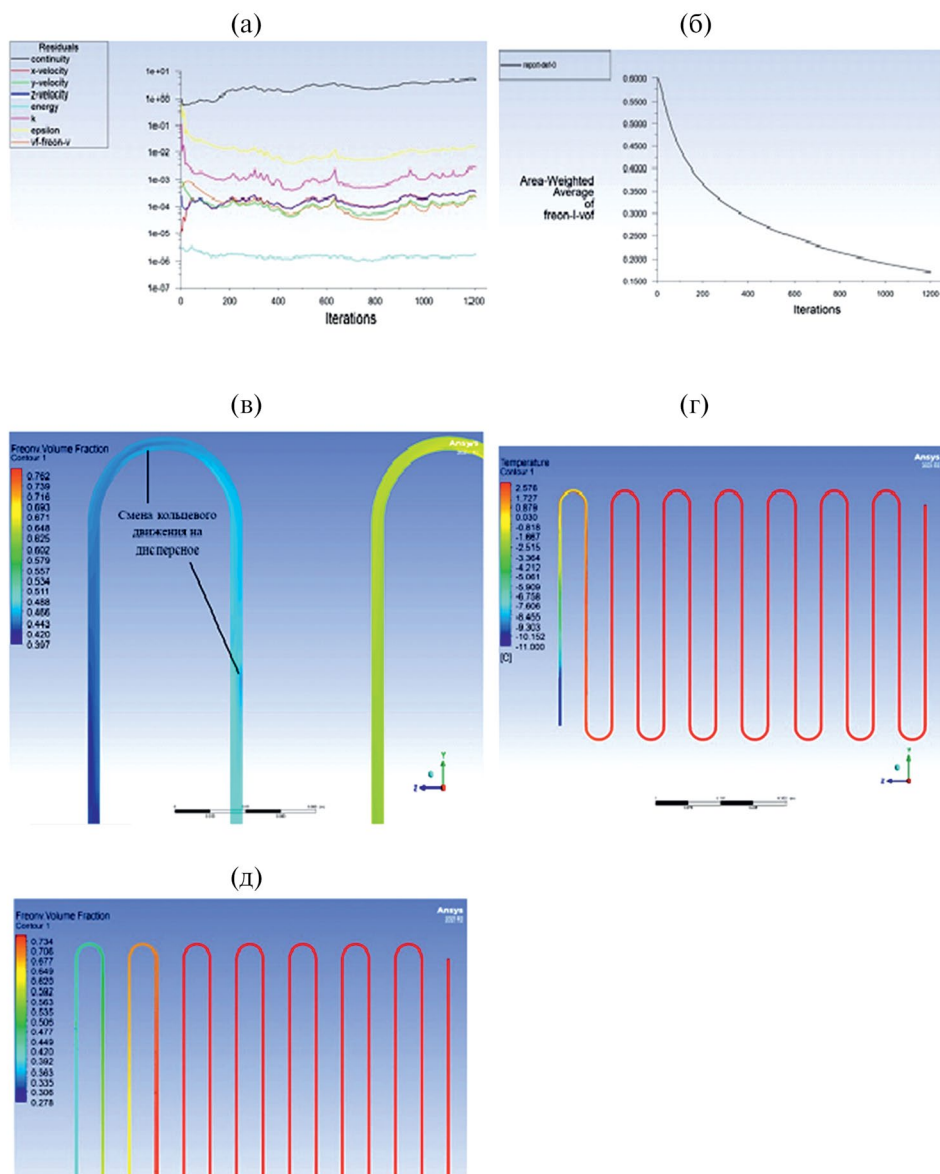
$$\rho(T) = \rho_0 (1 - \beta \theta), \quad (22)$$

где  $\tilde{u}$  — скорость течения;  $\rho_0$  — плотность жидкости при некоторой равновесной температуре  $T_0$ ;  $\theta$  — отклонение температуры от равновесного состояния ( $\theta = T - T_0$ );  $p$  — давление;  $\nu$  — кинематическая вязкость;  $\chi$  — коэффициент теплопроводности;  $\vec{g}$  — ускорение свободного падения;  $\beta$  — коэффициент объемного расширения.

Приближение позволяет учитывать поле тяжести, то есть устремление паровых пузырьков в направлении, противоположном силе тяжести, соответственно учесть ориентацию трубки в пространстве.

На рис. 7 показаны основные результаты численного моделирования в пост-процессинге. На рис. 7а видно, что из-за неустойчивости процесса сходимость протекает медленно. Однако на рис. 7б, в, г, д показаны итоги по температурам и долям жидкой и паровой фаз фреона.

Сравнение температуры на тыльной поверхности ФЭП полученные экспериментально, теоретически и численным моделированием показало расхождение данных оказалось приемлемым для инженерных методик. Наиболее близкие результаты получились при теоретическом расчете и численном моделировании. Разность составила  $0.1^\circ\text{C}$ . При сравнении с экспериментальными данными по термодатчикам — расхождение уже более значительное, примерно,  $0.3^\circ\text{C}$ . Если учитывать погрешность измерительных приборов —  $0.5^\circ\text{C}$ , но даже при таких значениях отклонений температуры необходимо понимать порядок измеряемых величин — от  $-10$  до  $+90^\circ\text{C}$ . То есть при диапазоне измерений в  $100^\circ\text{C}$  погрешность оказывается незначительной.



**Рис. 7.** (а) Колебания невязок расчета дисперсно-кольцевого режима; (б) Схождение степени сухости на выходе из испарителя; (в) Перемешивание парожидкостной смеси; (г) Поле температур; (д) Доля пара в объеме.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При оптимизации математической модели теплопередачи к трубке испарителя и ряда численных расчетов было установлено, что режим течения в испарителе дисперсно-кольцевой. Пар в эмульсионной смеси перераспределяется так, что основная

фаза (жидкая с долей в 60% расхода) движется по поверхности трубки в виде мелких капель в паре – в кольцевом режиме (рис. 2в).

По мере движения двухфазного потока происходит смена на противоположный предельный случай, когда вдоль стенки протекает пар, а жидкость движется в виде мелких капель – в дисперсном режиме (рис. 3г). Влажный пар доходит до состояния насыщения, а затем сухой пар перегревается (процесс 4–1 на рис. 2).

Также выявлено, что для получения корректного коэффициента теплоотдачи фреона для испарителя типа ”змеевик“ необходим вывод критериального уравнения подобия на основании экспериментальных данных.

Результаты расчета испарителя с моделью турбулентности Transition k-kl- $\omega$  показали достаточно приемлемую для инженерных расчетов сходимость с результатами теоретического расчета и экспериментальными данными. Расхождение между значениями полученных температур составили от 0.1 до 0.5°C в измеряемом диапазоне температур 100°C.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-20011.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Romsy T., Zacha P. CFD simulation of upward subcooled boiling flow of freon R12, Acta Polytechnica CTU Proceedings. 4(73) (2016). [https://www.researchgate.net/publication/312401141\\_CFD\\_SIMULATION\\_OF\\_UPWARD\\_SUBCOOLED\\_BOILING\\_FLOW\\_OF\\_FREON\\_R12](https://www.researchgate.net/publication/312401141_CFD_SIMULATION_OF_UPWARD_SUBCOOLED_BOILING_FLOW_OF_FREON_R12)
2. Milman O.O., Ananyev P.A., Korlyakova M.O., Miloserdov V.O. Experimental studies of non-stationary thermo-hydraulic processes at freon R113 boiling, Journal of Physics Conference Series. 1382(1) (2019). [https://www.researchgate.net/publication/337715518\\_Experimental\\_studies\\_of\\_non-stationary\\_thermo-hydraulic\\_processes\\_at\\_freon\\_R113\\_boiling](https://www.researchgate.net/publication/337715518_Experimental_studies_of_non-stationary_thermo-hydraulic_processes_at_freon_R113_boiling)
3. Thorat S., Dale O., Hambarde M. Experimental investigation on flow boiling of R407C in plain horizontal copper tube, International Engineering Research Journal. (2020). [https://www.researchgate.net/publication/342522182\\_Experimental\\_investigation\\_on\\_flow\\_boiling\\_of\\_R407C\\_in\\_plain\\_horizontal\\_copper\\_tube](https://www.researchgate.net/publication/342522182_Experimental_investigation_on_flow_boiling_of_R407C_in_plain_horizontal_copper_tube)
4. Hambarde M. Invetigation on flow boiling heat transfer of Refrigerants, <https://www.researchgate.net/project/Invetigation-on-flow-boiling-heat-transfer-of-Refrigerants>. Accessed March 17, 2023.
5. Kuzmin A.Yu., Bukin A.V. Experimental study of heat transfer during boiling on a smooth tube under conditions of free convection of alternative refrigerants R407c and R410a, South of Russia: ecology, development, 5 (4) (2010) 121–124. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=15613598>
6. Александров А.А., Орлов К.А., Очков В.Ф. Теплофизические свойства рабочих веществ теплоэнергетики: Интернет-справочник. – М.: Издательский дом МЭИ, 2009.
7. Osintsev K.V., Alyukov S.V. Experimental Investigation into the Exergy Loss of a Ground Heat Pump and its Optimization Based on Approximation of Piecewise Linear Functions. *J Eng Phys Thermophy* 95, 9–19 (2022). <https://doi.org/10.1007/s10891-022-02451-9>
8. Zalepugin D.Y., Tilkunova N.A., Chernyshova I.V. et al. Application of Sub- and Supercritical Freons in Xenogenic Bone Matrix Processing. *Russ. J. Phys. Chem. B* 11, 1051–1055 (2017). <https://doi.org/10.1134/S1990793117070211>

9. Fang Y., Wu M., Guo Z. et al. Evaluation on Cycle Performance of R161 as a Drop-in Replacement for R407C in Small-Scale Air Conditioning Systems. *J. Therm. Sci.* 31, 2068–2076 (2022). <https://doi.org/10.1007/s11630-022-1678-6>
10. Sandipan Deb, Kanade Paresh Mahesh, Mantu Das, Dipak Chandra Das, Sagnik Pal, Ranjan Das, Ajoy Kumar Das. Flow boiling heat transfer characteristics over horizontal smooth and microfin tubes: An empirical investigation utilizing R407c, *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 188, 2023, 108239, <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2023.108239>.
11. Yoon Jo Kim, Sarah Kim, Yogendra K. Joshi, Andrei G. Fedorov, Paul A. Kohl Thermodynamic analysis of an absorption refrigeration system with ionic-liquid/refrigerant mixture as a working fluid, *Energy*, Volume 44, Issue 1, 2012, Pages 1005–1016, <https://doi.org/10.1016/j.energy.2012.04.048>
12. Hekkenberg M., Anton J.M. Schoot Uiterkamp Exploring policy strategies for mitigating HFC emissions from refrigeration and air conditioning *International Journal of Greenhouse Gas Control*, Volume 1, Issue 3, 2007, Pages 298–308, [https://doi.org/10.1016/S1750-5836\(07\)00030-8](https://doi.org/10.1016/S1750-5836(07)00030-8)
13. Arcasi A., Mauro A.W., Napoli G., Viscito L. Heat transfer coefficient, pressure drop and dry-out vapor quality of R454C. Flow boiling experiments and assessment of methods, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 188, 2022, 122599, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2022.122599>
14. Zhi-Qiang Yang, Gao-Fei Chen, Yan-Xing Zhao, Qi-Xiong Tang, Han-Wen Xue, Qing-Lu Song, Mao-Qiong Gong Experimental study on flow boiling heat transfer of a new azeotropic mixture of R1234ze(E)/R600a in a horizontal tube, *International Journal of Refrigeration*, Volume 93, 2018, Pages 224–235, <https://doi.org/10.1016/j.ijrefrig.2018.07.003>
15. Yuping Gao, Shuangquan Shao, Ye Feng, Changqing Tian Heat transfer and pressure drop characteristics of ammonia/miscible oil mixture during flow boiling in an 8 mm horizontal smooth tube, *International Journal of Thermal Sciences*, Volume 138, 2019, Pages 341–350, <https://doi.org/10.1016/j.ijthermalsci.2018.12.040>

## Scientific Approaches to Solving the Problem of Joint Processes of Bubble Boiling of Freon and its Movement in a Coil

A. A. Kovalev, Ya. S. Bolkov, K. V. Osintsev, O. Yu. Korniyakova\*

*Federal State Autonomous Educational Institution of Higher Education  
“South Ural State University (National Research University)”,  
Chelyabinsk, Russia*

\*e-mail: korniyakovaoi@susu.ru

The combined processes of nucleate boiling and refrigerant movement in the tubes of a heat pump are considered. A coil located on the back side of the photovoltaic panel (PV) is used as an additional heating surface. A mathematical model has been created to theoretically determine the temperature on the front surface of a solar cell cooled by freon in a coil from the rear side. A peculiarity of the numerical modeling of nucleate boiling of freon in a coil was the insufficiently detailed study of the process and the lack of references to the results obtained in earlier works. The boundary conditions and assumptions in the numerical modeling of the process of nucleate boiling of freon R407C are clarified, the results are compared with the theoretically found values, which are subsequently



used in the design of an energy technology complex consisting of a heat pump and a photovoltaic panel. A mathematical model for theoretical calculation of PV temperature and a methodology for constructing a numerical model of nucleate boiling of freon as part of the methodology for designing energy technology complexes based on renewable energy sources are presented for the first time.

*Keywords:* nucleate boiling, freon, photovoltaic panel, cooling, energy technology complex, heat pump, desalination complex

УДК 536.331

## ИЗЛУЧАТЕЛЬНАЯ СПОСОБНОСТЬ РЯДА ЭЛЕМЕНТОВ V ГРУППЫ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ В ШИРОКОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ДИАПАЗОНЕ

© 2024 г. Д. В. Косенков<sup>1, \*</sup>, В. В. Сагадеев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Казанский национальный исследовательский технологический университет”, Казань, Россия

\*e-mail: dmi-kosenkov@yandex.ru

Поступила в редакцию 25.10.2023 г.

После доработки 08.11.2024 г.

Принята к публикации 12.11.2024 г.

Представлены результаты исследования нормальной интегральной излучательной способности  $\epsilon_m$  элементов V группы Периодической системы в интервале температур твердое тело – жидкость. Выбор объектов исследования – металлические ванадий, сурьма и висмут – аргументирован отсутствием в открытой печати данных по излучательной способности этих элементов. Метод измерения – радиационный. Полученные экспериментальные данные по  $\epsilon_m$  в пределах каждой из фаз состояния элементов, монотонно возрастают. Скачки излучательной способности положительные или отрицательные и зависят от индивидуальных физико-химических свойств элементов. Проведен вычислительный эксперимент и дан анализ полученных результатов излучательной способности исследованных элементов по приближению Фута.

**Ключевые слова:** эксперимент, излучательная способность, результаты исследования, ванадий, сурьма, висмут, твердая фаза, жидкая фаза, фазовый переход, приближение Фута

DOI: 10.31857/S0002331024060038

### ВВЕДЕНИЕ

Основной характеристикой теплообмена излучением является излучательная способность (ИС). В статье авторы используют термин ИС, относящийся к конкретным условиям состояния поверхности образца, а именно ИС материала с оптически гладкой поверхностью согласно общепринятому термину – “emissivity” [1].

ИС материала зависит от многих параметров: температуры, индивидуальных физико-химических свойств, состояния поверхности излучения, угла наблюдения, фазового состояния вещества и диапазона длин волн исследования [2]. Существующие классические модели теоретического подхода определения ИС, такие как модель Друде, Ашкинаса, Хагена–Рубенса, Фута и многие другие дают оценку интенсивности ИС с допущениями [3, 4]. Эти модели применимы для химически чистых

веществ. Авторы статьи считают, что достоверным и единственным источником информации об ИС веществ является многократное экспериментальное исследование и сопоставление результатов.

На сегодняшний момент имеется ограниченная справочная информация по ИС конструкционных материалов как по температуре, так и по спектральному диапазону [3, 5].

Целью данной научной публикации является представление и обсуждение результатов исследования ИС ряда элементов Периодической системы в широком температурном диапазоне, включая фазовый переход твердое тело – жидкость.

Для достижения цели авторы поставили следующие задачи: выбор объектов исследования; проведение физического и вычислительного эксперимента в широком интервале температур с последующим анализом сопоставления полученных результатов.

### ВЫБОР ОБЪЕКТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ

В настоящее время ИС ряда элементов V группы Периодической системы – ванадий, сурьма и висмут изучена недостаточно. Особый интерес вызывает поведение ИС этих элементов в области фазового перехода твердое тело – жидкость. Возникающие перспективы широкого применения этих элементов в области теплоэнергетики и машиностроения требуют точного изучения и знания параметров поведения ИС в широких температурных интервалах, вплоть до кипения.

Ванадий широко используется в атомной энергетике при изготовлении оболочек тепловыделяющих элементов, трубопроводов жидких теплоносителей и в изготовлении ответственных теплонагруженных деталей [6–8]. Проведенный литературный поиск показал наличие единичных работ по исследованию ИС этого элемента.

Металлическая сурьма, являясь в твердом состоянии полуметаллом [9], нашла широкое применение в виде легирующего элемента сплавов – баббитов [10]. Проведенный поиск по периодической и справочной литературе показал полное отсутствие информации по ИС этого полуметалла.

Висмут используется в металлургической промышленности. Применение висмута в производствах легированных сталей и его добавка в сплавы с алюминием увеличивает механическую пластичность [10]. Жидкий висмут и сплавы на его основе достаточно легкоплавки, что является одной из причин применения их в ядерной энергетике [11, 12]. Висмут широко применяется в качестве теплоносителя и охлаждающего агента ядерных реакторов [7, 8]. Достаточно полно исследована плотность и теплопроводность жидкого висмута [13–15], но исследования ИС этого элемента в открытых источниках отсутствуют.

Все элементы авторами статьи исследовались как в твердой полированной фазе, так и в жидком состоянии. В экспериментах принимали участие технические образцы металлов с чистотой поверхности не менее 0.01 мкм. Характеристики исследованных образцов представлены в табл. 1.

**Таблица 1.** Характеристики исследованных металлов

Металл	Ванадий	Сурьма	Висмут
Содержание основного элемента, %	99.3	99.4	99.9
Температура плавления, К	2220 [16]	903.8 [17]	544.5 [17]

## ИНСТРУМЕНТЫ ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

Нормальная интегральная ИС –  $\varepsilon_m$  выбранных элементов исследовалась на экспериментальной установке, конструктив которой подробно изложен в [18]. Основными составными частями установки являются: измерительная ячейка, пост вакуумной откачки, система подготовки и подачи инертного газа и аппаратный комплекс фиксации ТЭДС.

Изготовленная измерительная ячейка представляет собой прямоугольный объем с установленными на верхнем фланце радиометром прямого видения, изолированными медными тоководами для закрепления резистивного нагревателя (танталовой полосы) лодочного типа [19]. Конструкция тоководов позволяла заменять резистивный нагреватель на изготовленную так же из тантала модель абсолютно черного тела (модель). Применяемая модель представляла собой цилиндрический стакан. Длина модели 100 мм, наружный диаметр 30 мм. Площадь визирования радиометром доньшка модели формировалось пятью внутренними диафрагмами. Доньшко имеет развитую поверхность. Геометрические размеры и конструктивные особенности модели соответствуют рекомендациям [20]. Степень черноты модели не менее 0.96. Нагрев модели осуществлялся стабилизированным током промышленной частоты.

Чувствительность и быстродействие радиометра – интегрального приемника излучения, определяется термоэлементом, взятым с промышленного пирометра типа “Рапир”. Достижение изотермических температурных полей как у модели, так и у исследуемого образца металла в течение опыта постоянно контролировалось набором хромель-копелевых и вольфрам-рениевых термопар, отградуированных по образцовой платина-платинородиевой термопаре.

Пост вакуумной откачки включал в себя механический насос 2НВР-5ДМ и высоковакуумный струйный насос НВДМ-100. Данные средства откачки позволяли создавать в ячейке давление не более  $10^{-6}$  мм рт. ст. Экспериментальные измерения проводились в атмосфере предварительно осушенного и отожженного инертного газа – аргона, применяемого в хроматографии.

Аппаратный комплекс фиксации ТЭДС в экспериментах представлял собой набор цифровых вольтметров В7-21А.

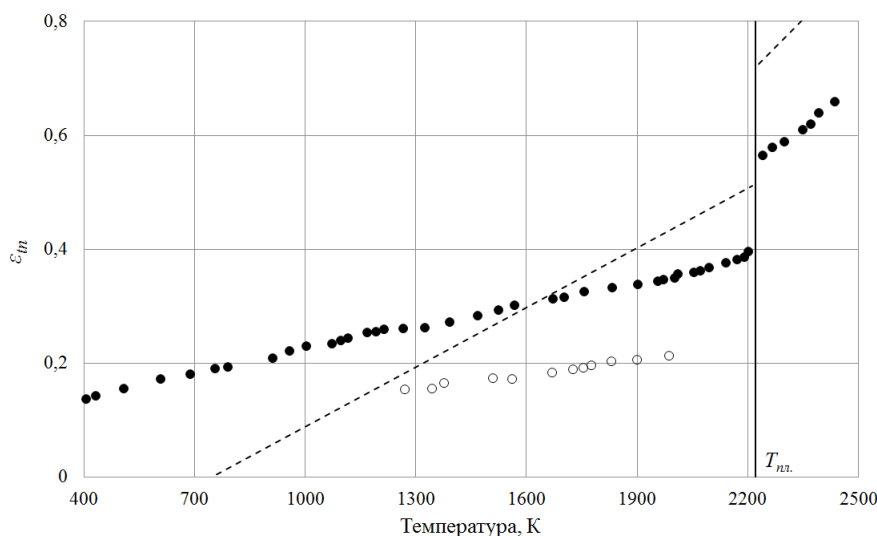
Авторами уделялось большое внимание чистоте поверхности исследуемого твердого или жидкого металла. Визуальное наблюдение за зеркалом поверхности проводилось в течение всего опыта и при малейшем подозрении на замутнение эксперимент прекращался.

## МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЙ

В исследованиях применялся прямой радиационный метод [3], заключенный в чередовании визирования радиометром теплового потока с поверхности исследуемого образца и с модели (источника равновесного излучения) при одинаковых температурах.

Применяемый метод исследования ИС позволил подробно, с небольшим температурным шагом, фиксировать интенсивность теплового потока.

Уравнение расчета теплообмена излучением между радиометром и моделью имеет вид



**Рис. 1.** Зависимость  $\varepsilon_m$  ванадия от температуры: • — эксперимент авторов; ○ — [24]; штриховая линия — расчет по приближению Фута.

$$C_0 \varepsilon_{AЧТ} \left( \frac{T_{AЧТ}}{100} \right)^4 - C_0 \left( \frac{T_p}{100} \right)^4 + C_0 (1 - a_p) \left( \frac{T_p}{100} \right)^4 = k_p \alpha_{p1}, \quad (1)$$

где  $C_0$  — коэффициент излучения [Вт/(м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>)];  $\varepsilon_{AЧТ}$  — ИС модели,  $a_p$  — поглощательная способность радиометра;  $T_{AЧТ}$  — температура модели [К];  $T_p$  — температура радиометра [К];  $k_p$  — коэффициент пропорциональности для радиометра [Вт/(м<sup>2</sup>·В)];  $\alpha_{p1}$  — ТЭДС, развиваемая термоэлементом радиометра при первом замере [В].

Уравнение расчета теплообмена излучением между радиометром и исследуемым металлическим образцом имеет вид

$$C_0 \varepsilon_m \left( \frac{T_{об.}}{100} \right)^4 - C_0 \left( \frac{T_p}{100} \right)^4 + C_0 (1 - a_p) \left( \frac{T_p}{100} \right)^4 = k_p \alpha_{p2}, \quad (2)$$

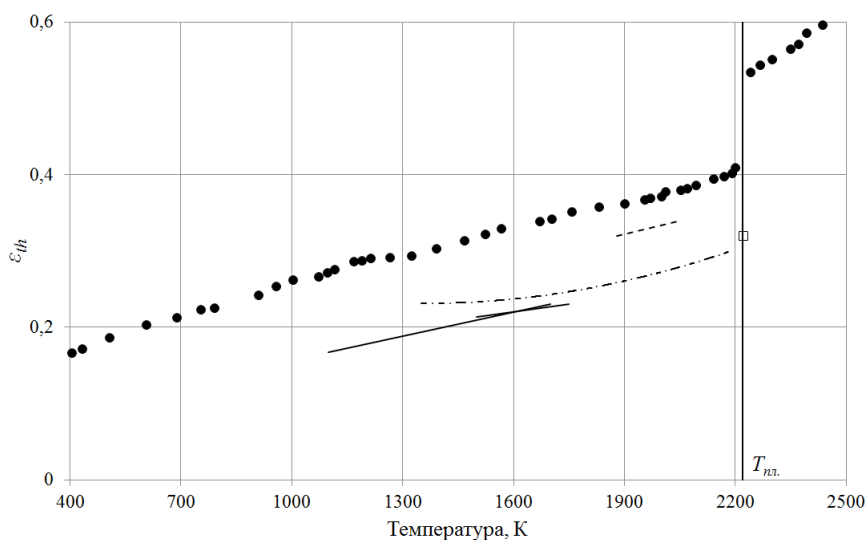
где  $\varepsilon_m$  — нормальная интегральная излучательная способность образца;  $T_{об.}$  — температура образца [К];  $\alpha_{p2}$  — ТЭДС, развиваемая термоэлементом радиометра при втором замере [В].

При записи выражений (1) и (2) излучательная и поглощательная способности радиометра принимались равными единице.

Из совместного решения этих уравнений (деления (2) на (1)) найдено

$$\varepsilon_m = \varepsilon_{AЧТ} \frac{\alpha_{p2}}{\alpha_{p1}}. \quad (3)$$

Погрешность опытов была определена в границах общей теории ошибок, следуя которой предельную абсолютную погрешность результатов измерения находят путем составления композиций абсолютной систематической ошибки, абсолютной случайной ошибки серии измерений и систематической ошибки отнесения.



**Рис. 2.** Зависимость  $\epsilon_{th}$  ванадия от температуры: • — пересчет авторов; сплошные линии — [26]; штрихпунктирная линия — [27]; штриховая линия — [28]; □ — [29].

Основным выражением, которое было использовано для определения абсолютной систематической ошибки, является (3). Расчет ошибки составил  $\pm 0.2\%$ .

Максимальная относительная погрешность по расчету составляет  $\pm 2.5\%$ . Полученная максимальная погрешность измерений изменяется от  $\pm 5\%$  (2435 K) до  $\pm 8\%$  (400 K), при этом наибольшая постоянная составляющая систематической погрешности оценена в 5%. С увеличением температуры эксперимента погрешность опыта уменьшается.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АСПЕКТ

Для проведения вычислительного эксперимента определения ИС рассматриваемых элементов авторы статьи использовали приближение Фута, которое является продолжением развития соотношений Друде и Ашкинасса [3]. Применяемое приближение позволяет произвести расчет ИС элемента в широком температурном диапазоне по всему спектру длин волн. Приближение имеет вид

$$\epsilon_m = 5.78\sqrt{rT} - 17.9rT + 44(rT)^{3/2}, \quad (4)$$

где  $r$  — удельное электрическое сопротивление [Ом·м];  $T$  — температура образца металла [K].

Результаты вычислительного эксперимента и сравнительный анализ с физическим экспериментом представлен ниже по тексту.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Теплофизические свойства (плотность, теплоемкость) ванадия в твердой и жидкой фазах состояния исследованы достаточно подробно и обсуждены в [21–23].

В экспериментах авторов при подготовке к опытам все манипуляции (расчет навесок образцов, полирование образцов, оценка чистоты поверхности бесконтактным профилометром) совершались в лабораторном аспирационном боксе, так как соединения ванадия ядовиты.

ИС ванадия было измерено от 405 до 2435 К включая область фазового перехода твердое тело — жидкость. В табл. 2 представлены численные значения  $\varepsilon_m$  ванадия, полученные в настоящей работе, в зависимости от температуры.

**Таблица 2.** Значения ИС ванадия

$T, K$	$\varepsilon_m$	$T, K$	$\varepsilon_m$	$T, K$	$\varepsilon_m$	$T, K$	$\varepsilon_m$	$T, K$	$\varepsilon_m$
405	0.137	1002	0.229	1391	0.272	1954	0.344	2190	0.386
432	0.143	1072	0.234	1466	0.284	1970	0.347	2200	0.396
506	0.156	1095	0.240	1522	0.293	2000	0.350	2240	0.565
606	0.172	1115	0.244	1566	0.302	2010	0.357	2266	0.579
688	0.181	1167	0.255	1671	0.313	2052	0.360	2299	0.589
754	0.191	1190	0.256	1702	0.315	2070	0.363	2348	0.611
790	0.193	1212	0.260	1756	0.326	2093	0.368	2370	0.621
910	0.209	1265	0.260	1831	0.333	2140	0.377	2392	0.643
956	0.221	1324	0.263	1901	0.338	2170	0.382	2435	0.661

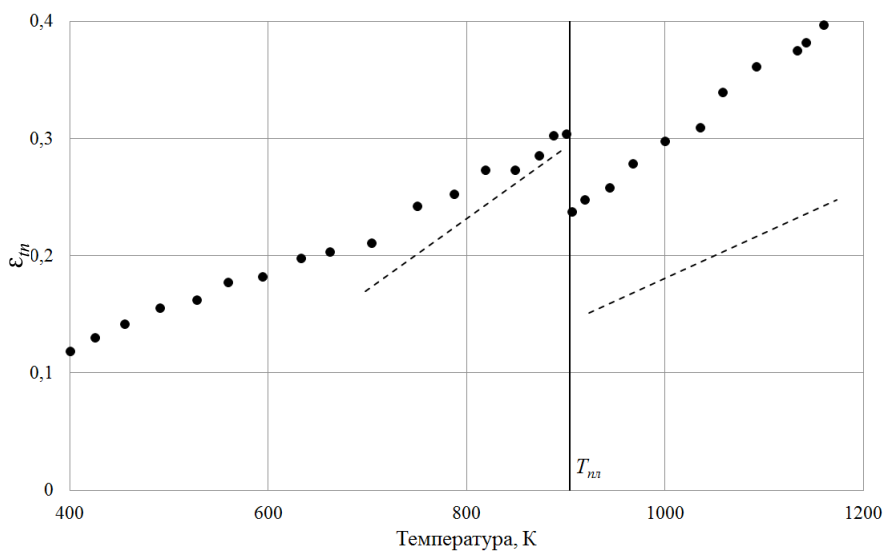
Интенсивность  $\varepsilon_m$  полированного ванадия монотонно увеличивается до температуры 2200 К и совершает бросок ИС относительно твердой фазы состояния на 34% с последующим продолжением увеличения ИС в жидкой фазе до предельных температур опыта (рис. 1).

Сопоставление ИС экспериментальных данных авторов статьи с результатами работы Шпильрайна Э.Э. и др. [24] показало лишь совпадение по качественной картине в твердой фазе. В работе [24] погрешность эксперимента оценена в 5.5%. Исследовался образец монокристаллического ванадия, полученный методом зонной плавки, с процентом содержания основного элемента 99.9. Метод исследования — радиационный. Нагрев образца осуществлялся с помощью отражательной печи в разреженной среде. В цилиндрическом образце были выполнены два радиальных сверления, одно из которых являлось имитацией черного тела. Температура отнесения определялась путем линейной экстраполяции на торец образца. Средняя высота микронеровностей составляла 0.19–0.25 мкм и соответствовала 10 классу чистоты поверхности. Экспериментальные значения в [24] аппроксимированы выражением следующего вида

$$\varepsilon_m = 0.107 + 0.005(T / 1000) + 0.025(T / 1000)^2 \quad (5)$$

Вышеприведенные перечисления особенностей и различий в исследованиях позволяют авторам объяснить существующую разницу между результатами по интенсивности ИС в температурном диапазоне 1270–1986 К.

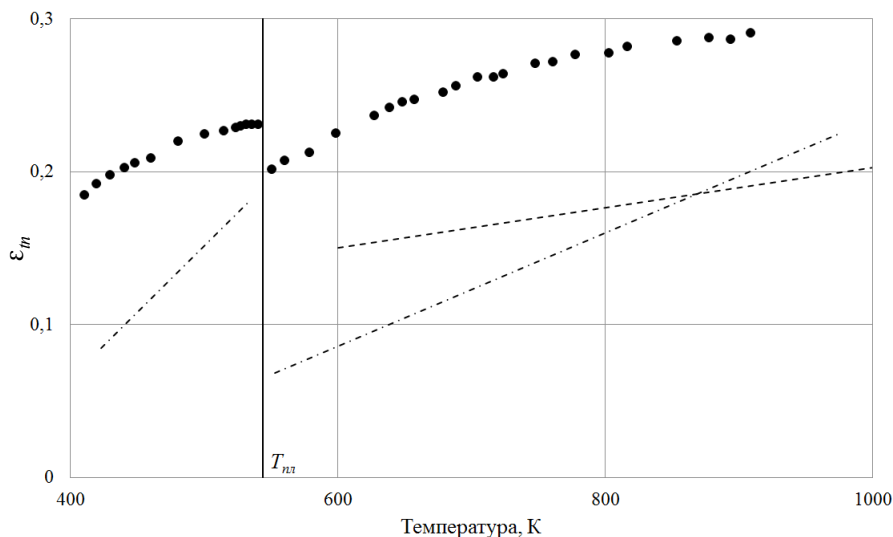
На рис. 1 также представлен расчет ИС по приближению Фута. Значения удельного электрического сопротивления для расчета взяты из [25], которые получены путем линейной аппроксимации экспериментальных результатов значительного



**Рис. 3.** Зависимость  $\varepsilon_m$  сурьмы от температуры: • — эксперимент авторов; штриховая линия — расчет по приближению Фута.

количества работ. Интенсивность расчетного значения  $\varepsilon_m$  пересекает экспериментальные значения авторов в области 1670 К и уходит с завышением вплоть до температуры плавления. Скачкообразное изменение ИС составляет 25%. В жидкой фазе расчет по приближению завышен относительно физического эксперимента на 27%.

Проведенный авторами литературный поиск по ИС ванадия показал наличие так же данных по твердой фазе интегральной полусферической ИС металла —  $\varepsilon_{th}$ . На



**Рис. 4.** Зависимость  $\varepsilon_m$  висмута от температуры: • — эксперимент авторов; штриховая и штрихпунктирная линии — расчет по приближению Фута.



рис. 2 представлено графическое сопоставление результатов [26–29] с результатами пересчета экспериментальных значений авторов  $\epsilon_m$  в  $\epsilon_{th}$  по методике [1]. Выражение для пересчета имеет вид

$$\epsilon_{th} = \frac{\epsilon_m}{0.755 + 0.533\epsilon_m}. \quad (6)$$

Воронин Л.К. и др. [26] в своей работе экспериментально полученные значения  $\epsilon_{th}$  ванадия с химической чистотой 99.82% аппроксимировал двумя прямыми линиями с пересечением в точке 1600 К и рекомендовал к использованию выражения следующего вида

$$\epsilon_{th} = 0.052 + 1.05 \cdot 10^{-4} T, (1100 \div 1600 \text{ К}), \quad (7)$$

$$\epsilon_{th} = 0.113 + 0.67 \cdot 10^{-4} T, (1600 \div 1750 \text{ К}). \quad (8)$$

Причем заявленное среднее отклонение экспериментальных точек от аппроксимирующих прямых  $\pm 0.14\%$  при погрешности измерений от 4 до 6.5% в зависимости от температур опыта.

Paradis P.-F. и др. [27] для измерения  $\epsilon_{th}$  ванадия с химической чистотой 99.7% в области температур твердой фазы использовал методом электростатической левитации, который подразумевает полное исключение контакта капли (сферы) образца с поверхностями электродов. В статье не заявлена оценка погрешности проведения эксперимента. На основе массива экспериментальных точек, путем аппроксимации, рекомендовано к использованию выражение следующего вида

$$\epsilon_{th} = 0.38 - 2.52 \cdot 10^{-4} T + 9.9 \cdot 10^{-8} (T^2/K^2), (1350 \div 2180 \text{ К}),$$

где К — это коэффициент пропорциональности интервала температур исследования.

Cezairliyan A. и др. [28] использовал метод импульсного нагрева для исследования ряда теплофизических свойств твердого ванадия. Заявлена погрешность измерений в 5%. Основное содержание элемента в образце составляла 99.9%. Автор [28] рекомендует использовать выражение, полученное путем линейной аппроксимации следующего вида:

$$\epsilon_{th} = -5.413 \cdot 10^{-2} + 1.93 \cdot 10^{-4} T, (1880 \div 2050 \text{ К}) \quad (9)$$

Ishikawa T. и др. [29], используя метод электростатической левитации, исследовал нормальную спектральную ИС —  $\epsilon_{\lambda n}$  ванадия с чистотой 99.7% в области точки плавления. По полученным результатам выполнен пересчет  $\epsilon_{\lambda n}$  в  $\epsilon_{th}$  в точке плавления 2220 К, представляющее собой единичное значение 0.32. Заявленная погрешность эксперимента составляла 3%.

На рис. 2 видно лишь качественное совпадение роста интенсивности ИС, что может быть объяснено различиями технических и методологических подходов к проведению экспериментов, а так же расхождения в чистоте поверхности и процентном содержании основного элемента в образцах.

ИС сурьмы исследовалась в температурном диапазоне от 401 К до 1160 К, включая фазовый переход твердое тело — жидкость. В табл. 3 представлены

численные значения  $\epsilon_m$  сурьмы, полученные в настоящей работе, в зависимости от температуры.

**Таблица 3.** Значения ИС сурьмы

$T, K$	$\epsilon_m$	$T, K$	$\epsilon_m$	$T, K$	$\epsilon_m$	$T, K$	$\epsilon_m$	$T, K$	$\epsilon_m$
401	0.118	594	0.182	819	0.273	919	0.248	1092	0.361
425	0.130	633	0.198	849	0.273	944	0.258	1133	0.375
455	0.142	662	0.203	873	0.285	967	0.278	1142	0.382
491	0.155	704	0.210	887	0.302	1000	0.297	1160	0.396
528	0.162	750	0.242	900	0.303	1035	0.309		
559	0.177	787	0.252	906	0.238	1058	0.339		

ИС сурьмы растет с повышением температуры до значения 0.3 (рис. 3). С разрушением кристаллической решетки при плавлении  $\epsilon_m$  скачкообразно уменьшается на 27% относительно твердой фазы, и далее следует интенсивный подъем  $\epsilon_m$  до конечной температуры опыта. Фазовый переход первого рода обусловлен перестройкой дальнего порядка кристаллической решетки сурьмы в ближний порядок. При этой перестройке разрушаются существующие ковалентные связи, число свободных электронов значительно увеличивается, что является причиной роста интенсивности ИС в жидкой фазе состояния [30, 31]. В жидком состоянии сурьма становится металлом и по своим теплофизическим свойствам приближается к ним [32].

Проведенный авторами литературный поиск показал отсутствие результатов исследования ИС сурьмы в открытом доступе и, как следствие, невозможность анализа поведения свойств сурьмы при фазовых переходах первого рода.

На рис. 3 также представлен вычислительный эксперимент ИС сурьмы, выполненный по приближению Фута. Удельное электрическое сопротивление сурьмы для расчета ИС в твердой фазе взяты из [33], в жидкой фазе взяты из [34]. В твердой фазе расчет практически совпадает с экспериментом, а в жидкой фазе расчет дает заниженные значения.

Твердый висмут обладает ковалентно-металлическими связями. В жидком состоянии связи только металлические. Гетерогенный характер связей в твердом состоянии висмута препятствует плотнейшей упаковке атомов в кристаллической решетке [30, 31].

Исследование ИС висмута (рис. 4) приведено в температурном диапазоне от 410 до 908 К.

Интенсивность ИС висмута растет до температуры точки плавления, затем следует отрицательный скачок ИС относительно твердой фазы на 14%. В жидкой фазе состояния ИС висмута плавно поднимается до величины 0.29, где опыт был остановлен.

В табл. 4 представлены численные значения  $\epsilon_m$  висмута, полученные в настоящей работе, в зависимости от температуры.

**Таблица 4.** Значения ИС висмута

$T, K$	$\epsilon_m$	$T, K$	$\epsilon_m$	$T, K$	$\epsilon_m$	$T, K$	$\epsilon_m$	$T, K$	$\epsilon_m$
400	0.181	500	0.225	560	0.207	688	0.256	816	0.282
410	0.185	514	0.226	578	0.213	704	0.262	853	0.286
419	0.192	523	0.229	598	0.225	716	0.262	877	0.288
429	0.198	527	0.23	627	0.236	723	0.264	893	0.287
440	0.203	531	0.231	638	0.242	747	0.271	908	0.291
448	0.205	535	0.231	648	0.245	760	0.272		
460	0.209	540	0.231	657	0.247	777	0.277		
480	0.220	550	0.201	678	0.252	802	0.278		

Авторы отмечают, что поведение металлического висмута аналогично по характеру поведения металлической сурьмы, что констатирует схожесть физико-химических свойств этих полуметаллов.

Также на рис. 4 представлены результаты вычислительного эксперимента по приближению Фута. Расчет лишь качественно повторяет поведение ИС в эксперименте с большим количественным разрывом. Штрихпунктирная линия на рис. 4 это результат расчета ИС с использованием значений удельного электрического сопротивления в твердой и жидкой фазе висмута по [35]. Для расчета ИС по приближению Фута жидкого висмута были использованы значения удельного электрического сопротивления, определенные по выражению:

$$r = (98.96 + 0.0554 \cdot T) \cdot 10^{-8}. \quad (10)$$

Данное выражение рекомендовано [36] и получено путем линейной интерполяции экспериментальных данных ряда периодической литературы [37–40].

Рассчитанные значения ИС висмута в жидкой фазе состояния различны по углам направления роста интенсивности (штриховая и штрихпунктирная линии на рис. 4), что показывает прямую зависимость результатов вычислительного эксперимента от различных данных по удельному электрическому сопротивлению.

## ВЫВОДЫ

1. Проведено комплексное экспериментальное исследование зависимости ИС от температуры технических образцов металлического ванадия, сурьмы и висмута.
2. Получены результаты поведения интенсивности ИС в температурных интервалах исследования, включая фазовый переход твердое тело – жидкость.
3. ИС исследованных элементов растет с повышением температуры в твердой полированной фазе и скачкообразно изменяется положительно у ванадия и отрицательно у сурьмы и висмута.

4. Плавление металла и полуметаллов, сопровождаемое разрушением кристаллической решетки, ведет к увеличению металлических свойств и росту интенсивности ИС в жидкой фазе состояния.

5. Графическое сопоставление результатов физического эксперимента с вычислениями по приближению Фута показало совпадение по характеру поведения ИС от температуры.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Siegel R., Howell J.R.* Thermal Radiation Heat Transfer. NY: Taylor & Francis Group, 2010. 946 p.
2. *Fukuyama H.* High-Temperature Measurements of Materials // Heidelberg: Springer Berlin, 2009. 204 p.
3. Излучательные свойства твердых материалов. Справочник, под ред. чл.-кор. АН СССР А.Е. Шейндлина. М.: Энергия, 1974. 472 с.
4. *Свет Д.Я.* Оптические методы измерения истинных температур. М.: Наука, 1982. 296 с.
5. *Touloukian Y.S.* Thermophysical properties of matter [the TPRS data series]. Vol. 7. Thermal radiative properties – metallic elements and alloys. New York: Springer Science, 1970. 1594 p.
6. *Зеликман А.Н., Кориунов Б.Г.* Металлургия редких металлов. М.: Металлургия, 1991. 432 с.
7. *Адамов Е.О., Драгунов Ю.Г., Орлов В.В. и др.* Машиностроение. Машиностроение ядерной техники. Т. 4. Кн. 1. М.: Машиностроение, 2005. 960 с.
8. *Bobkov V.P., Fokin L.R., Petrov. E.E. et al.* Thermophysical properties of materials for nuclear engineering: A tutorial and collection of data. Vienna: International Atomic ENergy Agency, 2008. 191 p.
9. *Хрущев Б.И.* Структура жидких металлов. Ташкент: Фан, 1970. 111 с.
10. Справочник по конструкционным материалам: Справочник, под ред. Б.Н. Арзамасова, Т.В. Соловьевой. М: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2005. 640 с.
11. *Chusov I.A., Pronyayev V.G., Novikov G.Ye. et al.* Correlations for calculating the transport and thermodynamic properties of lead-bismuth eutectic // Nuclear Energy and Technology. 2020. V. 6. № 2. P. 125–130.
12. *Новиков Г.Е., Обысов Н.А., Чусов И.А. и др.* Расчетно-экспериментальное обоснование полуэмпирических соотношений для определения термодинамических и транспортных свойств жидкого висмута // ВАНТ. Сер. Физика ядерных реакторов. 2020. № 2. С. 43–53.
13. *Алчагиров Б.Б., Мозговой А.Г., Шампаров Т.М.* Плотность расплавленного висмута при высоких температурах // ТВТ. 2004. Т. 42. № 3. С. 487–490.
14. *Станкус С.В., Хайрулин Р.А., Мозговой А.Г.* Экспериментальное исследование плотности висмута в конденсированном состоянии в широком интервале температур // ТВТ. 2005. Т. 43. № 3. С. 374–384.
15. *Савченко И.В., Станкус С.В., Агажанов А.Ш.* Измерение теплопроводности и температуропроводности жидкого висмута в интервале температур 545–970 К // ТВТ. 2013. Т. 51. № 2. С. 315.
16. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочное издание: В 4-х т. / Гурвич Л.В., Вейц И.В., Медведев В.А. и др. — 3-е изд., перераб. и расширен. — Т. IV. Кн. 1. М.: Наука, 1982. 623 с.

17. *Bedford R.E., Bonnier G., Maas H. et al.* Recommended values of temperature on the International Temperature Scale of 1990 for a selected set of secondary reference points // *Metrologia*. 1996. V. 33. № 2. P. 133–154.
18. *Косенков Д.В., Сагадеев В.В., Аляев В.А.* Степень черноты ряда металлов VIII группы периодической системы // *Теплофизика и аэромеханика*. 2021. Т. 28. № 6. С. 951–956.
19. *Косенков Д.В., Сагадеев В.В., Аляев В.А.* Исследование теплового излучения элементов подгруппы титана с учетом фазовых переходов // *ЖТФ*. 2021. Т. 91. № 7. С. 1090–1092.
20. *Бураковский Т., Гизинский Е., Сая А.* Инфракрасные излучатели. Л.: Энергия. Ленинградское отделение, 1978. 408 с.
21. *Линева В.И., Синева М.А., Морозов И.В. и др.* Термодинамические свойства ванадия в конденсированном состоянии // *TBT*. 2020. Т. 58. № 1. С. 41–46.
22. *Arblaster J.W.* Thermodynamic Properties of Vanadium // *J. Phase Equilib. Diffus.* 2017. V. 38. P. 51–64.
23. *Станкус С.В.* Плотность ванадия и хрома при высоких температурах // *TBT*. 1993. Т. 31. № 4. С. 565–568.
24. *Шпильрайн Э.Э., Пелетский В.Е., Костановский А.В.* Интегральная нормальная излучательная способность ванадия в температурном диапазоне 1300÷2000 К // *TBT*. 1979. Т. 14. № 1. С. 223–224.
25. *Desai P.D., James H.M., Ho C.Y.* Electrical resistivity of vanadium and zirconium // *J. Phys. Chem. Ref. Data*. 1984. V. 13. № 4. P. 1097–1130.
26. *Воронин Л.К., Меркульев А.Н., Неймарк Б.Е.* Некоторые физические свойства ванадия // *TBT*. 1970, Т. 8. № 4. С. 780–783.
27. *Paradis P.-F., Ishikawa T., Aoyama T. et al.* Thermophysical properties of vanadium at high temperature measured with an electrostatic levitation furnace // *J. Chem. Thermodynamics*. 2002. V. 34. P. 1929–1942.
28. *Cezairliyan A., Righini F., McClure J. L.* Simultaneous measurements of heat capacity, electrical resistivity and hemispherical total emittance by a pulse heating technique: vanadium 1500 to 2100 K // *Journal of research of the Notional Bureau of Standards - A. Physics and Chemistry*. 1973. V. 78A. № 2. P. 143–147.
29. *Ishikawa T., Koyama C., Nakata Y. et al.* Spectral emissivity, hemispherical total emissivity, and constant pressure heat capacity of liquid vanadium measured by an electrostatic levitator // *J. Chem. Thermodynamics*. 2021. V. 163. P. 106598–106605.
30. *Григорович В.К.* Металлическая связь и структура металлов. М.: Наука, 1988. 294 с.
31. *Глазов В.М., Айвазов А.А.* Энтропия плавления металлов и полуметаллов. М.: Металлургия, 1980. 172 с.
32. *Татаринова Л.И.* Структура твердых аморфных и жидких веществ. М.: Наука, 1983. 152 с.
33. *Gasser J.G., Kleim R.* Electrical resistivity of some liquid cadmium antimony alloys as a function of temperature. // *Journal de Physique Lettres*. 1975. V. 36. № 4. P. 93–95.
34. *Newport R.J., Gurman S.J., Howe R.A.* The resistivity and thermoelectric power of liquid antimony // *Philosophical Magazine B*. 1980. V. 42. № 4. P. 587–591.
35. *Pietenpol W.B., Miley H.A.* Electrical resistivities and temperature coefficients of lead, tin, zinc and bismuth in the solid and liquid states // *Physical Review*. 1929. V. 34. P. 188–1600.
36. *Sobolev V.* Database of Thermophysical Properties of Liquid Metal Coolants for GEN-IV. 2nd Edition, Scientific Report of the Belgian Nuclear Research Centre, Belgium, 2011. 173 p.

37. *Miller R.R., Lyon R.N. et al.* Physical Properties of Liquid Metals, Liquid Metals Handbook. / R.N. Lyon (ed.), 2nd edition. Report NAVEXOS P 733. – Atomic Energy Commission and Dept. of the Navy, Washington, USA, 1954.
38. *Cusack N., Enderby J.E.* A note on the resistivity of liquid alkali and noble metals // Proc. Phys. Soc., 1960. V. 75. P. 395–401.
39. *Bretoneet J.L.* Conductivite electrique des metaux liquids // Techniques de l'Ingenieur, Materiaux Metal-Liques. 1988, M153, Form M69.
40. *Beyer R.T., Ring E.M.* Sound propagation in liquid metals // In: Liquid Metals Chemistry and Physics. 1972. P. 411–430.
41. *Gale W.F., Totemeier T.C.* Smithells Metals Reference Book. Amsterdam: Elsevier. 2004. 602 p.

### **Emissivity of Group V Elements Periodic Table in a Wide Temperature Range**

**D. V. Kosenkov<sup>a,\*</sup>, V. V. Sagadeev<sup>a</sup>**

<sup>a</sup>*Kazan National Research Technological University, Kazan, Russia*

<sup>\*</sup>*e-mail: dmi-kosenkov@yandex.ru*

The results of a study of the normal integral emissivity of the elements of group V of the Periodic system in the solid–liquid temperature range are presented. The choice of research objects – metallic vanadium, antimony and bismuth, is justified by the absence of data on the emissivity of these elements in the open press. The measurement method is absolute radiation. The experimental data obtained on the normal integral emissivity within each of the phases of the state of the elements monotonically increase. The emissivity jumps are positive or negative and depend on the individual physico-chemical parameters of the studied elements. A theoretical calculation of the emissivity of the studied elements according to the Foot approximation was carried out and analyzed.

**Keywords:** emissivity, solid phase, liquid phase, phase transition, experiment, Foot approximation, vanadium, antimony, bismuth

УДК 536.4

## УСЛОВИЯ ПЛАВЛЕНИЯ ТЕПЛО ВЫДЕЛЯЮЩЕГО ПОРИСТОГО ЭЛЕМЕНТА С АКТИВНЫМ ОХЛАЖДЕНИЕМ: ПРИБЛИЖЕННОЕ АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ

© 2024 г. И. Г. Донской\*

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт систем  
энергетики им. Л.А. Мелентьева Сибирского отделения Российской академии наук,  
Иркутск, Россия*

*\*e-mail: donskey.chem@mail.ru*

Поступила в редакцию 17.09.2024 г.

После доработки 08.11.2024 г.

Принята к публикации 12.11.2024 г.

В теплоэнергетических приложениях (например, при исследовании режимов работы устройств для хранения тепловой и электрической энергии) часто появляются задачи, связанные с распространением фронта фазового перехода в теплонапряженных элементах. В настоящей работе рассматривается решение упрощенной задачи о проточном охлаждении плавящегося элемента. Для рассмотренных задач получены аналитические оценки для критических значений тепловыделения, соответствующих началу плавления и полному расплавлению элемента. Результаты подтверждаются численными расчетами.

*Ключевые слова:* фазовые переходы, пористая среда, активное охлаждение

**DOI:** 10.31857/S0002331024060049

### ВВЕДЕНИЕ

Переход к низкоуглеродной энергетике со значительной долей возобновляемых ресурсов требует подготовки больших емкостей для запасаания тепловой и электрической энергии. К устройствам для запасаания энергии предъявляется ряд требований, среди которых – устойчивость к перегрузкам и низкая скорость деградации. В связи с этими вопросами существенное значение приобретает разработка систем теплового контроля [1, 2]. В частности, необходимо установить предельные значения параметров, соответствующих границам эффективной и безопасной работы аккумуляторов. В настоящей работе рассматривается задача такого рода, а именно – определение критического тепловыделения, соответствующего началу плавления пористого материала и полному его расплавлению. Для этого решаются стационарные уравнения теплообмена в одномерных образцах (с плоской и цилиндрической симметрией) в различных приближениях.

Отметим, что подобные задачи появляются также в химической технологии, обработке материалов, теории горения [3–6]. Определение границы расплавления

в пористой среде является важной технической задачей (например, при работе с промерзающими средами) [7]. Полученные результаты для постоянной интенсивности тепловыделения могут быть легко распространены на линейную зависимость тепловыделения от температуры; более сложные зависимости могут приводить к критическим явлениям другого рода [8].

### УРАВНЕНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ С ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЕМ И ФАЗОВЫМ ПЕРЕХОДОМ

Начнем с рассмотрения уравнения теплопереноса в пористой тепловыделяющей среде при фильтрации несжимаемой жидкости. Примем приближение об изотропности этой среды и слабой зависимости проницаемости от других параметров при температурах ниже температуры плавления ( $U(r) = \text{const}$ ). Тогда распределение скорости в каждом сечении будет однородным. Распределение температуры определяется из уравнения:

$$cpU \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda \left[ \frac{1}{r^n} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^n \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + W. \quad (1)$$

Подобные задачи исследовались, например, в работе [9] при исследовании режимов охлаждения реакторов. Вопросы существования решения рассматривались в работах [10, 11]. При  $U = 0$  задача (1) сводится к определению профиля температуры в тепловыделяющем образце с охлаждением на внешней границе: эта постановка исследовалась в работах [12–14]. Исследования устойчивости течения в пористых каналах с внешним нагревом проводились в работах [7, 15].

Далее, будем считать, что высота области невелика, а скорость течения достаточна для того, чтобы пренебречь переносом температуры по высоте по сравнению с поперечным переносом. Кроме того, используя характерный температурный перепад  $\Delta T$ , перейдем к безразмерному уравнению:

$$Pe' \frac{D}{H} \frac{\partial \theta}{\partial \eta} = \frac{1}{\xi^n} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi^n \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) + Q. \quad (2)$$

Здесь  $D$  и  $H$  – поперечный и продольный размеры области. Комбинируя их и заменяя в (2) производную по высоте конечной разностью, приходим к обыкновенному дифференциальному уравнению:

$$\frac{1}{\xi^n} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^n \frac{d\theta}{d\xi} \right) - Pe\theta + Q = 0. \quad (3)$$

Здесь число  $Pe$  включает отношение размеров  $D$  и  $H$ . Для образца с плоской симметрией  $n = 0$ , для цилиндрической симметрии  $n = 1$ .

Уравнение (3) определяет распределение температуры в тепловыделяющем пористом материале при его фильтрационном охлаждении с интенсивностью  $Pe$ . При заданной температуре оболочки граничными условиями для уравнения (3) будут следующие равенства:

$$\frac{d\theta}{d\xi}(0) = 0; \theta(1) = 0. \quad (4a)$$



При конечной скорости теплообмена граничные условия выглядят следующим образом:

$$\frac{d\theta}{d\xi}(0) = 0; -\frac{d\theta}{d\xi}(1) = Bi\theta(1). \quad (46)$$

Если в пористом материале может происходить фазовый переход при температуре  $T_m$ , то  $\Delta T = T_m - T_0$ , и в области с  $\theta > 1$  течение становится невозможным из-за коллапса пор за счет агломерации. Из работ по тепловой устойчивости тепловыделяющих элементов известно, что в стационарном состоянии формируется поверхность раздела фаз. Обозначим расстояние от оси симметрии до поверхности раздела  $\xi_m$  так что  $\theta(\xi_m) = 1$ . Тогда параметр  $Pe$  зависит от переменной  $\xi$ , и в первом приближении является кусочно-постоянной функцией, так что:

$$Pe(\xi) = \begin{cases} 0, \xi \leq \xi_m \\ Pe_0, \xi > \xi_m \end{cases}. \quad (5)$$

Уравнение энергии разбивается при этом на отдельные уравнения для фазы расплава и фазы оболочки:

$$\frac{1}{\xi^n} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^n \frac{d\theta_s}{d\xi} \right) - Pe_0 \theta_s + Q = 0, \xi > \xi_m, \quad (6a)$$

$$\frac{\kappa}{\xi^n} \frac{d}{d\xi} \left( \xi^n \frac{d\theta_l}{d\xi} \right) + Q = 0, \xi < \xi_m. \quad (66)$$

Здесь  $\kappa$  – отношение теплопроводностей фаз. Тогда распределение температур в области  $\xi < \xi_m$  известно из работ [12, 13]:

$$\theta_l(\xi) = 1 + \frac{Q}{2(n+1)\kappa} (\xi_m^2 - \xi^2). \quad (7a)$$

Далее необходимо построить распределение, решив уравнение (3) с новыми граничными условиями. Эти условия определяются равенством температур и тепловых потоков на границе раздела фаз:

$$\theta_l(\xi_m) = \theta_s(\xi_m) = 1, \kappa \frac{d\theta}{d\xi}(\xi_m^-) = \frac{d\theta}{d\xi}(\xi_m^+). \quad (76)$$

Первая задача состоит в определении критического значения интенсивности тепловыделения при заданном потоке жидкости (либо критического значения потока жидкости при заданной интенсивности тепловыделения), т.е. такого  $Q$ , при котором в рассматриваемой области начинается расплавление материала ( $\theta_{\max} = 1$ ), либо происходит полное расплавление материала ( $\theta_{\min} = 1$ ). Для определения условий начала плавления достаточно решить однофазную задачу и найти условия достижения температуры плавления. Полное расплавление становится возможным только при конечной скорости теплообмена на внешней границе: как будет показано ниже, проточное охлаждение накладывает дополнительное ограничение на условие полного расплавления.

## УСЛОВИЕ НАЧАЛА РАСПЛАВЛЕНИЯ

*Решение для плоского канала*

Для плоской симметрии уравнение (3) для однофазной области с заданной температурой границы (4а) может быть решено простым образом [16]:

$$\theta = \frac{Q}{Pe_0} \left[ 1 - \frac{\cosh(\xi \sqrt{Pe_0})}{\cosh(\sqrt{Pe_0})} \right]. \quad (8)$$

Достижение температуры  $\theta(0) = 1$  соответствует началу плавления. При этом выполняется следующее соотношение между интенсивностью тепловыделения и числом Пекле:

$$Q_{min} = \frac{Pe_0}{1 - \frac{1}{\cosh(\sqrt{Pe_0})}}. \quad (9)$$

Из этой формулы видно, что для больших чисел Пекле зависимость стремится к прямой пропорциональности. В размерных величинах критическое тепловыделение равно:

$$W = \frac{c\rho U(T_m - T_0)D^2}{L} Q. \quad (10)$$

Критическое значение интенсивности тепловыделения для конечных чисел Био (4б) может быть найдено в виде:

$$Q_{min} = \frac{Pe_0}{1 - \frac{1}{\cosh(\sqrt{Pe_0}) + \frac{1}{Bi} \sinh(\sqrt{Pe_0})}}. \quad (11)$$

При близких к нулю числах Пекле критическое значение интенсивности тепловыделения близко к 2 (это точное решение для задачи теплопроводности с объемным тепловыделением в [12]).

$$Q_{min} \simeq 2 + Pe_0. \quad (12)$$

*Решение для цилиндрического канала*

Для цилиндрической симметрии уравнение (3) с условиями (4а) может быть представлено с помощью модифицированных функций Бесселя [16]:

$$\theta = \frac{Q}{Pe_0} \left[ 1 - \frac{I_0(\xi \sqrt{Pe_0})}{I_0(\sqrt{Pe_0})} \right]. \quad (13)$$

Отсюда критическое значение интенсивности тепловыделения может быть найдено по формуле:

$$Q_{min} = \frac{Pe_0}{1 - \frac{1}{I_0(\sqrt{Pe_0})}} \quad (14)$$

С граничными условиями (46) получаем поправку на число Био:

$$Q_{min} = \frac{Pe_0}{1 - \frac{1}{I_0(\sqrt{Pe_0}) + \frac{1}{Bi} I_{-1}(\sqrt{Pe_0})}} \quad (15)$$

Функция  $I_0$  является растущей функцией модуля аргумента, поэтому в пределе больших числе Пекле зависимость в формуле превращается в прямую пропорциональность, как и для плоской симметрии. Это совпадение ожидаемо: при больших расходах конвективное охлаждение играет более важную роль по сравнению с поперечным переносом, поэтому геометрия области становится незначимой. Для малых чисел Пекле разложение до первых двух слагаемых дает приближение:

$$Q_{min} \simeq 4 + Pe_0. \quad (16)$$

### УСЛОВИЕ ПОЛНОГО РАСПЛАВЛЕНИЯ

При полном расплавлении образца на внешней границе достигается температура фазового перехода. Поскольку при этом, согласно (5), число Пекле равно нулю во всей области, то условие полного расплавления для задачи с проточным охлаждением совпадает с условием расплавления образца с внешним охлаждением [13]:

$$Q_{max} = (n + 1) Bi. \quad (17)$$

Численные расчеты проводились с помощью оборудования ЦКП “Высокотемпературный контур” (ИСЭМ СО РАН). Для вычислений использовалась численная схема из работы [17]. Результаты численного моделирования показывают, что условие полного расплавления (17) действительно выполняется при малых числах Пекле. Однако при больших числах Пекле, а именно при

$$Pe_0 > (n + 1) Bi, \quad (18)$$

расплавление при выполнении (17) не происходит. Проточное охлаждение становится достаточно интенсивным, чтобы можно было пренебречь теплопотерями через внешние границы. Однако при достижении значения интенсивности тепловыделения (9) или (14) (в зависимости от геометрии) происходит полное расплавление области. То есть, критическое значение тепловыделения, соответствующее полному расплавлению, является ступенчатой функцией числа Пекле.

### Постоянный расход охлаждающей жидкости

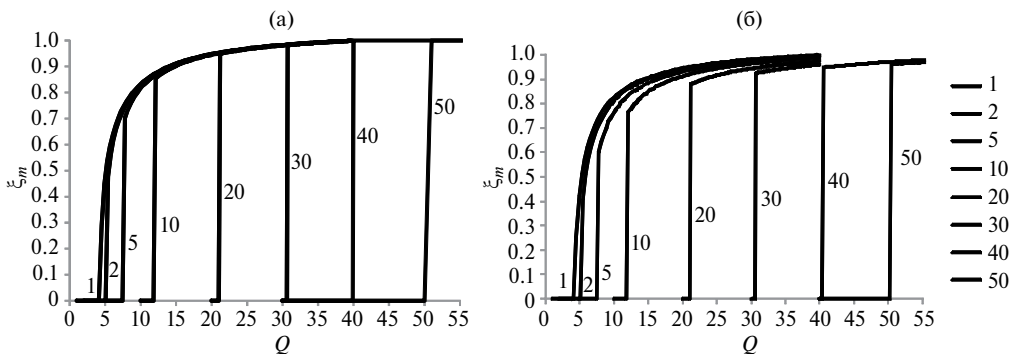
Если вместо постоянного перепада давления по участку пористой среды задано условие постоянного расхода охлаждающей жидкости, то число Пекле зависит от занятого расплавленной фазой сечения:

$$Pe(\xi) = \begin{cases} 0, \xi \leq \xi_m \\ \frac{Pe_0}{1 - \xi_m^n}, \xi > \xi_m \end{cases} \quad (19)$$

В этом случае эффективное число Пекле увеличивается при расширении области расплава. Поэтому при сколько угодно больших значениях интенсивности тепловыделения полное расплавление не происходит. Значение интенсивности тепловыделения, соответствующее началу плавления, не меняется по сравнению с предыдущим вариантом.

Расчетная зависимость координаты поверхности раздела фаз от интенсивности тепловыделения и числа Пекле для цилиндрической области приведены на рис. 1. Видны характерные скачки в области критических значений интенсивности тепловыделения, связанные с изменением теплового баланса: такие резкие переходы между режимами теплообмена напоминают критические явления в химических реакторах [8]. Учет кинетики фазовых переходов может привести к большему разнообразию особенностей поведения [18].

Рассмотренные одномерные задачи и их решения могут послужить основой для исследования двумерной задачи Стефана для тепловыделяющих пористых сред. Можно ожидать, что наблюдаемые в одномерном случае критические явления будут проявляться и при переходе к более реалистичным постановкам. При этом, однако, граница расплава будет уже зависеть от высоты слоя. При малых расходах и больших температурных перепадах становятся значимыми процессы естественной конвекции [19, 20]. Эти направления могут стать объектом следующих работ.



**Рис. 1.** Зависимость положения границы фазового перехода в тепловыделяющем цилиндре от интенсивности тепловыделения ( $Q$ ) и интенсивности охлаждения (числа рядом с кривыми,  $Pe_0$ ) для  $Bi = 20$  и  $\kappa = 1$ : (а) постоянная скорость течения; (б) постоянный расход.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена одномерная стационарная задача Стефана в пористом элементе с внутренним объемным тепловыделением и теплоотводом за счет фильтрации охлаждающей жидкости. Однофазная постановка позволяет определить зависимость критического значения интенсивности тепловыделения от других параметров (числа Пекле, числа Био). Путем численного решения двухфазной задачи получены расчетные зависимости положения раздела фаз от интенсивности тепловыделения. Полученные результаты могут быть использованы для определения границ устойчивых режимов фильтрации в тепловыделяющих средах.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект № 23-2900406 (<https://rscf.ru/project/23-29-00406/>).

## ОБОЗНАЧЕНИЯ

$Bi$  – число Био

$D$  – поперечный размер области (полуширина, радиус), м

$H$  – высота области, м

$I_k$  – модифицированная функция Бесселя  $k$ -го порядка

$Pe$  – число Пекле

$Pe_0$  – число Пекле в проницаемой части сечения

$Q$  – безразмерная интенсивность тепловыделения

$Q_{min}$  – безразмерная интенсивность тепловыделения, соответствующая началу плавления

$Q_{max}$  – безразмерная интенсивность тепловыделения, соответствующая полному расплавлению области

$T$  – температура

$T_m$  – температура плавления

$T_0$  – температура охлаждения

$U$  – скорость фильтрации, м/с

$W$  – интенсивность тепловыделения, Вт/м<sup>3</sup>

$c$  – теплоемкость, Дж/кг/К

$n$  – показатель симметрии области

$r$  – поперечная координата, м

$z$  – продольная координата, м

$\kappa$  – отношение теплопроводностей фаз

$\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/м/К

$\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>

$\theta$  – безразмерная температура

$\theta_l$  – температура в области расплава

$\theta_m$  – безразмерная температура плавления

$\theta_s$  – температура в пристенной области

$\eta$  – безразмерная продольная координата

$\xi$  – безразмерная поперечная координата

$\xi_m$  – безразмерное положение фронта плавления

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sarbu I., Sebachievici C.* A Comprehensive Review of Thermal Energy Storage // Sustainability. 2018. V. 10. P. 191. DOI: 10.3390/su10010191
2. *Mallick S., Gayen D.* Thermal behaviour and thermal runaway propagation in lithium-ion battery systems – A critical review // Journal of Energy Storage. 2023. V. 62. P. 106894. DOI: 10.1016/j.est.2023.106894
3. *Panchenko S.V., Bobkov V.I., Fedulov A.S., Chernovalova M.V.* Mathematical modelling of thermal and physical-chemical processes during sintering // Non-ferrous Metals. 2018. No. 2. P. 50. DOI: 10.17580/nfm.2018.02.09
4. *Thevenin P.O., Ersson A.G., Kusar H.M.J., Menon P.G., Jaras S.G.* Deactivation of high temperature combustion catalysts // Applied Catalysis A: General. 2001. V. 212. P. 189. DOI: 10.1016/S0926-860X(00)00846-2
5. *Puszyński J., Jayaraman V.K., Hlavacek V.* A Stefan problem for exothermic non-catalytic reactions // International Journal of Heat and Mass Transfer. 1985. V. 28. No. 6. P. 1237. DOI: 10.1016/0017-9310(85)90133-4
6. *Tripathi P., Rao L.* Single particle and packed bed combustion characteristics of high ash and high plastic content refuse derived fuel // Fuel. 2022. V. 308. P. 121983. DOI: 10.1016/j.fuel.2021.121983
7. *Sajjadi M., Azaiez J.* Heat and mass transfer in melting porous media: Stable miscible displacements // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2015. V. 88. P. 926. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.05.017
8. *Вулис Л.А.* Тепловой режим горения. М.-Л.: Государственное энергетическое издательство, 1954. 288 с.
9. *Lutsenko N.A.* Numerical modeling of unsteady gas flow through porous heat-evolutional objects with partial closure of the object's outlet // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2014. V. 72. P. 602. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.01.046
10. *Сажеников С.А.* Исследование задачи Дарси-Стефана о фазовых переходах в насыщенном пористом грунте // ПМТФ. 2008. Т. 49. № 4. С. 81.
11. *Barbu V., Ciotir I., Danaila I.* Existence and Uniqueness of Solution to the Two-Phase Stefan Problem with Convection // Applied Mathematics & Optimization. 2021. V. 84. P. 123. DOI: 10.1007/s00245-021-09764-w
12. *Crepeau J.C., Siahpush A., Spotten B.* On the Stefan problem with volumetric energy generation // Heat and Mass Transfer. 2009. V. 46. P. 119. DOI: 10.1007/s00231-009-0550-5
13. *Alsulami R.A., Zope T.M., Premnath K., Aljaghtham M.* Convectively cooled solidification in phase change materials in different configurations subject to internal heat generation: Quasi-steady analysis // Applied Thermal Engineering. 2023. V. 221. P. 119849. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2022.119849
14. *Донской И.Г.* Влияние лучистых теплопотерь на условия плавления материала с внутренним тепловыделением // Изв. ВУЗов. Проблемы энергетики. 2024. Т. 26. № 3. С. 173. DOI: 10.30724/1998-9903-2024-26-3-173-183

15. *Donskoy I.* The critical conditions of filtration flow blocking in a porous channel with phase transitions // *Journal of Heat and Mass Transfer Research*. 2024. DOI: 10.22075/JHMTR.2024.34469.1570 (in press)
16. *Gunn D.J.* Diffusion and chemical reaction in catalysis and absorption // *Chemical Engineering Science*. 1967. V. 22. No. 11. P. 1439. DOI: 10.1016/0009-2509(67)80071-X
17. *Донской И.Г.* Задача Стефана в тепловыделяющем цилиндрическом образце с граничными условиями третьего рода: расчет времени расплавления // *iPolytech Journal*. 2024. Т. 28. № 2. С. 290. DOI: 10.21285/1814-3520-2024-2-290-302
18. *Быков В.И., Цыбенова С.Б.* Динамика фазовых переходов первого рода // *ДАН*. 2009. Т. 429. № 3. С. 347.
19. *Lutsenko N.A.* Numerical model of two-dimensional heterogeneous combustion in porous media under natural convection or forced filtration // *Combustion Theory and Modelling*. 2018. V. 22. No. 2. P. 359. DOI: 10.1080/13647830.2017.1406617
20. *Crepeau J., Siahpush A.S.* Solid–liquid phase change driven by internal heat generation // *Comptes Rendus Mecanique*. 2012. V. 340. P. 471. DOI: 10.1016/j.crme.2012.03.004

## **Melting Conditions for Porous Heat-Generating Device with Active Cooling: Approximate Analytical Solution**

**I. G. Donskoy\***

*Melentiev Energy Systems Institute SB RAS, Irkutsk, Russia*

*\*e-mail: donskey.chem@mail.ru*

In thermal engineering applications (for example, when studying the operating conditions of thermal storage and electrochemical devices), problems often arise related to the phase transition front propagation in thermally stressed elements. This paper considers the solution of a simplified problem of heating element flow cooling. To this end, analytical estimates were obtained for the critical values of heat release intensity corresponding to the onset of melting and complete melting of the porous sample. The results are compared with numerical calculations.

*Keywords:* phase transitions, porous media, active cooling

---

---

УДК 621.383.51, 537.5

## КРИТЕРИИ РАЗРУШАЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ВТОРИЧНЫХ ДУГОВЫХ РАЗРЯДОВ НА ВЫСОКОВОЛЬТНЫЕ СОЛНЕЧНЫЕ БАТАРЕИ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

© 2024 г. В. В. Валиуллин<sup>1</sup>, А. Б. Надирадзе<sup>1,\*</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)”, Москва, Россия

\*e-mail: nadiradze@mai.ru

Поступила в редакцию 11.09.2023 г.

После доработки 08.11.2024 г.

Принята к публикации 12.11.2024 г.

Одной из тенденций развития солнечной энергетики в космосе является увеличение рабочего напряжения солнечных батарей (БС) до 100 и более вольт. Это позволяет существенно снизить массу кабельной сети и преобразователей напряжения, однако сопряжено с риском возникновения вторичных дуговых разрядов (ВДР), способных привести к разрушению элементов конструкции и значительному снижению выходной мощности БС. В данной статье рассмотрены вопросы выбора критериев разрушающего воздействия ВДР на БС, позволяющие определить преобладающий механизм воздействия и оценить допустимое количество разрядов в каждой точке БС. Кратко рассмотрены методы экспериментального определения показателей разрушающего воздействия ВДР на высоковольтные БС, используемых в предложенных критериях.

**Ключевые слова:** высоковольтная солнечная батарея, космический аппарат, вторичные дуговые разряды, критерии разрушающего воздействия, показатели разрушающего воздействия

**DOI:** 10.31857/S0002331024060057

### ВВЕДЕНИЕ

Одной из тенденций развития солнечной энергетики в космосе является увеличение рабочего напряжения солнечных батарей (БС) до 100 и более вольт. Это позволяет существенно снизить массу кабельной сети и преобразователей напряжения и, соответственно, увеличить массу полезной нагрузки космического аппарата (КА). В связи с этим тенденцию увеличения рабочего напряжения БС можно считать устойчивой, а применение высоковольтных солнечных батарей (ВБС) в составе КА – весьма перспективным [1].

Однако с увеличением рабочего напряжения растет и риск возникновения дуговых разрядов, способных привести к разрушению элементов конструкции и значительному снижению выходной мощности ВБС [2–6]. Поэтому одной из важнейших

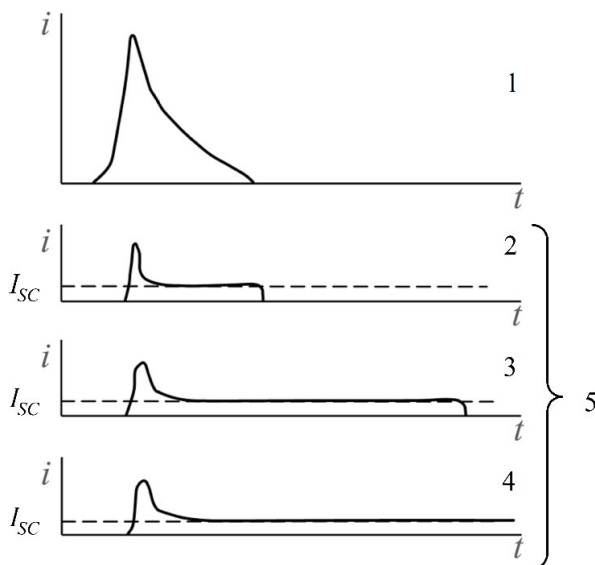


проблем перехода на повышенное рабочее напряжение БС является обеспечение их устойчивости к негативному воздействию дуговых разрядов.

Дуговые разряды возникают между электродами ВБС, находящимися под достаточно большим напряжением и близко расположенными друг к другу. Однако самопроизвольное загорание дуговых разрядов на ВБС невозможно. Для того чтобы загорелась дуга, необходимо создать проводящую среду между электродами. Такая среда может быть создана в результате первичного электростатического разряда (ЭСР) или первичной дуги, возникающих при электризации внешних поверхностей КА под действием потоков магнитосферной плазмы [4, 5, 7, 8]. Дуга может загораться в плазме, генерируемой при ударе метеорных частиц или твердых частиц техногенного происхождения (“космический мусор”) [9, 10], в плазме электроракетного двигателя или в ионосферной плазме [11–17]. Учитывая необходимость инициирования (“поджига”), дуговые разряды между электродами ВБС обычно называют вторичными дуговыми разрядами (ВДР).

Дуговые разряды различных видов, включая вакуумные дуговые разряды, к которым относятся и ВДР, в настоящее время достаточно хорошо изучены [18–20]. Имеются руководящие документы [21–23], позволяющие учесть возможность возникновения ВДР при проектировании и испытаниях ВБС. Вместе с тем критерии стойкости ВБС к воздействию ВДР, принятые в большинстве действующих стандартов [21–23], не учитывают особенностей разрушающего воздействия ВДР на элементы конструкции ВБС, что существенно снижает качество интерпретации результатов испытаний и ограничивает возможность применения расчетных методов оценки стойкости ВБС к данному виду воздействия.

Согласно [22], ВДР условно делят на 3 класса исходя из продолжительности разряда (рис. 1).



**Рис. 1.** Классификация ВДР по продолжительности разряда [22]: 1 – первичный разряд; 2 – неустойчивая дуга (NSA); 3 – временная устойчивая дуга (TSA); 4 – постоянная устойчивая дуга (PSA); 5 – вторичные дуги.

Вторичные дуги называют неустойчивыми (2 – NSA), когда дуга наблюдается только во время первичного разряда (1), являющегося инициатором ВДР.

Вторичные дуги называют устойчивыми (самостоятельный разряд), когда дуга наблюдается даже после завершения первичного разряда (3, 4).

Устойчивая дуга называется временной (3 – TSA), если она прекращается через некоторое время после окончания первичного разряда даже в том случае, если питание дуги все еще присутствует.

Устойчивая дуга называется постоянной (4 – PSA), если она не прекращается до тех пор, пока доступно внешнее питание.

Очевидно, что PSA-дуги недопустимы, поскольку они приведут либо к серьезным разрушениям конструкции ВБС, либо к значительным потерям мощности батареи. Исторически, название “постоянная” дуга произошло от того, что во время испытаний такая дуга прерывалась принудительно путем отключения питания. В связи с этим деление на TSA и PSA дуги является весьма условным, поскольку нет критерия, позволяющего их различить.

Хорошо известно [18], что вакуумный дуговой разряд может гореть только до тех пор, пока существует среда, через которую протекает ток разряда. Эта среда образуется в результате испарения и последующей ионизации материалов электродов и прилегающих к ним диэлектриков. Поэтому, как только запасы испаряющихся материалов будут исчерпаны, дуга погаснет. Погасание дуги может произойти и по причине ее природной неустойчивости, о чем будет сказано ниже. Наконец, дуга может прекратиться намного раньше, если произойдет перегорание проводника, подводящего электрическую энергию к месту горения дуги. Следовательно, PSA-дуг, горящих неопределенно долгое время, не существует в силу физической природы дугового разряда.

Временная дуга (TSA) может быть опасной только в том случае, если ее длительность достаточно велика, чтобы привести к разрушению элементов ВБС. Учитывая, что в течение срока активного существования (САС) КА в одном и том же месте таких дуг может произойти достаточно много, то даже относительно небольшие повреждения могут со временем накапливаться и приводить к критическим разрушениям элементов конструкции ВБС.

По-видимому, следуя этой логике, в стандарте [22] было принято, что допустимыми для конструкции ВБС являются только очень короткие, неустойчивые NSA-дуги, длительность горения которых не превышает 1–3 мкс. Предполагалось, что за столь короткое время повреждения не успеют развиваться или они будут настолько малы, что даже при очень большом количестве разрядов, реализуемых в течение САС, можно гарантировать, что критических разрушений элементов конструкции ВБС не произойдет. Напротив – устойчивые TSA и PSA дуги должны быть полностью исключены, поскольку они потенциально опасны и могут привести к необратимым разрушениям ВБС.

В данной статье предлагается использовать более гибкий критерий, который учитывает разрушающее воздействие дуговых разрядов на элементы конструкции ВБС. Этот критерий допускает возможность некоторого количества TSA-дуг и учитывает разрушения, возникающие в результате NSA-дуг. Допустимое количество дуг (любого типа) определяется исходя из повреждений, вызываемых одиночной дугой, накопительного характера повреждений и распределения дуговых разрядов по длительности горения. Кроме того, показано, что количество NSA-дуг, которое

можно допустить, не безгранично (хотя и велико). Поскольку дуговой разряд всегда сопровождается разрушениями электродов, их ресурс ограничен независимо от параметров и длительности горения дуги.

### ПОКАЗАТЕЛИ РАЗРУШАЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Независимо от того, в каком месте ВБС загорается дуга, она всегда ограничена током короткого замыкания  $I_{SC}$  фотоэлектрических генераторов, которые ее питают. В связи с этим можно считать, что все ВДР имеют ток  $I_d \approx I_{SC}$ . Для отдельных цепочек последовательно соединенных солнечных элементов (СЭ), получивших в англоязычной литературе название “стринг” (*string*), этот ток составляет 0.5–3 А. Для панели БС ток дуги может достигать 15–20 А, а для всей БС – 50–100 А и более.

Дополнительный вклад в ток разряда (в начальный момент времени) может вносить электрическая емкость СЭ, находящаяся в контуре тока дуги. Однако энергия, накопленная на этой емкости, относительно невелика и в первом приближении ее можно не учитывать. Импульс тока, возникающий в начальный момент времени горения дуги и превышающий  $I_{SC}$ , имеет длительность порядка нескольких микросекунд, что позволяет не учитывать его при оценке повреждающего воздействия ВДР на ВБС.

Сильноточные длительные дуги с током до 100 А и более могут возникать в местах нарушения изоляции кабелей (например, при ударе метеорной частицы [9], после многократной циклической нагрузки или после локального пробоя в результате мощного ЭСР). Такие дуги обычно возникают между местами повреждения изоляции положительной шины БС и корпусом КА [22]. Хотя не исключены ситуации, когда дуга горит между двумя близкорасположенными сильноточными кабелями с разной полярностью. Поскольку в разряде начинает участвовать диэлектрик, механизм горения дуги будет существенно отличаться от классических вакуумных дуг [19, 24]. Поэтому обычные критерии разрушения к таким разрядам неприменимы. Но если такая дуга возникает, то разрушения от нее, как правило, являются фатальными.

Дуги с токами до 5–20 А могут возникать в местах соединения развязывающих диодов с положительной шиной панели БС. Такие дуги питаются от нескольких стрингов или от отдельной секции. Причиной их возникновения является повреждение изоляции развязывающих диодов. Разрушения от таких дуг менее критичны для КА, поскольку охватывают относительно небольшую часть ВБС. Однако и в этом случае потери мощности могут быть значительными.

Принципиально иной характер имеют повреждения открытых (не изолированных) электродов ВБС. К таким электродам относятся межсоединители СЭ и коммутационные шины. Дуговые разряды, возникающие на этих электродах, питаются от одного стринга, поэтому ток дуги не превышает 0.5–3 А. При таких токах развитие длительных дуг маловероятно (за исключением тех случаев, когда электрод контактирует с диэлектрическими материалами, способными интенсивно выделять газы). Вместе с тем именно на открытых электродах возникновение дуговых разрядов наиболее вероятно, поскольку разряды инициируются первичными ЭСР, постоянно возникающими на панелях БС.

Таким образом можно утверждать, что только открытые электроды ВБС подвергаются непрерывному, длительному воздействию ВДР [25]. Дуговые разряды

в кабельной сети единичны, носят ярко выраженный случайный характер (удар метеорита, накопление механических повреждений) и, как правило, являются следствием дефектов конструкции [26].

При рассмотрении разрушающего воздействия дугового разряда на открытые электроды ВБС следует разделять воздействие на отрицательные (катод) и положительные (анод) электроды. Это связано с тем, что механизмы разрушения этих электродов имеют принципиальные отличия.

Катод, независимо от тока и времени горения дуги, всегда подвержен эрозии, обусловленной функционированием эктонов [20]. Эрозия может быть вызвана эмиссией ионов, выбросом нейтральных частиц, а также капельной фазы [27]. Эмиссия нейтральных частиц невелика. В лучшем случае она составляет 1–3% от общей потери массы катода [28, 29], поэтому ее можно не учитывать. Доля капельной фазы может быть значительной. Она зависит от материала катода, тока разряда и характера движения катодного пятна. Удельная ионная эрозия катода  $\gamma$ , численно равная отношению  $\Delta m/q$ , где  $\Delta m$  – потеря массы катода,  $q$  – электрический заряд, перенесенный дугой, при значениях  $q \leq 0.1$  Кл составляет для меди – 40, для вольфрама – 62, а для углерода – 15 мкг/Кл [20, 27, 30, 31]. При увеличении перенесенного заряда до 1000 Кл удельная эрозия меди возрастает всего в 5 раз – до 200 мкг/Кл, что говорит о консервативности этого параметра.

Катодом дуги на ВБС в большинстве случаев является каркас панели ВБС, соединенный с отрицательной шиной батареи. Поскольку каркас представляет собой массивную конструкцию с развитой поверхностью, его эрозия вряд ли окажется критичной для работы ВБС.

В ряде случаев дуговой разряд может возникнуть между электродами соседних СЭ с достаточно большой разностью потенциалов. Поскольку катодом такого разряда служат электроды СЭ, их разрушение необходимо учитывать при анализе.

Пусть катод представляет собой медную шинку прямоугольного сечения длиной  $L$ , шириной  $B$  и толщиной  $H$ , закрепленную своими концами на полупроводниковом кристалле СЭ. Тогда потеря массы за счет эрозии, соответствующая критическому разрушению шинки, составит:

$$\Delta M_k = \rho_k \vartheta_k LBH, \quad (1)$$

где  $\rho_k$  – плотность материала шинки;  $\vartheta_k$  – критическая степень разрушения (эрозии) шинки, при которой происходит разрыв электрической цепи (можно предположить, что  $\vartheta_k \approx 0.1 - 0.25$ ).

Соответственно, критерием разрушения катодной шинки будет условие:

$$t_d \geq t_k^* = \frac{\Delta M_k}{\gamma I_d}, \quad (2)$$

где  $t_d$  – суммарное время горения множества дуговых разрядов на данном катоде;  $t_k^*$  – максимально допустимое суммарное время горения дуговых разрядов;  $I_d$  – ток дуги (здесь принято, что ток дуги ограничен источником тока  $I_{SC}$  и является константой).

Для медной шинки с размерами  $8 \times 2 \times 0.05$  мм при  $I_d = 0.5$  А,  $v_k \approx 0.25$  и  $\gamma = 40$  мкг/Кл из (2) находим, что  $t_k^* \approx 90$  с. Тогда количество дуговых разрядов, которое допускается в течение САС, составит:

$$N_k^* = \frac{t_k^*}{\tau_0}, \quad (3)$$

где  $\tau_0$  — средняя длительность горения дугового разряда.

Заметим, что при  $\tau_0 \approx 2$  мкс, характерном для несамостоятельной NSA-дугои,  $N_k^*$  составит около  $4.5 \times 10^7$ . Это на несколько порядков величины больше количества разрядов за САС, которое, по оценкам [7], измеряется десятками тысяч. К тому же эти разряды распределены на всей ВБС, в состав которой входят десятки тысяч шинок. Следовательно, разрушение катодных шинок за счет ионной эрозии при NSA-дугах действительно можно исключить.

Разрушение анода происходит, в основном, в результате теплового воздействия дуги. Физические процессы, протекающие на аноде, чрезвычайно сложны и многообразны. Наиболее детально они описаны в работах [18, 32, 33]. В рамках данной статьи будем считать, что тепловыделение происходит по всей поверхности анода, анодных пятен не образуется и возможность точечного прогорания анода исключена. Тогда суммарное тепловыделение на аноде (подвод тепла) будет равно [18]:

$$Q_+ = I_d (U_a + U_e + \phi), \quad (4)$$

где  $U_a$  — анодное падение ( $U_a \approx 0 \dots 4$  В);  $U_e$  — температурный потенциал электронов в плазме ( $U_e \approx 1$  В);  $\phi$  — работа выхода электронов из металла анода (для меди  $\phi = 4.15$  В). Согласно [32], эффективное анодное падение  $U_a^{\text{эфф}} = U_a + U_e + \phi$  для большинства металлов составляет около 7.5 В.

Будем считать, что отвод тепла от шинки происходит только за счет излучения и теплопроводности. Теплоотводом за счет испарения можно пренебречь, поскольку разрушение анода происходит сразу после начала плавления, то есть гораздо раньше, чем начинается его интенсивное испарение. Полагая, что температура концов шинки, контактирующих с кристаллом СЭ, равна температуре СЭ, теплоотвод за счет теплопроводности составит:

$$Q_\lambda = 4\lambda (T_0 - T_1) \frac{BH}{L}, \quad (5)$$

где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности;  $T_1$  — температура СЭ ( $T_1 \approx 80^\circ\text{C}$ );  $T_0$  — температура в центральной точке шинки.

Теплоотвод излучением можно оценить по формуле:

$$Q_\epsilon = \epsilon \sigma T_0^4 LB, \quad (6)$$

где  $\epsilon$  — степень черноты шинки (для металлических электродов  $\epsilon \approx 0.5$ );  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана.

Суммарный отвод тепла от шинки составит:

$$Q_- = Q_\lambda + Q_\epsilon. \quad (7)$$

Равновесную температуру в середине шинки  $T_0$  находим, решая уравнение теплового баланса:

$$Q_+ - Q_- = 0. \quad (8)$$

Для указанных выше параметров из (8) находим, что  $T_0 \approx 350^\circ\text{C}$ . При такой температуре никаких разрушений шинки можно не опасаться независимо от длительности и количества разрядов. Следовательно, одним из условий критического воздействия ВДР на анод является превышение температуры анода некоторого предельно допустимого значения. Если исходить из условия сохранения целостности анода (не учитывая теплового воздействия на СЭ и изоляторы), то таким значением является температура плавления материала анода  $T_v$ , которая для меди составляет  $1083^\circ\text{C}$ .

Расчет по (4)–(8) показывает, что температура плавления  $T_v$  достигается при  $I_d = I_a^* = 2.5$  А. Однако при токе разряда  $I_d = I_a^*$  разрушения шинки не происходит, поскольку все подводимое тепло (19 Вт) отводится от шинки за счет теплопроводности (17 Вт) и излучения (2 Вт). Только при  $I_d > I_a^*$  возникает избыточное тепловыделение  $\Delta Q = Q_+ - Q_-$ , которое может привести к плавлению материала шинки. Полагая, что при плавлении шинки происходит ее частичное разрушение, время до полного разрушения шинки можно оценить, как:

$$t_a^* \approx v_a M_S \frac{\Delta H_{\text{пл}}}{\Delta Q}, \quad (9)$$

где  $M_S$  – масса шинки;  $\Delta H_{\text{пл}}$  – скрытая теплота плавления материала шинки;  $v_a$  – критическая степень расплавления анодной шинки, при которой наступает разрыв цепи (можно предположить, что  $v_a \approx 0.1$ – $0.25$ ).

При  $\Delta Q \gg 0$  минимальное время, необходимое для нагрева шинки до температуры плавления (без учета отвода тепла), составит:

$$\tau_a^* \approx \frac{M_S}{Q_+} C_p (T_v - T_1), \quad (10)$$

где  $C_p$  – теплоемкость материала шинки.

Поскольку плавление шинки может происходить небольшими порциями, то суммарное время теплового воздействия дугового разряда на анод  $t_a^*$  может быть накоплено за несколько разрядов. В этом случае можно говорить о накопительном эффекте воздействия ВДР на анодные шинки.

Таким образом, условиями разрушения анода являются:

$$I_d > I_a^*, \quad (11a)$$

$$\tau_d > \tau_a^*, \quad (11b)$$

$$t_d = \sum (\tau_d - \tau_a^*) > t_a^*, \quad (11b)$$

где  $t_d$  – суммарное время теплового воздействия ВДР, при котором шинка нагрета до температуры плавления.

Разряд, при котором становится возможным частичное разрушение анода (выполняются условия 11а и 11б), в дальнейшем будем называть “разрушающим” дуговым разрядом. Для полного разрушения анода необходимо чтобы было выполнено условие (11в). Это возможно при одном длительном или при нескольких коротких разрядах.

Согласно (9) и (10), при токе разряда  $I_d = 3.5$  А время нагрева анода до температуры плавления составит  $\tau_a^* \approx 0.12$  с, а время до полного разрушения анода —  $t_a^* \approx 0.023$  с. Заметим, что аккуратный численный расчет нагрева шинки дает  $\tau_a^* \approx 0.21$  с, что, с учетом имеющейся неопределенности в отношении конструкции шинок и СЭ, незначительно отличается от значения, полученного по (10). Для конкретной конструкции шинки расчеты параметров  $\tau_a^*$  и  $t_a^*$  могут быть выполнены с применением известных численных методов с учетом распределения температуры по длине шинки, конструкции СЭ и его окружения.

Вместе с тем при  $I_d = 3.5$  А разрушение катодной шинки за счет ионной эрозии произойдет за время  $t_k^* \approx 12$  с. Это наводит на мысль о том, что среди всех возможных видов воздействия ВДР существует один преобладающий вид воздействия, который и приводит к критическому разрушению элементов конструкции ВБС.

Для полноты картины необходимо рассмотреть тепловое разрушение полупроводника и примыкающих к электродам диэлектриков. Получить количественную оценку этих эффектов без привязки к конкретной конструкции довольно сложно, поэтому в рамках данной статьи ограничимся только качественной картиной разрушения.

Очевидно, что тепловые эффекты имеют пороговый характер. Для образования дефектов в кристалле полупроводника или пиролиза изоляторов необходимо, чтобы температура материала превысила некоторое критическое значение  $T_{max}$ . Условием достижения этой температуры является достижение критического значения тока дуги  $I_h^*$ , при котором равновесная температура материала равна  $T_{max}$ . В силу инерционности тепловых процессов для нагрева материала до этой температуры всегда требуется некоторое время  $\tau_h^*$ . После этого требуется еще некоторое время  $t_h^*$ , необходимое для возникновения критических изменений в материалах. То есть, как и в случае с анодом, здесь имеется три ограничения по  $I_h^*$ ,  $\tau_h^*$  и  $t_h^*$ .

Исходя из этого, обобщенный критерий разрушающего воздействия ВДР на ВБС можно записать в виде:

$$I_d > I_{i,j}^*, \quad (12a)$$

$$\tau_d > \tau_{i,j}^*, \quad (12б)$$

$$t_d = \sum (\tau_d - \tau_{i,j}^*) > t_{i,j}^*, \quad (12в)$$

где нижним индексом  $i$  обозначается вид (механизм) воздействия, а индексом  $j$  — разрядный промежуток на электроды которого производится воздействие.

Для каждого разрядного промежутка и для каждого вида воздействия может быть определен вектор параметров  $\theta_{i,j} = (I_{i,j}^*, \tau_{i,j}^*, t_{i,j}^*)$ , позволяющий определить

преобладающий механизм воздействия и оценить его последствия для ВБС в зависимости от места локализации и параметров дуговых разрядов. Разрушение катода за счет эрозии определяется тройкой параметров  $(0, 0, t_k^*)$ .

### ДОПУСТИМОЕ КОЛИЧЕСТВО ДУГОВЫХ РАЗРЯДОВ

Экспериментальные исследования [19] и ряда других авторов показывают, что длительность горения дуги  $\tau_d$  является случайной величиной, подчиняющейся распределению, вида:

$$N = N_0 \exp\left(-\frac{\tau_d}{\tau_0}\right), \quad (13)$$

где  $N_0$  – общее количество разрядов (за некоторое время наблюдений);  $N$  – количество разрядов с временем горения большим, чем  $\tau_d$ ;  $\tau_0$  – среднее время горения дуги.

При этом среднее время горения дуги  $\tau_0$  экспоненциально растет с увеличением тока разряда [19]:

$$\tau_0 = \tau_{th} \exp\{\psi \cdot (I_d - I_{th})\}, \quad (14)$$

где  $I_d$  – ток дугового разряда;  $I_{th}$  – пороговый ток дуги (ток отсечки [19]);  $\tau_{th}$  – средняя продолжительность горения дуги при  $I_d = I_{th}$ ;  $\psi$  – константа, численно равная тангенсу угла наклона зависимости  $\tau_0(i)$ .

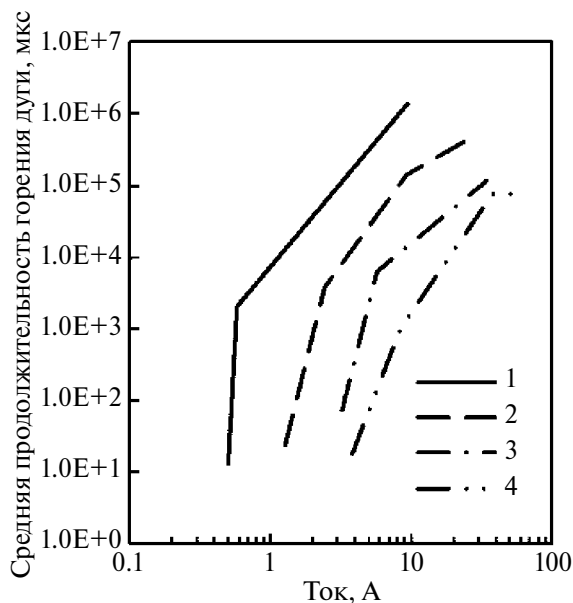
В работе [34] дается весьма убедительное теоретическое объяснение зависимостей (13) и (14) на основании эктонной модели дугового разряда. Основная идея этой модели состоит в том, что на поверхности катода появляются микровзрывы металла, обусловленные большой концентрацией энергии за счет джоулева разогрева. Эти микровзрывы сопровождаются испусканием порций электронов в течение  $\sim 10$  нс в количестве  $10^{11} - 10^{12}$  штук. Плазма, создаваемая этими взрывами, взаимодействует с твердой и жидкой поверхностью металла катода и приводит к новым микровзрывам. Таким образом, имеет место процесс самоподдержания дугового разряда, в котором реализуется “эстафетный” режим функционирования эктонов. Если по каким-то причинам передача “эстафеты” не происходит, наблюдается самопроизвольное погасание дуги.

Согласно эктонной модели, физической причиной неустойчивости вакуумной дуги является конечное время жизни эктона и связанная с этим цикличность процессов в катодном пятне вакуумной дуги. Катодное пятно вакуумной дуги состоит из множества отдельных ячеек. Каждая ячейка переносит ток, который не превышает удвоенного значения порогового тока дуги  $I_{th}$  [34].

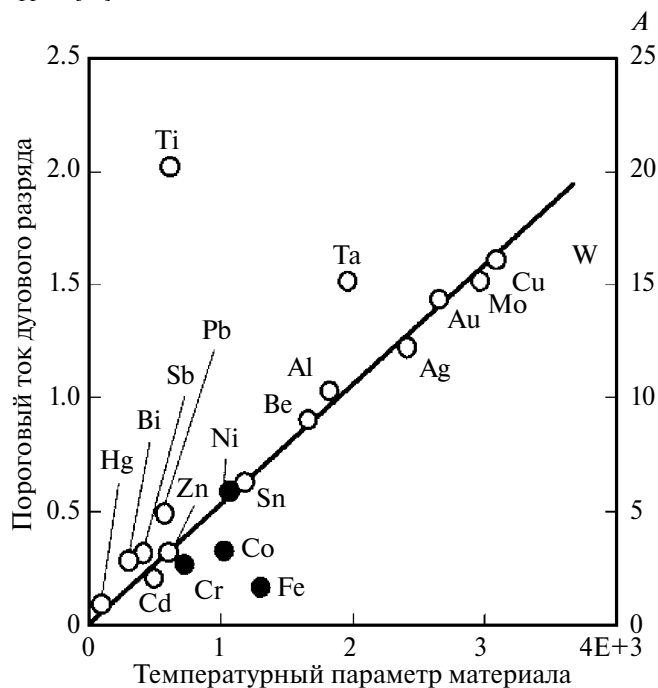
Отметим, что детальные исследования в части определения  $I_{th}$  и зависимостей  $\tau_0(I_d)$  различных материалов проводились И.Г. Кесаевым [19], Дж. Фаррелом [18], Р.П.П. Смиитсом [35], П.С. Михайловым [36] и многими другими авторами. Типичные зависимости  $\tau_0(I_d)$  для ряда материалов приведены на рис. 2 [18], а значения тока отсечки  $I_{th}$  в зависимости от параметра  $-T_b \sqrt{\lambda}$ , где  $T_b$  – температура плавления материала,  $\lambda$  – теплопроводность материала, на рис. 3 [19].

В этих работах было показано, что устойчивость дугового разряда определяется, в основном, процессами у катода. Поэтому такие параметры как длина дуги,





**Рис. 2.** Средняя продолжительность горения дуги для различных металлов: 1 – цинк; 2 – серебро; 3 – медь; 4 – вольфрам [18].



**Рис. 3.** Пороговые токи дугового разряда для различных материалов катода от температурного параметра материала  $T_b \sqrt{\lambda}$ . Зачерненными кружками отмечены результаты измерений для ферромагнитных металлов и кобальта. Ось ординат для них указана справа [19].

площадь катода и способ “поджига” не оказывают существенного влияния на устойчивость горения дуги.

Параметр  $\psi$  в формуле (14) является функцией температуры кипения материала катода [19]. Для ртутных катодов он в несколько раз больше, чем для вольфрамовых. Кривая  $\tau_0(I_d)$  может иметь два или три прямолинейных участка, что обусловлено, по-видимому, плавлением и испарением материала катода. У ртутного катода в точке плавления ( $-39^\circ\text{C}$ ) наблюдается резкое уменьшение наклона  $\psi$  на 2–3 порядка величины. Это связано с тем, что на поверхности жидкого катода образуется “лужица” расплавленного металла, которая не содержит неровностей, являющихся местами зарождения эктонов.

Следует так же отметить, что появление газов в разрядном промежутке вызывает улучшение устойчивости дугового разряда [19, стр. 90], что, по-видимому, связано с увеличением концентрации плазмы. Этот фактор необходимо учитывать, когда в процессе горения дуги происходит пиролиз изоляторов, сопровождающийся интенсивным газовыделением. Если устойчивость разряда улучшается, то среднее время горения дуги возрастает, а значит возрастает вероятность критических разрушений элементов ВБС.

Как было показано в [34], ячейка катодного пятна имеет конечное время жизни  $t_c$ , которое называется циклом. Цикл состоит из двух стадий. Первая стадия — это время  $t_e$ , в течение которого происходит непосредственное функционирование эктона. Вторая стадия меньшей длительности  $t_i$ , в течение которой происходит иницирование нового эктона взамен исчезнувшего. Следовательно, вероятность того, что эктона нет, равна:

$$\alpha = \frac{t_i}{t_e + t_i}, \quad (15)$$

а того, что эктон функционирует:

$$\beta = 1 - \alpha. \quad (16)$$

Если ток дуги меньше  $2I_{th}$ , то в катодном пятне будет функционировать только одна ячейка, в которой то исчезает, то возникает новый эктон. Этот режим соответствует несамостоятельному дуговому разряду, о котором говорилось выше (NSA-дуга). Плазма первичного ЭСР иницирует первый эктон. Но в силу ограничения по току разряда, плазмы, которая будет создана этим эктоном, окажется недостаточно для инициации следующего эктона. Поэтому, как только исчезнет плазма первичного ЭСР, дуга погаснет.

При токе дуги  $I_d \gg 2I_{th}$  количество ячеек:

$$n = \frac{I_d}{2I_{th}} \gg 1, \quad (17)$$

а среднее время горения дуги [34]:

$$\tau_0 = \frac{t_c}{\alpha^n}. \quad (18)$$

В общем случае параметры  $t_c$  и  $\alpha$  должны быть определены экспериментально. Для вольфрама и меди  $t_c \approx 30$  нс, а  $\alpha \approx 0.2$  [34].

Таким образом, распределение дуговых разрядов по длительности горения характеризуется двумя параметрами –  $\tau_0$  и  $N_0$ . При этом параметр  $\tau_0$  является характеристикой устойчивости катодных процессов, а  $N_0$  – характеристикой внешнего воздействия (фактически – частотой импульсов “поджига” и длительностью экспозиции).

Очевидно, что параметры  $\tau_0$  и  $N_0$  для каждого разрядного промежутка будут иметь свои индивидуальные значения  $\tau_{0,j}$  и  $N_{0,j}$ .

Оценим для  $j$ -го разрядного промежутка предельно допустимое количество разрядов  $N_j^*$ , превышение которого может привести к критическим разрушениям.

Поскольку имеется несколько возможных механизмов воздействия, величину  $N_j^*$  можно определить как:

$$N_j^* = \min_{i \in (I_{i,j} > I_{i,j}^*)} \{N_{i,j}^*\}, \quad (19)$$

где  $N_{i,j}^*$  – предельно допустимое количество разрядов по  $i$ -му механизму воздействия. В (19) учтено, что, если  $I_{i,j} \leq I_{i,j}^*$ , повреждений не возникает и  $i$ -ый механизм воздействия можно исключить из рассмотрения.

При  $I_{i,j} > I_{i,j}^*$  количество разрядов, отвечающих условию (12б), будет равно:

$$N_{i,j} = N_{i,j}^* \exp\left(-\frac{\tau_{i,j}^*}{\tau_{0,j}}\right). \quad (20)$$

Суммарное время горения дуговых разрядов, длительностью  $\tau_d > \tau_{i,j}^*$  составляет:

$$t_{sum,i,j} = N_{i,j} \cdot (\tau_{0,j} + \tau_{i,j}^*), \quad (21)$$

а суммарное время теплового (разрушающего) воздействия дуги:

$$t_{i,j} = N_{i,j} \cdot \tau_{0,j} = t_{i,j}^*. \quad (22)$$

Тогда, из (20, 21) и условия (12в) находим, что

$$N_{i,j}^* = \frac{t_{i,j}^*}{\tau_{0,j}} \exp\left(\frac{\tau_{i,j}^*}{\tau_{0,j}}\right). \quad (23)$$

Для рассмотренного выше примера при  $I_d = 3,5$  А и  $\tau_0 = 20$  мкс [25] из (23) находим, что  $N_k^* = 6 \times 10^5$ , а  $N_a^* \gg N_k^*$ . Это значит, что несмотря на то, что время теплового разрушения анода  $t_a^* \ll t_k^*$ , вероятность разрушения анода исчезающе мала в силу того, что для этого необходимо, чтобы длительность разряда превысила время нагрева анода до температуры плавления  $\tau_a^* \approx 0.1$  с. Следовательно, для рассмотренного примера преобладающим механизмом воздействия является ионная эрозия катода, которая происходит при любой длительности разряда.

Рассмотрев все возможные механизмы воздействия, можно найти предельно допустимое количество разрядов  $N_j^*$ , превышение которого приведет к критическому разрушению элементов рассмотренного разрядного промежутка. Это значит,

что обобщенным критерием разрушающего воздействия ВДР на ВБС может быть условие:

$$N_{0,j} > N_j^*. \quad (24)$$

Отметим, что значительно меньшее количество разрядов требуется для возникновения термических разрушений полупроводника и прилегающих к электроду диэлектрических материалов. Это связано с меньшими значениями критической температуры и увеличением средней длительности горения дуги в следствие газо-выделения нагретых изоляторов. Однако и в этом случае для оценки допустимого количества разрядов могут быть применены соотношения (19), (23) и (24) с соответствующим набором параметров.

### МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ВОЗДЕЙСТВИЯ

Возможность практического применения предлагаемых критериев определяется прежде всего возможностью определения показателей, которые в них используются. Здесь можно выделить три основные группы показателей — это показатели устойчивости ВДР ( $\tau_{0,j}$ ), показатели разрушающего воздействия ВДР на ВБС ( $\theta_{i,j}$ ) и показатели внешнего воздействия магнитосферной плазмы на ВБС ( $N_{0,j}$ ).

Как отмечалось выше, показатели устойчивости ВДР ( $\tau_{0,j}$ ) в силу их физической природы не зависят от способа инициирования и интенсивности инициирующих импульсов, хотя зависят от тока разряда. Поэтому при определении этих показателей можно применять методы ускоренных испытаний, обеспечивающие максимально быстрый набор необходимой статистики за счет увеличения частоты или интенсивности импульсов “поджига” дуги.

Отметим, что в работах [25, 37, 38] подробно рассмотрены процедуры проведения экспериментов по набору статистического материала и их последующей обработки. Результаты этих работ включены в стандарт [22] и являются руководством к действию при проведении испытаний ВБС на стойкость к воздействию ВДР.

Экспериментальное определение вектора  $\theta_{i,j} = (I_{i,j}^*, \tau_{i,j}^*, t_{i,j}^*)$  предполагает разрушение образцов, исключающее их повторное использование. Учитывая высокую стоимость образцов и их ограниченное количество, для определения этих параметров наиболее рациональным представляется проведение испытаний при увеличенном токе разряда, позволяющим исключить накопительные эффекты и достичь разрушения образца при одиночном разряде (аналогичный подход применялся в [25]). Тогда, зная параметры этого разряда можно оценить  $\theta_{i,j}$ . Одновременно может быть получена информация о преобладающем механизме воздействия.

Более экономичным и точным является применение математических моделей разрушающего воздействия ВДР на ВБС, позволяющих по конкретным конструктивным параметрам разрядных промежутков определить  $\theta_{i,j}$ . Такие модели экстремально сложны и требуют тщательной экспериментальной проверки. Однако в настоящее время уже существуют подходы и математические модели, позволяющие решить подобные задачи [39].

Параметр  $N_{0,j}$ , относящийся к третьей группе показателей, определяется условиями функционирования КА и не может быть получен в прямом лабораторном эксперименте. Поэтому для оценки  $N_{0,j}$  следует использовать расчетно-теоретические

методы (например, изложенные в [7]). Как правило, условия функционирования (функция распределения частиц магнитосферной плазмы и ее вариации) априори известны. Поэтому в лабораторном эксперименте достаточно получить зависимость частоты возникновения ВДР от параметров воздействия. Поскольку полностью смоделировать их в условиях стенда невозможно, следует опираться на некоторые характерные величины, которые можно проконтролировать в эксперименте. Это могут быть, например, плотность тока электронов и величина дифференциальной разности потенциалов в тройных точках. Измерив частоту возникновения ВДР в зависимости от этих параметров, можно оценить  $N_{0j}$ , которая будет реализована в условиях летной эксплуатации КА.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье представлены критерии разрушающего воздействия ВДР на элементы конструкции ВБС. Показателями разрушающего воздействия ВДР на ВБС являются ток разряда, длительность разряда и суммарное время теплового воздействия разряда на элементы разрядного промежутка. Данный набор показателей характеризует конкретный механизм воздействия для конкретного разрядного промежутка. При наличии данных о частоте и средней длительности дуговых разрядов предложенный критерий позволяет выбрать преобладающий механизм воздействия и оценить допустимое количество разрядов. Показано, что имеется три группы показателей, а именно, показатели устойчивости ВДР, показатели разрушающего воздействия ВДР на ВБС и показатели внешнего воздействия на ВБС. Показатели каждой группы определяются разными способами, позволяющими минимизировать затраты материальных и временных ресурсов на проведение испытаний. Рассмотрены основные способы экспериментального и расчетно-теоретического определения показателей воздействия. В частности, отмечается, что применение современных математических моделей для расчета показателей разрушения позволяет существенно сократить стоимость модельных испытаний и повысить точность прогнозирования.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Goebel D.M., Filimonova O.S.* High Voltage Solar Array Development for Space and Thruster-Plume Plasma Environments // IEEE Transactions on Plasma Science, 2022. V. 50. № 3. P. 721–730. DOI: 10.1109/TPS.2022.3147424
2. *Акишин А.И.* Снижение мощности солнечных батарей искусственных спутников Земли под воздействием электрических разрядов // Материалы авиационной и космической техники. Перспективные материалы, 2008. № 4. С. 22.
3. *Акишин А.И.* Электроразрядные сбои в космических аппаратах в зоне космических излучений // Перспективные материалы, 2010. № 2. С. 27–32.
4. *Ferguson D.C., HiHard G.B., Vayner B.V., Galofaro J.T., Lyons V.* High Voltage Space Solar Arrays. 53rd International Astronautical Congress. The World Space Congress, 2002.
5. *Vayner B.V., Galofaro J.T., Ferguson D.C.* Experimental Study of Arcing on High-Voltage Solar Arrays. 17th Space Photovoltaic Research and Technology Conference. Cleveland. Ohio, 2002. P. 16.

6. Летин В.А., Акишин А.И., Бардина Н.М., Заявлин И.Р., Князев Б.Н., Спиглазов А.М., Тютрин Ю.И., Эвенов Ю.И. Возникновение дугового разряда между участками солнечных батарей в вакууме // Гелиотехника, 1990. № 1. С. 75–76.
7. Cho M., Kawakita S., Nakamura M., Takahashi M., Sato T., Nozaki Y. Number of Arcs Estimated on Solar Array of a Geostationary Satellite // Journal of Spacecraft and Rockets, 2005. V. 42. № 4. P. 740–748. DOI: 10.2514/1.6694
8. Бабкин Г.В., Гостищев Э.А., Смекалин Л.Ф., Шошин Э.Б., Ягушкин Н.И. Условия возникновения низковольтных электрических дуг между элементами солнечных батарей при радиационной электризации космических аппаратов // Космонавтика и ракетостроение, 2003. Т. 30. № 1. С. 75–83.
9. Siguier J.-M., Inguibert V., Murat G., Payan D. Secondary arcing triggered by hypervelocity impacts on solar panel rear side cables with defects – Comparison with laser impacts // IEEE Transactions on Plasma Science. Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2017. V. 45. № 8. P. 1880–1886. DOI: 10.1109/TPS.2017.2686602
10. Акишин А.И. Космическое материаловедение. Методическое и учебное пособие. М: НИИЯФ МГУ, 2007. С. 209.
11. Мещеряков В.П. Взрывная эрозия сильноточных контактов и электродов. Ульяновск: УлГТУ, 2011.
12. Tverdokhlebova E.M., Korsun A.G., Garkusha V.I., Strashinsky V.A., Gabdullin F.F., Tverdokhlebov S.O. Influence of Space Propulsions and Plasma Sources on Electric-Discharge Phenomena on the ISS. Proceedings of the 4th International Spacecraft Propulsion Conference (ESA SP-555). Chia Laguna (Cagliari). Sardinia. Italy, 2004.
13. Tverdokhlebova E.M., Borisov B.G., Korsun A.G., Kozyrev N., Gabdullin F.F. Simulation of near-electrode processes of a electric discharge in the ISS environment. 44th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno, 2006. DOI: 10.2514/6.2006-872
14. Gabdullin F.F., Korsun A.G., Lavrenko E.G., Mitroshin A.S., Tverdokhlebova E.M. The Plasma Plume of the ISS Plasma Contactor Unit under the Effect of the Geomagnetic Field. Presented at the 30th International Electric Propulsion Conference. Florence. Italy, 2007.
15. Надирадзе А.Б., Шапошников В.В., Максимов И.А., Иванов В.В., Кочура С.Г. Воздействие плазмы электроракетных двигателей на бортовое высоковольтное оборудование. Навигационные спутниковые системы, их роль и значение в жизни современного человека: материалы Всероссийской научно-технической конференции, посвященной 40-летию запуска на орбиту навигационного КА “Космос-192” и 25-летию запуска первого КА “Глонас”. г. Железногорск. 10–14 октября. 2007 / под общ. ред. Н. А. Тестоедова. Красноярск: Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т, 2007.
16. Carruth M.R., Vaughn J.A., Bechtel R.T., Gray P.A. Electrical Breakdown of Space Station Freedom Surfaces. 30th AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit. Reno. NV, 1992. P. 1–7.
17. Горшков О.А., Муравлев В.А., Шагайда А.А. Холловские и ионные плазменные двигатели для космических аппаратов. Москва. Машиностроение, 2008.
18. Лафферти Дж. [Lafferty J.M.]. Вакуумные дуги / под ред. Дж. Лафферти; пер. с англ. А.В. Елецкого, Е.З. Меплихова, А.А. Радцига; под ред. В.И. Раховского. М.: Мир, 1982. С. 432.
19. Кесаев И.Г. Катодные процессы электрической дуги. Москва: Наука, 1968.
20. Месяц Г.А. Эктон – лавина электронов из металла // УФН, 1995. Т. 165. № 6. С. 601–626. DOI: 10.3367/UFNr.0165.199506a.0601

21. ECSS-E-ST-20-06C. Space engineering. Spacecraft charging. ECSS Secretariat ESA-ESTEC Requirements & Standards Division Noordwijk. The Netherlands, 2008.
22. ISO 11221:2011. Space Systems – Space Solar Panels – Spacecraft Charging Induced Electrostatic Discharge Test Methods.
23. Okumura T., Ninomiya S., Masui H., Toyoda K., Imaizumi M., Cho M. Solar cell degradation due to ESD for international standardization of solar array ESD test. Proceedings of the 10th Spacecraft Charging Technology Conference, 2007.
24. Ширковец А.И., Губаев Д.Ф. Математическая модель горения однофазной дуги в изоляции силовых кабелей с графической интерпретацией развития пробоя на основе нелинейного сопротивления дугового канала // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики, 2012. № 9–10. С. 121–134.
25. Cho M., Kitamura K., Ose T., Masui H., Toyoda K. Statistical Number of Primary Discharges Required for Solar Array Secondary Arc Tests // Journal of Spacecraft and Rockets, 2009. V. 46. № 2. P. 438–448. DOI:10.2514/1.37798
26. Gerlach L. Post-Flight Investigation Programmes Of Recently Retrieved Solar Generators. Proceedings of the 13th Space Photovoltaic Research and Technology Conference (SPRATXIII). NASA Lewis Research Center Cleveland. Ohio, 1994, P. 269–283.
27. Месяц Г.А., Беренгольц С.А. Механизм генерации аномальных ионов вакуумной дуги // УФН, 2002. Т. 172. № 10. С. 1113–1130. DOI: 10.3367/UFNr.0172.200210a.1113
28. Tuma D.T., Chen C.L., Davies D.K. Erosion products from the cathode spot region of a copper vacuum arc // J. Appl. Phys., 1978. V. 49. № 7. P. 3821. DOI: 10.1063/1.325386
29. Daalder J.E. Components of cathode erosion in vacuum arcs // J. Phys. D: Appl. Phys., 1976. V. 9. № 16. P. 2379. DOI: 10.1088/0022-3727/9/16/009
30. Daalder J.E. Erosion and the origin of charged and neutral species in vacuum arcs. // J. Phys. D: Appl. Phys., 1975. V. 8 № 14. P. 1647. DOI: 10.1088/0022-3727/8/14/009
31. Андерс А., Окс Е.М., Юшков Г.Ю., Савкин К.П., Браун Я., Николаев А.Г. Определение удельной ионной эрозии катода вакуумной дуги на основе измерения полного ионного тока из разрядной плазмы // Журн. технической физики, 2006. Т. 76. № 10. С. 57–61.
32. Осадин Б.А. Эрозия анода при сильноточном разряде в вакууме // ТВТ, 1965. Т. 3. № 6. С. 914–919.
33. Грановский В.Л. Электрический ток в газе. Установившейся ток / под ред. Л.А. Сена и В.Е. Голанта. М.: Наука. 1971. С. 543.
34. Беренгольц С.А., Месяц Г.А. Самопроизвольное погасание дуги в эктонной модели // Письма в ЖТФ, 2001. Т. 27. № 6. С. 82–85.
35. Smeets R.P.P. Low-current behaviour and current chopping of vacuum arcs. [Phd Thesis 1 (Research TU/e / Graduation TU/e), Electrical Engineering]. Technische Universiteit Eindhoven, 1987. DOI: 10.6100/IR264618
36. Михайлов П.С., Музюкин И.Л., Мамонтов Ю.И., Уйманов И.В., Земсков Ю.А., Беренгольц С.А. Измерение порогового тока вакуумной дуги для наноструктурированного вольфрама. Proceedings of 8th International Congress on Energy Fluxes and Radiation Effects. Tomsk. Russia, 2022. P. 886–889. DOI: 10.56761/EFRE2022.C3-O-024701
37. Cho M., Goka T. Japanese Practices of Solar Array ESD Ground Tests. 9th Spacecraft Charging Technology Conference. Japan Aerospace Exploration Agency. Tsukuba. Japan, 2005.

38. *Cho M., Kim J.-H., Hosoda S., Nozaki Y., Miura T., Iwata T.* Electrostatic Discharge Ground Test of a Polar Orbit Satellite Solar Panel // IEEE Transactions on Plasma Science, 2006. V. 34. № 5. P. 2011–2030. DOI: 10.1109/TPS.2006.881935
39. *Khalyutin S., Starostin I., Agafonkina I.* Generalized Method of Mathematical Prototyping of Energy Processes for Digital Twins Development // Energies, 2023. V. 16. № 4. P. 1933. DOI: 10.3390/en16041933

## **Criterion of Damaging Effect Caused by Secondary Arc Discharge Impact Onto High-Voltage Solar Batteries of the Spacecraft**

**V. V. Valliulin<sup>a</sup>, A. B. Nadiradze<sup>a, \*</sup>**

*<sup>a</sup>Moscow Aviation Institute (MAI), Moscow, Russia*

*\*e-mail: nadiradze@mai.ru*

One problem of space solar power engineering is how to increase the solar batteries (SB) operating voltage up to 100 V and higher. It makes possible to decrease greatly the cabling mass and the mass of voltage transducers, but it can cause secondary arc discharges (SAD) able to destroy SB structure and to decrease SB output power. In the present paper we analyse how to choose criteria of damaging effect caused by secondary arc discharge impact onto SB, which make possible to determine the prevalent impact mechanism, and to estimate permissible number of discharges in each point of the solar battery. In brief, we examine methods for determining experimentally criteria of damaging effect caused by SAD impact to SB.

**Keywords:** high-voltage solar battery, spacecraft, secondary arc discharges, damaging effect criteria, damaging effect indicators



---

УДК 621.43.044.

## РАСЧЕТНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ИСКРОВЫХ РАЗРЯДОВ В ЕМКОСТНЫХ СИСТЕМАХ ЗАЖИГАНИЯ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ НА ОСНОВЕ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ НАПРЯЖЕНИЙ НА НАКОПИТЕЛЬНЫХ КОНДЕНСАТОРАХ

© 2024 г. Ф. А. Гизатуллин<sup>1, \*</sup>, О. А. Юшкова<sup>1, \*\*</sup>

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования “Уфимский университет науки и технологий”, Уфа, Россия

\*e-mail: elaint@yandex.ru,

\*\*e-mail: yushkova-usatu@bk.ru

Поступила в редакцию 30.11.2023 г.

После доработки 08.11.2024 г.

Принята к публикации 12.11.2024 г.

Представлены результаты расчетного определения вероятностных параметров искровых разрядов в полупроводниковых свечах емкостных систем зажигания — энергии и длительности разрядов, разрядного тока и критерия воспламеняющей способности систем зажигания по измерениям двух диагностических величин при невозможности прямого измерения названных параметров в условиях газотурбинных двигателей и натурных испытательных стендов. В качестве диагностических параметров приняты измеряемые легкодоступными средствами два напряжения на накопительном конденсаторе систем зажигания — напряжение при переходе подготовительной стадии разрядов в искровую и напряжение на конденсаторе после погасания разряда в полупроводниковой свече. Экспериментально определены законы распределения диагностических величин, с использованием методов теории вероятностей получены выражения для числовых характеристик параметров разрядов в функции диагностических величин и характеристик элементов разрядных цепей систем зажигания.

*Ключевые слова:* емкостная система зажигания, диагностический параметр, параметр искровых разрядов

**DOI:** 10.31857/S0002331024060062

Основными показателями эффективности систем зажигания газотурбинных двигателей являются воспламеняющая способность, энергетическая эффективность и надежность работы. Воспламеняющая способность, как основной показатель эффективности, может быть оценена разными способами, например, по площади пусковой характеристики камеры сгорания или воспламенителя, по максимальной высоте, при которой возможен повторный запуск в полете после выключения двигателя, по предельным значениям скорости воздуха на входе в камеру сгорания для

успешного воспламенения топливовоздушной смеси и другие [1]. В работах [2, 3] показано, что ни один из основных параметров искровых разрядов в свечах зажигания — энергия, разрядный ток, длительность разрядов, не определяет однозначно воспламеняющую способность системы зажигания. В работе [3] на основе разработанной обобщенной модели искрового воспламенения, примилившей противоречия известных тепловых и нетепловых теорий воспламенения, установлены критерий воспламеняющей способности искровых разрядов в свечах, критерий воспламеняющей способности применительно к системе зажигания в целом и критерий электроискровой стабилизации пламени в камерах сгорания или пусковых воспламенителях, аналогичный известному критерию Михельсона для стабилизации пламени плохообтекаемыми телами. Функционал критерия воспламеняющей способности искровых разрядов зависит от того, какая топливовоздушная смесь воспламеняется — движущаяся или неподвижная. Динамика газодинамических процессов в камерах сгорания такова, что при наземном, т.е. стартовом запуске ГТД, воспламеняется практически неподвижная смесь, так как рабочий торец свечи в месте образования искровых разрядов располагается на границе циркуляционной зоны, т.е. на границе разделения прямых и обратных потоков, где скорость потока теоретически равна нулю. При высотных запусках двигателя граница зоны обратных потоков смещается и рабочий торец свечи оказывается в зоне высоких прямых скоростей потока.

Для случая движущейся топливовоздушной смеси, как наиболее сложно воспламеняемой, критерий воспламеняющей способности емкостных систем зажигания получен в виде [2, 3]:

$$K = \frac{W}{I_m t_{\text{и}} W_0 f}, \quad (1)$$

где  $W$  — энергия искрового разряда в свече;  $I_m$  — максимальное значение разрядного тока;  $t_{\text{и}}$  — длительность искровой стадии разряда в свече;  $W_0 = \frac{CU_0^2}{2}$  — энергия накопительного конденсатора;  $C$  — емкость накопительного конденсатора;  $U_0$  — напряжение заряда накопительного конденсатора;  $f$  — частота следования разрядов в свече.

В работах [2, 3] доказано, что для повышения воспламеняющей способности системы зажигания необходимо минимизировать величину критерия  $K$ .

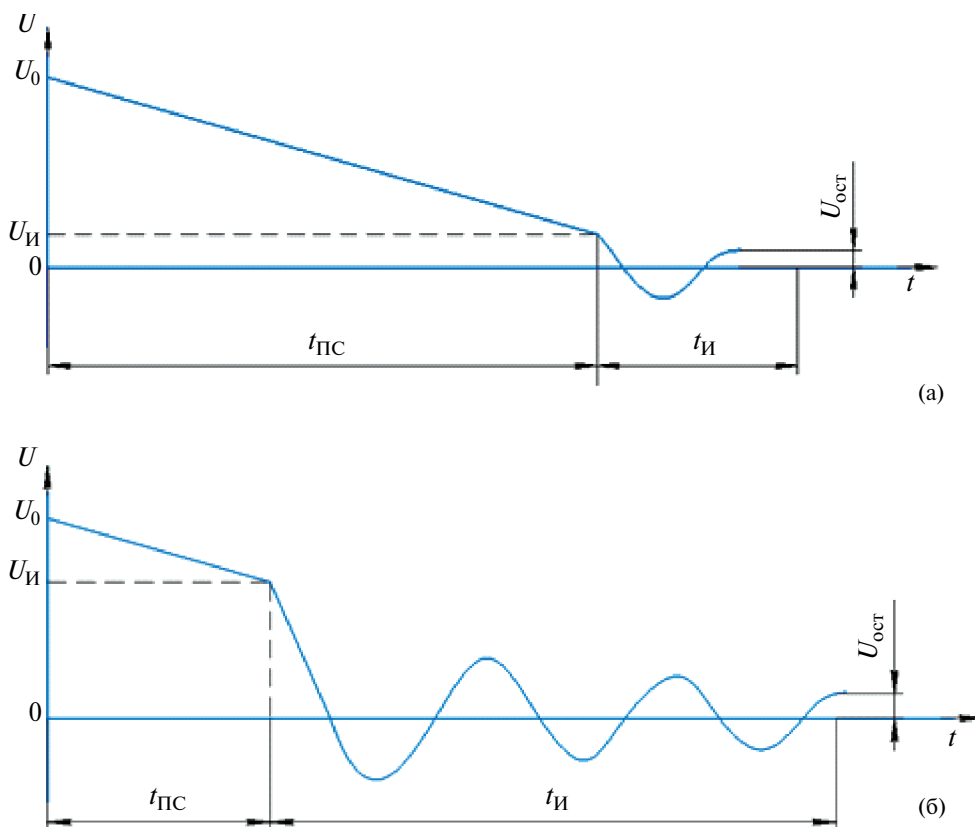
По поводу параметров искровых разрядов  $W$ ,  $I_m$ ,  $t_{\text{и}}$ , входящих в (1), необходимо отметить следующее. Названные параметры взаимосвязаны таким образом, что при фиксированных энергии накопительного конденсатора  $W_0$  и частоте следования разрядов в свече  $f$  минимизация критерия  $K$  приводит к увеличению энергии искровых разрядов в свече  $W$  при непропорциональном увеличении длительности искровой стадии разрядов  $t_{\text{и}}$  и уменьшению максимального значения разрядного тока  $I_m$ . Наиболее неопределенной величиной в (1) является энергия искровых разрядов, которая определяется известной интегральной формулой:

$$W = \int_0^{t_{\text{и}}} u i dt, \quad (2)$$

где  $u$ ,  $i$  — мгновенные значения напряжения в разряде и тока в течение разрядного процесса.

В камере сгорания газотурбинного двигателя искровой разряд в свече зажигания подвергается широкому кругу возмущающих воздействий (температура, давление, поток топливовоздушной смеси). В [4] получено, что в течение цикла запуска ГТД случайным образом от разряда к разряду изменяются все основные параметры искровых разрядов, определяющие эффективность системы зажигания. При выходе этих параметров за пределы допусковых областей воспламенения не происходит. Кроме того, в процессе эксплуатации системы зажигания изменяются характеристики полупроводниковой свечи, увеличивается междуэлектродный зазор, меняются свойства полупроводящего слоя. В результате основные выходные параметры системы зажигания, т.е. энергия, длительность разрядов и амплитуда разрядного тока тоже изменяются. Это приводит к снижению эффективности системы зажигания, оцениваемой ее воспламеняющей способностью и надежностью при параметрических отказах.

В качестве примера на рис. 1(а, б) приведены характерные временные зависимости напряжения на накопительном конденсаторе емкостной системы зажигания в течение одного цикла запуска двигателя [4]. Рис. 1а соответствует началу запуска двигателя, когда подача топлива еще не включена и свеча работает в потоке воздуха; рис. 1б соответствует работе свечи при воздействии топливовоздушной смеси.



**Рис. 1.** Характерные временные зависимости напряжения на накопительном конденсаторе: (а) при работе свечи в воздухе; (б) при работе свечи при воздействии топливовоздушной смеси.

На рис. 1 (а, б) обозначено:  $t_{\text{ПС}}$  — длительность подготовительной стадии разряда;  $U_{\text{и}}$  — напряжение на накопительном конденсаторе в момент перехода подготовительной стадии разряда в искровую;  $U_{\text{ОСТ}}$  — остаточное напряжение на конденсаторе после погасания разряда. Сравнение осциллограмм показывает, что величина  $t_{\text{ПС}}$  может меняться кратно, нестабильным остается и параметр  $U_{\text{ОСТ}}$ .

Достоверные представления о вероятностных параметрах разрядов в свечах можно получить только в результате натурных испытаний. Однако для того, чтобы определить по ним все необходимые величины, характеризующие эффективность системы зажигания, необходимо проведение сложных и трудоемких экспериментов. Задача оперативной регистрации амплитуды разрядного тока и длительности искровой стадии разряда в полупроводниковых свечах может быть решена с использованием цифровых измерителей параметров быстротекущих импульсных процессов [5]. Энергия искровых разрядов как основной показатель, определяющий эффективность системы зажигания, может быть измерена с помощью цифрового измерителя энергии только в условиях лабораторий и испытательных стендов. При запуске ГТД энергию разрядов невозможно измерить, не нарушая динамику процессов воспламенения и горения смеси в камере сгорания или пусковом воспламенителе. Это связано с тем, что для измерения энергии разрядов вход одного из измерительных датчиков — делителя напряжения необходимо подключать непосредственно к электродам на рабочем торце свечи. При подключении делителя к высоковольтному вводу в свечу измеряется падение напряжения не только в искровом разряде, но и на электродах свечи, что недопустимо снижает точность измерений.

В [6] разработан теоретический метод расчетной оценки энергии искровых разрядов в емкостных системах зажигания с полупроводниковыми свечами на основе моделирования разрядных процессов и выявления диагностических параметров искровых разрядов, связанных с энергетическими параметрами, функциональными зависимостями. В качестве диагностических параметров приняты две величины: длительность подготовительной стадии разрядов  $t_{\text{ПС}}$  и остаточное напряжение на накопительном конденсаторе после погасания разряда  $U_{\text{ОСТ}}$ . Длительность подготовительной стадии разрядов является параметром, который определяет величину  $U_{\text{и}}$  — напряжение на накопительном конденсаторе к началу искровой стадии разрядов; величина  $U_{\text{и}}$  входит в выражение для параметров  $W$ ,  $I_m$ ,  $t_{\text{и}}$  в формуле (1) для критерия воспламеняющей способности. При этом величина  $U_{\text{и}}$  находится в работе [6] путем аппроксимации зависимости  $U_C = f(t)$  в течение времени  $t_{\text{ПС}}$ , например, линейной убывающей зависимостью вида:

$$U_C = U_0 - bt, \quad (3)$$

где  $b$  — коэффициент, зависящий от типа полупроводникового элемента в свече.

Зависимость (3) является достаточно приближенной, она может быть не только линейной, но и квадратичной с различными вариациями. Отсюда следует, что использование приближенного выражения (3) при определении параметров искровых разрядов  $W$ ,  $I_m$ ,  $t_{\text{и}}$  приводит к существенным погрешностям.

На основании (3) выражение для параметра  $U_{\text{и}}$  примет вид:

$$U_{\text{и}} = U_0 - bt_{\text{ПС}}, \quad (4)$$

Приведенный в [2, 6] подход к расчету параметров  $W$ ,  $I_m$ ,  $t_{\text{и}}$  на основании измерений диагностических величин  $t_{\text{и}}$  и  $U_{\text{ОСТ}}$  не является единственным возможным. Если

принять в качестве одного из диагностических параметров величину  $U_{\text{и}}$  вместо  $t_{\text{пс}}$ , алгоритмы расчетного определения энергетических параметров  $W$ ,  $I_m$ ,  $t_{\text{и}}$  и критерия  $K$  существенно упрощаются путем исключения необходимости аппроксимации зависимости  $U_C(t)$  в течение подготовительной стадии разрядов, что приводит к повышению точности расчетов.

В статье решается задача расчетного определения параметров искровых разрядов в полупроводниковых свечах и критерия воспламеняющей способности емкостных систем зажигания, применяемых в современных ГТД самолетов различного назначения на основе диагностирования напряжений на накопительном конденсаторе  $U_{\text{и}}$  и  $U_{\text{ост}}$  с учетом вероятностного характера всех названных величин. Результаты исследований ориентированы на использование при оценке параметров искровых разрядов в полупроводниковых свечах типа СП-40, СП-43, СП-70.

С учетом нового введенного диагностического параметра  $U_{\text{и}}$  выражения для параметров искровых разрядов  $W$ ,  $I_m$ ,  $t_{\text{и}}$ , полученные в [2], преобразуются к виду:

$$W = CU_m \frac{1 + \exp\left(-\frac{\pi}{2Q}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\pi}{2Q}\right)} \left( U_{\gg} - |U_{\text{к-«}}| \right), \quad (5)$$

где  $Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$  – добротность разрядной цепи;  $C$  – емкость накопительного конденсатора;  $L$  – индуктивность разрядной цепи;  $R$  – активное сопротивление разрядной цепи;  $U_m$  – амплитудное значение напряжения в искровом разряде.

Для максимального значения разрядного тока и длительности искровой стадии разрядов будем иметь:

$$I_m = \sqrt{\frac{C}{L}} U_{\gg} \exp\left(-\frac{\pi}{4Q}\right), \quad (6)$$

$$t_{\gg} = \frac{2L}{R} \ln \left| \frac{U_{\gg}}{U_{\text{к-«}}} \right|. \quad (7)$$

Подставляя (5), (6) и (7) в выражение (1) для критерия воспламеняющей способности емкостных систем зажигания, после преобразования получим:

$$K = \frac{RU_m \left( U_{\gg} - |U_{\text{к-«}}| \right) \left( 1 + \exp\left(-\frac{\pi}{2Q}\right) \right)}{\sqrt{LC} \cdot U_0^2 \cdot f \cdot U_{\gg} \cdot \ln \left| \frac{U_{\gg}}{U_{\text{к-«}}} \right| \left( 1 - \exp\left(-\frac{\pi}{2Q}\right) \right)}. \quad (8)$$

Таким образом, выражения (5), (6), (7) и (8) представляют собой зависимости параметров искровых разрядов и критерия воспламеняющей способности от параметров элементов зарядно-разрядных цепей систем зажигания. Анализ этих зависимостей показывает, что параметр  $I_m$  является функцией случайной величины  $U_{\text{и}}$ , а параметры  $W$ ,  $t_{\text{и}}$  и критерий  $K$  являются функциями двух диагностических случайных величин –  $U_{\text{и}}$  и  $U_{\text{ост}}$ .

В ходе испытаний и оценки эффективности емкостных систем зажигания в условиях двигателей, или специализированных стендов напряжения на накопительных конденсаторах  $U_{\text{и}}$  и  $U_{\text{ОСТ}}$  могут фиксироваться осциллографическим методом, а также с помощью разработанных для этих целей цифровых измерителей величин  $U_{\text{и}}$  и  $U_{\text{ОСТ}}$  [7, 8]. Параметры  $U_{\text{и}}$  и  $U_{\text{ОСТ}}$ , как показано выше, могут меняться в достаточно широких пределах даже в течение одного цикла запуска газотурбинного двигателя. При этом меняются и параметры разрядов в свечах  $W$ ,  $I_m$ ,  $t_{\text{и}}$ , а также критерий  $K$ . При выходе названных величин за допусковые границы система зажигания не обеспечивает требуемой эффективности. Вероятности попадания параметров в допусковые области представляют собой количественную меру оценки надежности при постепенных отказах и вычисляются на основании законов распределения диагностических величин  $U_{\text{и}}$  и  $U_{\text{ОСТ}}$ .

Определив экспериментально законы распределения и важнейшие числовые характеристики диагностических параметров  $U_{\text{и}}$  и  $U_{\text{ОСТ}}$ , представляется возможным на основе методов теории вероятностей и математической статистики определить законы распределения и числовые характеристики всех параметров разрядов и критерия  $K$ , определяющих эффективность системы зажигания.

В работе [2] на основе исследования закономерности разрядных процессов в емкостной системе зажигания при воспламенении топливовоздушной смеси в серийном пусковом воспламенителе в условиях запуска ГТД доказано, что параметр  $U_{\text{ОСТ}}$  подчинен закону усеченного нормального распределения с плотностью вероятности [11]:

$$f(U_{\text{к-}}) = c_0 \exp \left( - \frac{(U_{\text{к-}} - m_{U_{\text{к-}}})^2}{2\sigma_{U_{\text{к-}}}^2} \right), \quad (9)$$

где  $m_{U_{\text{ОСТ}}}$ ,  $\sigma_{U_{\text{ОСТ}}}$  – математическое ожидание и дисперсия величины  $U_{\text{ОСТ}}$ . Величина  $c_0$  выбирается из условия

$$\int_0^{U_0} f(U_{\text{к-}}) dU_{\text{к-}} = 1 \quad (10)$$

и равна

$$c_0 = \frac{\sqrt{\frac{2}{\pi}}}{\sigma_{U_{\text{к-}}} \left[ \Phi \left( \frac{U_0 - m_{U_{\text{к-}}}}{\sigma_{U_{\text{к-}}} \cdot \sqrt{2}} \right) + \Phi \left( \frac{m_{U_{\text{к-}}}}{\sigma_{U_{\text{к-}}} \cdot \sqrt{2}} \right) \right]}, \quad (11)$$

где  $\Phi \left( \frac{U_0 - m_{U_{\text{к-}}}}{\sigma_{U_{\text{к-}}} \cdot \sqrt{2}} \right)$ ,  $\Phi \left( \frac{m_{U_{\text{к-}}}}{\sigma_{U_{\text{к-}}} \cdot \sqrt{2}} \right)$  – интегралы вероятности вида [9]:

$$\Phi(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^x e^{-t^2} dt. \quad (12)$$

На основании взаимосвязи параметров  $t_{\text{ПС}}$  и  $U_{\text{И}}$  в соответствии с формулой (4) и рис. 1 (а, б) с использованием результатов работы [2] определено, что вторая диагностическая величина  $U_{\text{И}}$ , как и параметр  $t_{\text{ПС}}$  в [2], подчинены логарифмически-нормальному закону распределения с плотностью вероятности вида:

$$f(U_{\text{И}}) = \frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi} \cdot U_{\text{И}}} \exp\left(-\frac{(\lg U_{\text{И}} - c)^2}{2\sigma^2}\right), \quad (13)$$

где  $A = lge$ ;  $c$  и  $\sigma$  – параметры данного распределения, связанные с математическим ожиданием и дисперсией величины  $U_{\text{И}}$  следующими формулами [10]:

$$m_{U_{\text{И}}} = e^{(c/A + \sigma^2/2A^2)}. \quad (14)$$

$$D_{U_{\text{И}}} = e^{(2c/A + \sigma^2/A^2)} \left( e^{\sigma^2/A^2} - 1 \right). \quad (15)$$

Проверка согласованности теоретического и статистического распределений величин  $U_{\text{ОСТ}}$  и  $U_{\text{И}}$  проводилась по критерию согласия  $\chi^2$  [9].

При теоретической оценке закономерностей распределения параметров искровых разрядов  $W$ ,  $I_m$ ,  $t_{\text{И}}$  и критерия воспламеняющей способности принято допущение о независимости диагностических величин  $U_{\text{ОСТ}}$  и  $U_{\text{И}}$ , что определяется механизмом гашения разряда в свече. Гашение разряда по аналогии с дуговым разрядом происходит потому, что после перехода разрядного тока через ноль электрическая прочность остаточного столба разряда превышает восстанавливающееся напряжение в свече, которое соответствует мгновенному значению напряжения на накопительном конденсаторе.

Для математических ожиданий и дисперсий параметров искровых разрядов  $W$ ,  $I_m$ ,  $t_{\text{И}}$  получены следующие итоговые выражения:

$$m_{I_m} = \sqrt{\frac{C}{L}} m_{U_{\text{И}}} e^{-\pi/(4Q)}. \quad (16)$$

$$D_{I_m} = \frac{C}{L} D_{U_{\text{И}}} e^{-\pi/(4Q)}. \quad (17)$$

$$m_{t_{\text{И}}} = \frac{\sqrt{2}Ac_0L}{\sqrt{\pi}\sigma R} \int_0^{U_0} \frac{1}{U_{\text{И}}} \ln \left| \frac{U_{\text{И}}}{U_{\text{К-}}} \right| \cdot \exp \left\{ -\frac{(\lg U_{\text{И}} - c)^2}{2\sigma^2} - \frac{(U_{\text{ОСТ}} - m_{U_{\text{К-}}})^2}{2\sigma_{U_{\text{К-}}}^2} \right\} dU_{\text{И}} dU_{\text{К-}}. \quad (18)$$

$$D_{t_{\text{И}}} = \frac{Ac_0}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_0^{U_0} \left( \frac{2L}{R} \ln \left| \frac{U_{\text{И}}}{U_{\text{К-}}} \right| - m_{t_{\text{И}}} \right)^2 \cdot \frac{1}{U_{\text{И}}} \exp \left\{ -\frac{(\lg U_{\text{И}} - c)^2}{2\sigma^2} - \frac{(U_{\text{ОСТ}} - m_{U_{\text{К-}}})^2}{2\sigma_{U_{\text{К-}}}^2} \right\} dU_{\text{И}} dU_{\text{К-}}.$$

$$\left. - \frac{(U_{\dot{k}-} - m_{U_{\dot{k}-}})^2}{2\sigma_{U_{\dot{k}-}}^2} \right\} dU_{\dot{k}-} \quad (19)$$

$$m_W = CU_m \frac{1 + \exp\left(-\frac{\pi}{2Q}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\pi}{2Q}\right)} (U_{\dot{k}-} - m_{U_{\dot{k}-}}). \quad (20)$$

$$D_W = C^2 U_m^2 \frac{\left(1 + \exp\left(-\frac{\pi}{2Q}\right)\right)^2}{\left(1 - \exp\left(-\frac{\pi}{2Q}\right)\right)^2} (D_{U_{\dot{k}-}} + D_{U_{\dot{k}-}}). \quad (21)$$

Правые части формул (18), (19) не могут быть выражены в элементарных функциях, поэтому величины  $m_{U_{\dot{k}-}}$  и  $D_{U_{\dot{k}-}}$  вычисляются приближенно по формуле парабол (Симпсона) [12].

Математическое ожидание критерия воспламеняющей способности  $K$  определяется при подстановке в выражение (1) математических ожиданий параметров  $W$ ,  $I_m$ ,  $t_{II}$ , определяемых по формулам (16), (18) и (20).

В табл. 1 приведены экспериментальные и расчетные значения математических ожиданий и дисперсий параметров разрядов  $W$ ,  $I_m$ ,  $t_{II}$ , полученные в работе [2]. Как видно из табл. 1, теоретические и расчетные значения числовых характеристики случайных параметров разрядов достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными. Расхождения в определении математических ожиданий  $m_{I_m}$ ,  $m_{t_{II}}$ ,  $m_W$  не превышают 8%.

**Таблица 1.** Экспериментальные и расчетные значения математических ожиданий и дисперсий параметров разрядов

Параметр разряда	$m_{I_m}$ , А	$D_{I_m}$ , А <sup>2</sup>	$m_{t_{II}}$ , мкс	$D_{t_{II}}$ , мкс <sup>2</sup>	$m_W \cdot 10^2$ , Дж	$D_W \cdot 10^4$ , Дж <sup>2</sup>
Эксперимент	290	782	6.3	2.88	7.24	1.06
Расчет	307	727	5.8	2.62	7.80	1.40
Расхождение, %	5.9	7.0	7	9.0	7.7	33

Таким образом, в результате теоретического анализа вероятностных параметров искровых разрядов в полупроводниковых свечах на основании полученных экспериментально законов распределения диагностических величин напряжений на накопительном конденсаторе  $U_{OCT}$  и  $U_{II}$  и функциональных зависимостей параметров  $W$ ,  $I_m$ ,  $t_{II}$ , от величин  $U_{OCT}$  и  $U_{II}$  определены числовые характеристики параметров разрядов  $W$ ,  $I_m$ ,  $t_{II}$ , входящих в выражение для критерия воспламеняющей способности емкостных систем зажигания.



Решенная в статье задача дает возможность расчетного определения параметров, характеризующих эффективность емкостных систем зажигания по измерениям диагностических величин в условиях невозможности измерения параметров искровых разрядов в свечах с использованием прямых методов измерения, например, в реальных условиях стендов по испытаниям двигателей.

Решенная задача является также основой для разработки методики допускового контроля параметров емкостных систем зажигания путем определения законов распределения вероятностных параметров разрядов с оценкой вероятностей попадания параметров в границы заданных допусковых областей, определяемых требованиями к надежному воспламенению топливовоздушных смесей в камерах сгорания двигателей.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в рамках научного проекта № 23-29-00713 “Поиск путей повышения высотности запуска современных и перспективных газотурбинных двигателей на основе совершенствования систем зажигания”.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алабин М.А., Кац Б.М., Литвинов Б.М. Запуск авиационных газотурбинных двигателей. М.: Машиностроение, 1968 г. 228 с.
2. Гизатуллин Ф.А. Емкостные системы зажигания. Уфа: УГАТУ, 2002. 249 с.
3. Гизатуллин Ф.А. К теории искрового воспламенения топливовоздушных смесей в газотурбинных двигателях // Авиационная промышленность. 2000. № 1. С. 56–60.
4. Вахитов Р.Ш., Гизатуллин Ф.А., Комиссаров Г.В. Разрядные процессы в системе зажигания с полупроводниковой свечой припуске ГТД // Авиационная промышленность. 1979. № 9. С. 24–25.
5. Гизатуллин Ф.А., Зайцев В.Н., Великжанин И.А., Алимбеков Л.И. Методы и средства измерения параметров разрядов в свечах зажигания газотурбинных двигателей // Измерительная техника. № 6. 1992.
6. Гизатуллин Ф.А. Метод контроля эффективности систем зажигания газотурбинных двигателей // Известия вузов. Авиационная техника. 1999 г. № 3. С. 82–84.
7. Гизатуллин Ф.А., Абдрахманов В.Х. Измеритель остаточного напряжения на накопительном конденсаторе в емкостных системах зажигания. Патент на изобретение №2179322, опубл. 10.02.2002, Бюл. № 4.
8. Гизатуллин Ф.А., Юшкова О.А. Инструментарий для исследования некоторых аспектов надежности и ресурса работы полупроводниковых свечей зажигания // Известия вузов. Авиационная техника. № 2. 2023.
9. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Высшая школа, 2006. 576 с.
10. Герцбах И.Б., Кордонский Х.Б. Модели отказов. М.: Советское радио, 1966. - 165 с.
11. Половко А.М., Гуров С. В. Основы теории надежности / Учебник для ВУЗов, СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 702 с.
12. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. М.: Наука, 1978. Т. 1. 456 с.

## Calculated Determination of Spark Discharge Parameters in Capacitive Ignition Systems of Gas Turbine Engines Based on Diagnosing Voltages on Storage Capacitors

F. A. Gizatullin<sup>a, \*</sup>, O. A. Yushkova<sup>a, \*\*</sup>

<sup>a</sup>*Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia*

<sup>\*</sup>*e-mail: elaint@yandex.ru,*

<sup>\*\*</sup>*e-mail: yushkova-usatu@bk.ru*

The calculation results of the spark discharges probabilistic parameters in semiconductor spark plugs of capacitive ignition systems are presented: the energy and duration of discharges, discharge current and the criterion for the ignition ability of ignition systems based on measurements of two diagnostic quantities when it is impossible to directly measure these parameters under the conditions of gas turbine engines and full-scale test benches. Two voltages on the storage capacitor of ignition systems, measured by easily accessible means, are taken as diagnostic parameters – the voltage during the transition of the preparatory stage of the discharges to the spark stage and the voltage on the capacitor after the discharge in the semiconductor spark plug goes out. The laws of distribution of diagnostic quantities were experimentally determined, using methods of probability theory, expressions were obtained for the numerical characteristics of discharge parameters as a function of diagnostic quantities and characteristics of the elements of discharge circuits of ignition systems.

**Keywords:** capacitive ignition system, diagnostic parameter, spark discharge parameter

